

Univerza
v Ljubljani Fakulteta
za *elektrotehniko*



ZVEZNI REGULACIJSKI SISTEMI I. del

*Založba
FE in FRI*

BORUT ZUPANČIČ

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za elektrotehniko

ZVEZNI REGULACIJSKI SISTEMI

I. del

Borut Zupančič

Ljubljana 2010

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

681.5.01(075.8)(0.034.2)

ZUPANČIČ, Borut, 1952-
Zvezni regulacijski sistemi [Elektronski vir] / Borut Zupančič;
izdajatelj Fakulteta za elektrotehniko. -2.popravljena in dopolnjena izd.
El. knjiga. - Ljubljana: Fakulteta za elektrotehniko, 2010

Način dostopa (URL):

<http://mcs.fe.uni-lj.si/Download/Zupancic/ZRS1.pdf>

<http://mcs.fe.uni-lj.si/Download/Zupancic/ZRS2.pdf>

ISBN 978-961-243-162-4 (Fakulteta za elektrotehniko, zv. 1)

ISBN 978-961-243-163-1 (Fakulteta za elektrotehniko, zv. 2)

254219520

Copyright ©2010 Založba FE in FRI. All rights reserved. Razmnoževanje (tudi fotokopiranje) dela v celoti ali po delih brez predhodnega dovoljenja Založbe FE in FRI prepovedano.

Založnik: Založba FE in FRI, Ljubljana

Izdajatelj: UL Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana

Urednik: mag. Peter Šega

Recenzenta: prof.dr. Rihard Karba, doc. dr. Gregor Klančar

2.popravljena in dopolnjena izdaja

Predgovor

Vodenje sistemov predstavlja področje, ki je v povezavi s sistemsko teorijo, teorijo simulacij, računalništvom, robotiko ter številnimi drugimi (tudi netehničnimi področji) in s sodobno tehnologijo odločilno krojilo razvoj številnih teoretičnih in praktičnih znanj, katerih rezultati so omogočili povsem drugačen način življenja. Regulacija pa predstavlja pomemben in teoretično najzahtevnejši pojem področja vodenja sistemov, ki je bolj, kot si morda mislimo, prisoten v vsakdanjem življenju. Človeški organizem vsebuje neskončno zelo kompliciranih regulacijskih zank. V tehniških regulacijskih sistemih pa so regulacijski algoritmi lahko zelo enostavni ali pa tudi silno komplicirani, tako da postopki načrtovanja zahtevajo dobro poznavanje številnih zahtevnih metod ob ustreznem predznanju matematike, fizike in teorije sistemov.

Za začetek razvoja področja regulacij jemljemo običajno l. 1788, ko je J. Watt konstruiral centrifugalni regulator za hitrost parnega stroja. Nekatere ključne letnice v nadaljnjem razvoju pa so naslednje:

- 1877 - obravnava stabilnosti linearnih sistemov (Routh),*
- 1890 - stabilnost nelinearnih sistemov (Ljapunov),*
- 1932 - proučevanje stabilnosti s kompleksnimi preslikavami (Nyquist),*
- 1938 - frekvenčne metode (Bode),*
- 1947 - teorija vzorčenih sistemov,*
- 1948 - diagram lege korenov (Evans),*
- 1956 - vpeljava spremenljivk stanja v metode vodenja.*

V zadnjih desetletjih je nadaljnji razvoj metod spodbudil zlasti nesluten napredek računalništva in nekaterih drugih sodobnih tehnologij. Ob ustrezni podpori računalniške simulacije in drugih orodij t.i. računalniško podprtega načrtovanja so se zlasti razvijale metode za obravnavo nelinearnih sistemov ter metode adaptivnih in multivariabilnih regulacijskih sistemov. V zadnjih letih pa na področje vodenja uspešno prodirajo tudi številne metode umetne inteligence (ekspertni sistemi, uporaba konceptov nevronske mreže, mehke (fuzzy) regulatorji, itd.).

Učbenik Zvezni regulacijski sistemi - I. del je v prvi vrsti namenjen študentom Avtomatike na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani in obsega tematiko predmeta Regulacije I (3. letnik univerzitetnega programa) . Gotovo pa bo dobrodošel tudi vsem drugim, ki se pri delu ali pri študiju kakorkoli srečujejo z regulacijskimi problemi. Skupaj z II. delom obravnava snov, ki jo lahko smatramo kot osnovo za nadaljnji študij na smeri Avtomatika. Posamezna poglavja se predavajo pri predmetu Teorija regulacij na Univerzitetnem študiju smeri Elektronika (v drugostopenjskem bolonjskem študiju pa pri predmetu Vodenje sistemov). Prav tako se nekatera poglavja predavajo pri predmetu Avtomatsko vodenje sistemov (izbirni predmet v 2. letniku prvostopenjskega univerzitetnega bolonjskega študija) in pri predmetu Modeliranje in obdelava signalov (2. letnik, smer Kakovost).

Predpostavljam, da študenti že dobro obvladajo osnove matematike, fizike, teorijo sistemov, pa tudi nekatere osnove sistemov vodenja, ki jih dobijo v predhodnem študiju. Zaradi lažjega prehoda so nekateri pojmi, ki so sicer že vpeljani v zgoraj navedenih področjih, na kratko ponovljeni brez večjega teoretiziranja. Morda tudi izgleda, da manjkajo nekatera najsodobnejša področja. Toda ta so zavestno izpuščena, saj se obravnavajo pri nekaterih drugih predmetih dodiplomskega in podiplomskega študija.

Delo je razdeljeno na pet poglavij. Prvo poglavje predstavlja uvod in obravnava nekatere pomembne pojme, ki jih srečujemo pri sistemih vodenja. Opisani so nekateri tipični regulacijski sistemi, podali pa smo tudi sistemski pristop pri načrtovanju vodenja sistemov. Nekateri pojmi iz tega poglavja začetnikom še ne bodo povsem jasni in jih bodo v konsistentno celoto lahko povezali šele potem, ko bodo preštudirali celoten učbenik.

Drugo poglavje je namenjeno predstavitvam sistemov pri analizi in načrtovanju. Opisane so predstavitve z diferencialnimi enačbami, prenosnimi funkcijami, bločnimi diagrami, diagrami poteka signalov in v prostoru stanj.

Tretje poglavje obravnava analizo regulacijskih sistemov s poudarkom na časovnem prostoru. Opisali smo osnovne značilnosti proporcionalnih, integrirnih in diferencialnih sistemov ter sistemov z mrtvim časom. Analizirali smo ustaljeno stanje regulacijskih sistemov in stabilnost linearnih časovno nespremenljivih sistemov. Poglavje pa zaključuje obravnava nekaterih preostalih značilnosti, ki jih uvaja povratna zanka.

Četrto poglavje je namenjeno analizi in načrtovanju osnovnih algoritmov v industrijskih regulacijskih sistemih. Poudarek je na analizi zveznih PID regulatorjev ter na načrtovanju le-teh z nastavitvenimi pravili in z optimizacijo. Podali smo tudi

nekatero izrazito praktične probleme, kot npr. preklon ročno - avtomatsko, integralni pobeg in ustrezno zaščito. V drugem delu četrtega poglavja pa obravnavamo stopenjske (ON-OFF) regulatorje.

V zadnjem, petem poglavju obravnavamo večzančne regulacijske sisteme s poudarkom na vpeljavi krmiljenja v regulacijske sisteme in na kaskadni regulaciji.

V dodatku smo priložili izpise simulacijskih programov, s pomočjo katerih smo rešili nekatere primere. Le-ti lahko tistim, ki poznajo simulacijske koncepte, dodatno razjasnijo problematiko ustreznih primerov.

Medtem ko je tematika učbenika *Zvezni regulacijski sistemi - I. del* zasnovana predvsem na obravnavi v časovnem prostoru, pa *II. del* obravnava analizo in sintezo v diagramu lege korenov, s frekvenčnimi metodami (Bode, polarni diagram,...) in v prostoru stanj.

Ker je tematika tega učbenika tako pomembna in ima tako dolgo tradicijo, je seveda na voljo veliko literature. Žal je večina knjig zelo podobnih in sledi t.i. klasični in izrazito teoretični obravnavi servosistemov, t.j. pozicijskih regulacijskih sistemov. V drugo skupino pa spadajo knjige, ki so jih napisali praktiki z včasih pomanjkljivo klasično regulacijsko izobrazbo. Take knjige so študentom težko razumljive, saj se obravnava izgublja v podrobnostih praktičnih problemov. Čeprav tudi ta učbenik bolj spada v prvo skupino, pa upam, da sem z nekaterimi poglavji uspel nekoliko zgladiti velik prepad med teorijo in prakso. V mislih imam obravnavo nekaterih pojmov in primerov v prvem poglavju, obravnavo industrijskih regulatorjev v četrtem poglavju in obravnavo večzančnih regulacijskih sistemov v petem poglavju. Obravnavo vseskozi spremljajo številni zelo poenostavljeni praktični primeri.

Primere v učbeniku smo izvedli s programskim paketom MATLAB-Simulink in pa s simulacijskim jezikom SIMCOS. Uspešno simulacijsko orodje smo pred mnogimi leti razvili v našem laboratoriju.

Na koncu se zahvaljujem sodelavcem Laboratorija za modeliranje, simulacijo in vodenje in Laboratorija za avtonomne mobilne sisteme, saj so veliko pripomogli k nastanku tega dela. Posebno zahvalo pa sem dolžan Milanu Simčiču, dipl. ing. za vestno opravljeno urejanje v okolju L^AT_EX in za risanje slik s pomočjo paketa CorelDraw.

Delo naj obuja tudi spomin na mentorja prof. dr. F. Bremšaka, dolgoletnega predstojnika laboratorija in velikega strokovnjaka prav za tematiko, ki jo predstavlja

iv

učbenik.

Ljubljana, oktober 2010

Borut Zupančič

Kazalo

1	Uvod v sisteme vodenja	1
1.1	Splošno o sistemih vodenja	1
1.2	Odprtozančni sistem vodenja	2
1.3	Zaprtozančni sistem vodenja	3
1.4	Sledilno delovanje regulacijskega sistema	5
1.5	Regulacijsko delovanje regulacijskega sistema	5
1.6	Obravnava regulacijskega sistema v delovni točki	7
1.7	Primeri regulacijskih sistemov	8
1.8	Nekateri dodatni pojmi, ki jih srečujemo v regulaciji	17
1.9	Razvrstitev regulacijskih sistemov	18
1.10	Sistemi pristop k načrtovanju vodenja sistemov	21
1.10.1	Meritve	26
1.10.2	Modeliranje procesov	28
1.10.3	Analiza modela	34
1.10.4	Sinteza	36
1.10.5	Simulacija in optimizacija	38
2	Predstavitve sistemov pri analizi in načrtovanju vodenja	41

2.1	Laplace-ova transformacija	41
2.2	Diferencialne enačbe	44
2.3	Prenosne funkcije	46
2.4	Bločni diagrami	52
2.4.1	Splošne značilnosti bločnih diagramov	52
2.4.2	Postopek za risanje bločnih diagramov	58
2.4.3	Poenostavljanje bločnih diagramov	62
2.5	Diagrami poteka signalov	66
2.5.1	Splošne značilnosti diagramov poteka signalov	66
2.5.2	Definicije pojmov v diagramih poteka signalov	70
2.5.3	Poenostavljanje diagramov poteka signalov	71
2.5.4	Mason-ovo pravilo	73
2.5.5	Povezava med bločnimi diagrami in diagrami poteka signalov pri regulacijskih sistemih	76
2.6	Prostor stanj	77
2.6.1	Splošne značilnosti prostora stanj	77
2.6.2	Osnovne definicije	80
2.6.3	Povezava med prenosno funkcijo in zapisom v prostoru stanj	84
2.6.4	Predstavitev sistema, zapisanega z diferencialno enačbo, v prostoru stanj	86
2.6.5	Uporaba bločnih diagramov pri zapisu sistemov v prostoru stanj	94

2.6.6	Uporaba diagramov poteka signalov pri zapisu sistemov v prostoru stanj	96
3	Analiza regulacijskih sistemov v časovnem prostoru	101
3.1	Osnovne lastnosti časovnega odziva	101
3.2	Vpliv polov in ničel na časovni odziv	104
3.3	Razvrstitev sistemov	110
3.4	Proporcionalni sistemi	113
3.4.1	Sistem prvega reda	113
3.4.2	Sistem drugega reda	118
3.4.3	Pokazatelji kvalitete regulacijskega sistema	125
3.4.4	Učinkovanje dodatne ničle ali dodatnega pola	129
3.4.5	Sistemi višjega reda	135
3.5	Integrirni sistemi	136
3.6	Diferencirni sistemi	137
3.7	Sistemi z mrtvim časom	139
3.8	Ustaljeno stanje regulacijskih sistemov	140
3.8.1	Pogrešek v ustaljenem stanju in konstante pogreškov . . .	141
3.8.2	Posplošeni koeficienti pogreškov	149
3.9	Stabilnost regulacijskih sistemov	153
3.9.1	Pogoj za stabilnost linearnih, časovno nespremenljivih sistemov	153

3.9.2	Routh-ov stabilnostni kriterij	157
3.10	Nekateri preostali učinki povratne zanke	163
3.10.1	Zmanjšanje občutljivosti na spremembe parametrov	165
3.10.2	Zmanjšanje občutljivosti na motnje	168
3.10.3	Sprememba časovne konstante	169
3.10.4	Izločitev integracije	170
4	Osnovni regulacijski algoritmi v industrijskih regulacijskih sistemih	171
4.1	Razdelitev industrijskih regulatorjev	172
4.2	Zvezno delujoči regulatorji	177
4.2.1	Proporcionalni regulatorji	178
4.2.2	Integrirni regulatorji	186
4.2.3	Proporcionalno – integrirni regulatorji	190
4.2.4	Regulatorji z diferencirnim dodatkom	193
4.2.5	Modificirani PID regulatorji	198
4.3	Načrtovanje zveznih PID regulatorjev	201
4.3.1	Analitični postopki	202
4.3.2	Nastavitvena pravila	204
4.3.3	Korelacijska metoda	215
4.3.4	Optimizacija s pomočjo integralskih cenilk	215

4.3.5	Avtomatsko nastavljanje in avtomatsko prilagajanje parametrov PID regulatorjev	229
4.4	Praktični problemi pri delovanju regulatorjev	238
4.4.1	Filtriranje vhodnih signalov	238
4.4.2	Preklop ročno - avtomatsko	239
4.4.3	Integralski pobeg in ustrezna zaščita	243
4.4.4	Direktno in reverzno delovanje regulatorja	246
4.5	Izvedbe PID regulatorjev	247
4.6	Stopenjsko delujoči regulatorji	254
4.6.1	Regulatorji z dvopoložajnim delovanjem	256
4.6.2	Regulatorji s tropoložajnim delovanjem	275
5	Večzančni regulacijski sistemi	279
5.1	Krmiljenje z upoštevanjem motnje	279
5.2	Vpeljava pomožnih spremenljivk	290
5.2.1	Vpeljava pomožne regulirne veličine	290
5.2.2	Vpeljava pomožne regulirane veličine	291
5.3	Kaskadna regulacija	294
5.4	Regulacija razmerja	303
	Literatura	307
	Dodatek	311

1.

Uvod v sisteme vodenja

Vodenje sistemov je odprtoznančno ali zaprtoznančno vplivanje na (realni) objekt z namenom, da dosežemo želene cilje oz. želeno vodenje objekta. Objektu v teoriji vodenja pravimo proces.

1.1 Splošno o sistemih vodenja

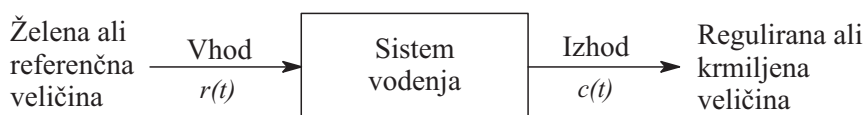
Avtomatsko vodenje je vedno igralo pomembno vlogo pri razvoju znanosti in inženirske prakse. Razen izjemne vloge pri vodenju vesoljskih ladij, izstrelkov v vojni industriji, pri izvedbi avtopilotskih sistemov v letalski industriji, pri vodenju robotskih sistemov, je vodenje oz. avtomatska regulacija kot nekoliko ožje področje vodenja sistemov postala ključni in integralni del sodobnih industrijskih procesov. To velja predvsem v procesni industriji za regulacijo tlaka, temperature, vlažnosti, viskoznosti, pretoka itd. Uporabnost pa se je razširila tudi na druga področja kot npr. na ekonomijo, biologijo, biomedicinske sisteme, na urbanizacijo in ekologijo.

Avtomatizacija tehnološko vse bolj zahtevnih in zapletenih proizvodnih procesov omogoča večjo produktivnost, boljšo kvaliteto izdelkov, večjo ponovljivost proizvodnje, manjšo porabo energije ter nenazadnje tudi sociološke in ekološke izboljšave proizvodnih procesov. Ker sta regulacija in avtomatsko vodenje osnovna gradnika avtomatizacije le-teh, je uporaba klasičnih in sodobnih metod vodenja dinamičnih sistemov nepogrešljiva v domala vseh proizvodnih procesih

in predstavlja eno izmed osnov uspešne proizvodnje.

Kadar proučujemo oz. predstavljamo sisteme vodenja predvsem v smislu vgrajenih gradnikov, uporabljamo najraje tehnološke sheme. To so grafične sheme, v katerih nastopajo simboli po standardu ISA (Instrument Society of America). Kadar pa avtomatiki proučujejo dinamične lastnosti v sistemih vodenja (npr. dinamične lastnosti različnih regulacijskih algoritmov), pa najraje uporabljajo bločne diagrame.

Čeprav bomo bločne diagrame uvedli nekoliko pozneje, pa jih bomo kljub temu že uporabili za predstavitev nekaterih osnovnih lastnosti sistemov vodenja. Vsak sistem vodenja lahko ponazorimo z blokom, kot ga prikazuje slika 1.1.

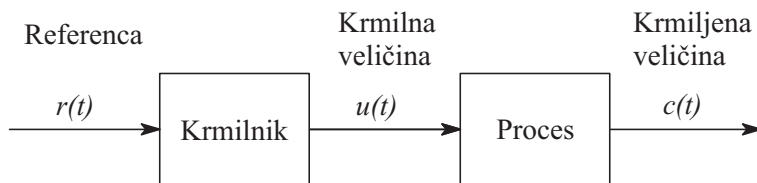


Slika 1.1: Sistem vodenja

Izhodu sistema pravimo glede na vrsto sistema regulirana ali krmiljena veličina, vhodu pa želena ali referenčna veličina. Pogosta zahteva sistema vodenja je ta, da se regulirana ali krmiljena veličina čim boljše ujema z referenčno oz. zeleno veličino ne glede na motnje, ki vplivajo na sistem vodenja.

1.2 Odprtozančni sistem vodenja

V številnih primerih lahko uporabimo odprtozančni sistem vodenja (krmilni sistem), t.j. vodenje brez povratne zanke. Prikazuje ga slika 1.2.



Slika 1.2: Bločni diagram krmiljenja

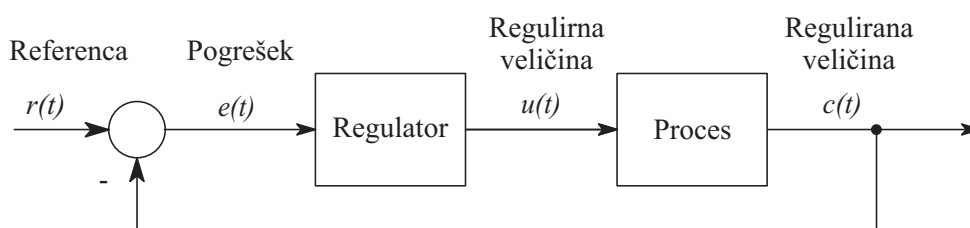
V tem primeru referenca $r(t)$ (referenčna veličina, zelena veličina) deluje na krmilnik, ki s pomočjo krmilne veličine $u(t)$ zagotavlja, da je izhod procesa oz.

krmiljena veličina v določeni korelaciji z referenčno veličino.

Tipičen primer krmiljenja predstavlja ogrevanje prostora z grelom in časovnim krmilnikom, ki periodično vključuje in izključuje grelo. Uporabnik lahko le nastavi razmerje med časom vklopa in izklopa. Z določenimi izkušnjami lahko uporabnik nastavi razmerje, ki omogoča približno želeno temperaturo. Vendar takšno vodenje ne upošteva spreminjanja zunanje temperature, možne motnje v sistemu kot npr. odpiranje vrat ali oken. Zato je jasno, da je kvaliteta vodenja slaba, temperatura pa le redko enaka željeni.

1.3 Zaprtozančni sistem vodenja

Kar manjka krmilnemu sistemu za točnejše in prilagodljivejše delovanje, je povratna zanka iz izhodne proti vhodni ali referenčni veličini. Sistem z dodano povratno zanko, ki ga prikazuje slika 1.3, imenujemo zaprtozančni sistem vodenja ali regulacijski sistem.

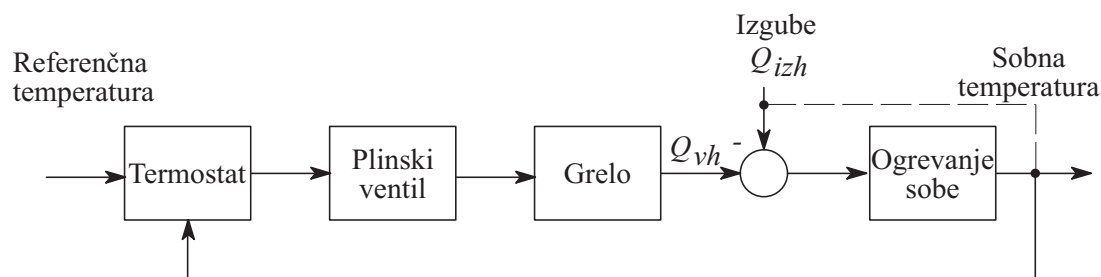


Slika 1.3: Bločni diagram zaprtozančnega regulacijskega sistema

Da dobimo točnejšo regulirano veličino $c(t)$, jo moramo primerjati z referenco $r(t)$, regulator pa definira ustrezno regulirno veličino na osnovi pogreška tako, da le-ta zmanjšuje pogrešek. Človek je prav gotovo najkompleksnejši tovrstni regulacijski sistem, saj vsebuje nešteto povratnozančnih struktur, ki omogočajo kompleksne operacije in koordinirano delovanje.

Regulacija sobne temperature s pomočjo termostata predstavlja najenostavnejši primer zaprtozančne regulacije. Ustrezni bločni diagram prikazuje slika 1.4.

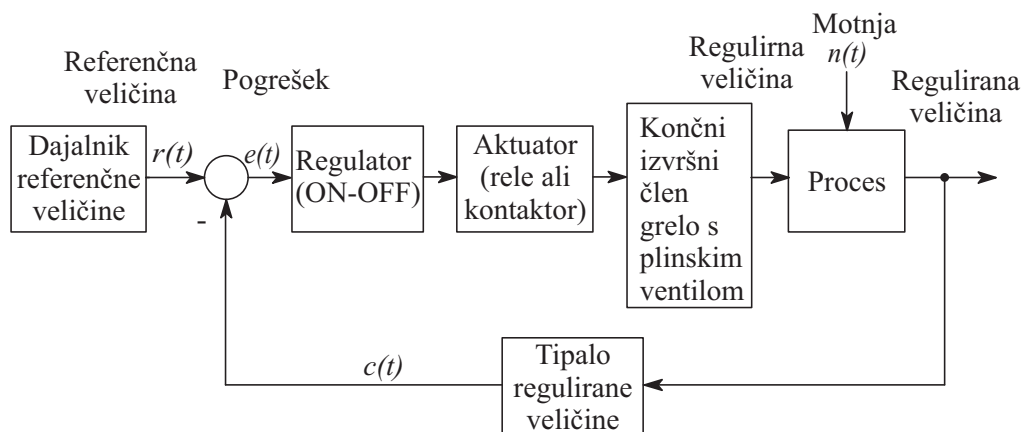
Za razumevanje delovanja regulacijskega sistema na sliki 1.4 predpostavimo, da sta zunanja in regulirana temperatura precej nižji od referenčne temperature. V tem primeru je termostat vključen, kar pomeni, da je grelo vključeno in temperatura v sobi narašča. Sistem mora biti načrtan tako, da je v tem primeru toplota,



Slika 1.4: Bločni diagram ogrevanje sobe

ki jo ustvarja grelo Q_{vh} , bistveno večja od izgub Q_{izh} (odvajanje toplote skozi stene; le to je ponavadi odvisno od temperature v prostoru). S tem temperatura v sobi hitro narašča, dokler ni nekoliko višja od želene temperature. Takrat se grelo izključi in temperatura začne počasi upadati, saj na proces deluje le $-Q_{izh}$. Ko upade nekoliko pod želeno temperaturo, se grelo ponovno vključi in celoten cikel se ponovi.

Popolnejši bločni diagram tega problema v obliki, ki smo jo vajeni pri obravnavi regulacijskih sistemov, prikazuje slika 1.5. Proces je ogrevanje sobe, regulirana



Slika 1.5: Popolnejši bločni diagram ogrevanja

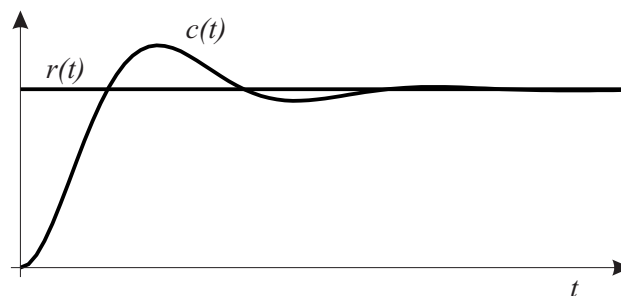
veličina je temperatura prostora, motnjo pa predstavlja odvajanje toplote skozi stene, sprememba zunanje temperature, odprtje okna, itd. Aktuator je naprava, ki signal regulatorja (v našem primeru kontakt termostata) pretvori v signal, ki krmili končni izvršni člen (v našem primeru npr. rele ali kontaktor za vkloppljanje in izkloppljanje plinskega ventila). Tako se pri pozitivnem pogrešku grelo vključi, pri negativnem pa izključi (če zanemarimo histerezo v regulatorju, ki je potrebna,

da zmanjšamo število preklopov).

Termostat smo razbili v štiri bloke: v dajalnik referenčne temperature, v tipalo regulirane temperature, v sumacijsko točko (komparator) ter v regulator (z bi-metalnim kontaktnim signalom na izhodu).

1.4 Sledilno delovanje regulacijskega sistema

Sledilno delovanje je eno najpogostejše zahtevanih delovanj regulacijskih sistemov. Pri tem mora biti regulacijski sistem načrtan tako, da regulirana veličina čim bolj verno sledi referenčni veličini. Slika 1.3 predstavlja bločno shemo takega sistema. Tipični primeri sledilne regulacije so: zagotovitev hitrostnega profila pri delovanju dvigala, zagotovitev določenega temperaturnega profila pri številnih procesih v kemični industriji, sledenje strelne naprave tarči, regulacije zasuka vesoljskih ladij itd. Slika 1.6 prikazuje tipična poteka referenčne veličine, ki se v času $t = 0$ spremeni za konstantno vrednost, in ustrezne regulirane veličine.



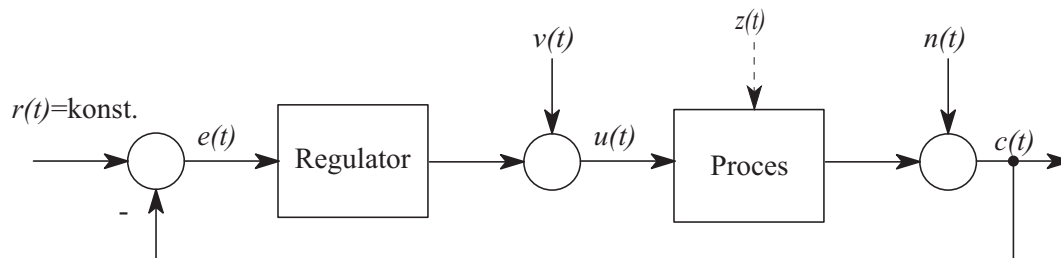
Slika 1.6: Tipična poteka referenčne in regulirane veličine pri sledilni regulaciji

Pri načrtovanju sledilne regulacije je manj pomembno, kako regulacijski sistem deluje pri morebitnih motilnih signalih.

1.5 Regulacijsko delovanje regulacijskega sistema

Kljub temu, da je načrtovanje sledilnega regulatorja običajno bolj podrobno obravnavano v literaturi, pa je v regulacijskih sistemih običajno bolj pomembno, da le-ta učinkovito odpravlja motnje, oz. da le-te čim manj vplivajo na regulirano

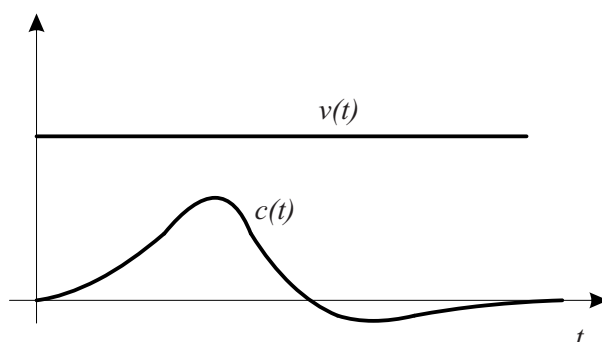
veličino. Takemu načinu delovanja regulacijskega sistema pravimo regulacijsko delovanje. Motnje lahko vstopajo v regulacijsko zanko pri regulirni veličini, pri regulirani veličini, ali pa nekje vmes. Ustrezno bločno shemo prikazuje slika 1.7.



Slika 1.7: Bločna shema regulacijskega sistema v prisotnosti motenj

Učinkovitost reagiranja na spremenjen referenčni signal nas pri tej regulaciji ne zanima, ker predpostavimo, da je želena vrednost nastavljena na neko konstantno vrednost in se ne spreminja. Tipični primeri so: regulacija temperature v prostoru, ko je želena temperatura konstantna, regulator pa mora čimbolj izločiti vplive motenj (sprememba zunanje temperature, odpiranje oken, vrat, ...). Pri tem naj omenimo, da je za načrtovanje regulatorja bistveno, ali delujejo motnje na vходу procesa ($v(t)$), na izhodu ($n(t)$), ali pa nastopajo nekje vmes ($z(t)$). Če smo načrtali sledilni regulator, le-ta optimalno odpravlja tudi motnjo na izhodu (če je iste oblike kot referenčni signal), saj $r(t)$ in $n(t)$ delujeta v isti točki regulacijskega sistema. Motnje na vходу procesa ali motnje, ki delujejo v notranjosti procesa, pa zahtevajo regulacijsko delovanje regulacijskega sistema, torej drugačen regulator.

Slika 1.8 prikazuje tipična signala za motnjo ($v(t)$) na regulirni veličini (konstantna oz. stopničasta sprememba) in ustrezno regulirano veličino ($c(t)$).



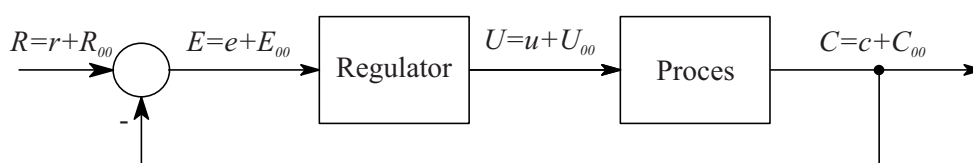
Slika 1.8: Odziv na motnjo na regulirni veličini v regulacijskem sistemu

Dober regulator izdatno zaduši vpliv motnje in ga v čim krajšem času izniči. Vendar je ta čas omejen z dinamiko procesa, saj se motnja $v(t)$ prenaša na regulirano veličino preko dinamike procesa.

Pri načrtovanju regulacijskega delovanja je torej manj pomembno, kako regulacijski sistem sledi morebitnim spremembam reference.

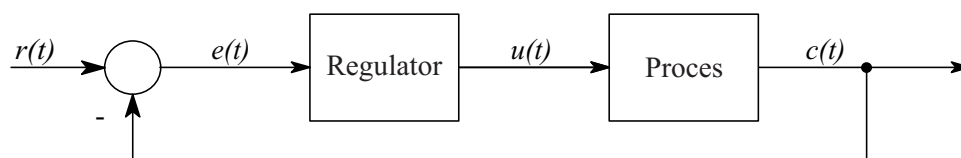
1.6 Obravnava regulacijskega sistema v delovni točki

Običajno si lahko vse signale v regulacijskih sistemih predstavljamo tako, da so sestavljeni iz nekih delovnih, enosmernih vrednosti in iz manjših sprememb v okolici delovne točke. Ustrezne oznake prikazuje slika 1.9.



Slika 1.9: Obravnava regulacijskega sistema v okolici delovne točke

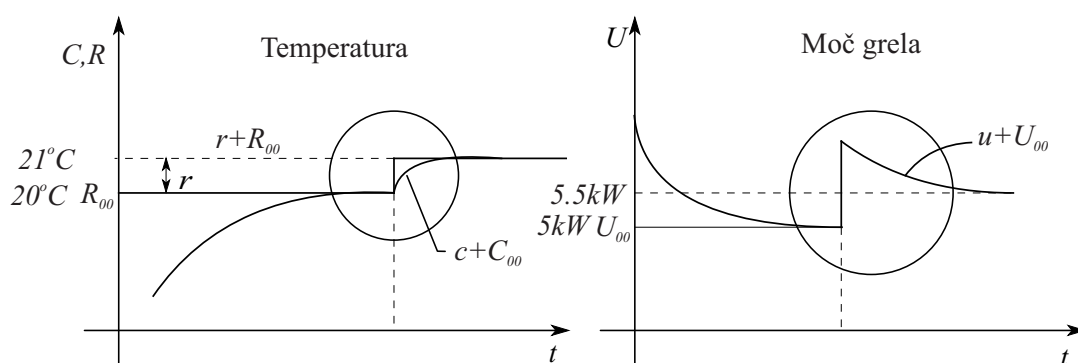
R_{00} , E_{00} , U_{00} in C_{00} so enosmerne vrednosti signalov oz. vrednosti signalov, ki v regulacijskem sistemu določajo delovno točko. Tako vrednost reference R_{00} povzroči pogrešek E_{00} , regulirno veličino U_{00} in regulirano veličino C_{00} . Običajno velja (če ni ustaljenega pogreška) $E_{00} = R_{00} - C_{00} = 0$. Nadalje bomo obravnavali samo take regulacijske sisteme, ki se v bližnji okolici delovne točke vedejo linearno. Zaradi zakona superpozicije lahko od vseh nastopajočih signalov odštejemo vrednosti delovnih točk (R_{00} , E_{00} , C_{00} , U_{00}) in dobimo regulacijski sistem, ki ga bomo v nadaljevanju obravnavali in ga prikazuje slika 1.10. Takemu modelu regulacijskega sistema pravimo tudi deviacijski model.



Slika 1.10: Deviacijski model regulacijskega sistema

Pogosto bomo pri nadaljnji obravnavi ob takih oznakah, kot jih prikazuje slika 1.10, imeli v mislih le spremembe signalov v okolici delovne točke in torej vrednosti delovne točke ne bomo jemali v obzir.

Za boljše razumevanje si pogledjmo naslednji zgled. V prostoru imamo nastavljeno želeno temperaturo 20°C . Ta temperatura se vzpostavi po določenem prehodnem pojavu in zahteva moč grela 5 kW . Če spremenimo želeno temperaturo za 1°C , se po prehodnem pojavu moč grela poveča za 500 W . Prehodna pojava prikazuje slika 1.11.



Slika 1.11: Prehodna pojava pri regulaciji temperature v prostoru

Pri nadaljnji obravnavi regulacijskih sistemov bomo imeli pogosto v mislih le prehodni pojav, ki je na sliki 1.11 obkrožen. Velikokrat bomo analizirali sisteme pri enotini skočni spremembi referenčnega signala (enotina stopnica). To ne pomeni, da se je referenčni signal dejansko spremenil iz 0 na 1 problemske enote, ampak v delovni točki za neko konstantno vrednost, ki pa smo jo normirali na vrednost ena zaradi preglednejše in enostavnejše nadaljnje obravnave, kar ne predstavlja nikakršne izgube na splošnosti.

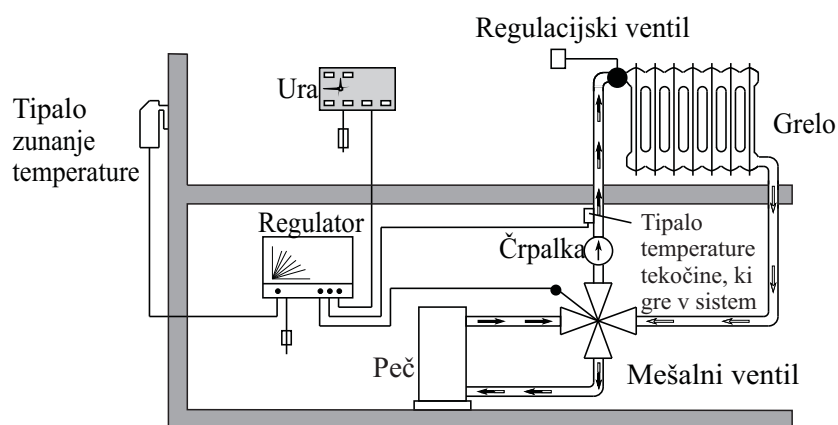
1.7 Primeri regulacijskih sistemov

Regulacija temperature v prostoru

Za regulacijo temperature v prostoru obstajajo številni načini, ki v glavnem zaviso od vrste grela, ki ga uporabljamo. V glavnem uporabljamo t.i. stopenjsko (ON-OFF) regulacijo v povezavi z električnimi greli, pa tudi bolj napredno re-

gulacijo pri sistemih, ki imajo določeno akumulacijo toplotne energije. Stopenjska (ON-OFF) regulacija je sicer najcenejša, vendar povzroča nezaželeno nihanje temperature.

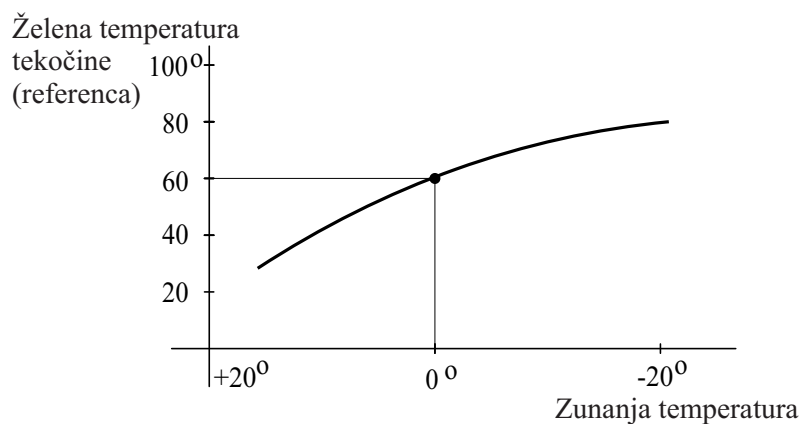
Slika 1.12 prikazuje primer zvezne regulacije temperature prostora s centralnim ogrevanjem ob uporabi enega od komercialno dostopnih regulacijskih sistemov (Centra Bürkle).



Slika 1.12: Regulacija temperature v prostoru

Regulacijski del sestavljajo tipalo zunanje temperature, tipalo, ki meri temperaturo tekočine, ki jo pošiljamo v sistem, regulator, ura, ki se nahaja v prostoru, ter mešalni ventil (končni izvršni člen), ki ga odpira in zapira motor (aktuator). Proces sestavljajo peč za centralno ogrevanje, črpalka, grelo v prostoru, ustrezen povezovalni sistem in seveda samo ogrevanje prostora. Osnovna zanka omogoča regulacijo temperature tekočine, ki jo pošiljamo v sistem. Regulator glede na razliko med želeno in dejansko temperaturo tekočine, ki jo meri tipalo, daje motorju ustrezen signal za zasuk ventila. Ventil je mešalnega tipa in omogoča želeno temperaturo tekočine na ta način, da v pravilnem razmerju meša tekočino v peči (ta je na konstantni, precej visoki temperaturi in regulirana z ustrezno regulacijsko zanko v kotlu) in povratno tekočino, ki se v sistemu precej ohladi. Značilnost regulacijskega sistema pa je v tem, da referenca za temperaturo tekočine ni fiksno nastavljena na regulatorju, ampak se preračuna preko t.i. družine statičnih karakteristik iz zunanje temperature. Tako pri nižjih zunanjih temperaturah polnimo sistem z bolj vročo tekočino. Tak koncept omogoča velik prihranek, saj je največji vir izgub pri centralnem ogrevanju prav v tem, da polnimo sistem s tekočino, ki je toplejša od potrebne. Eno od možnih statičnih karakteristik prikazuje slika 1.13.

Uporabnik neposredno torej ne more nastaviti želene temperature, ker je le-ta



Slika 1.13: Statična karakteristika za izračun zelene temperature

odvisna od zunanje temperature, lahko pa vpliva na obliko statične karakteristike tako, da ji spreminja naklon ali jo vzporedno premika in na ta način naredi optimalno prilagoditev za njegov prostor.

Ura običajno le vklaplja in izklaplja ogrevalni sistem (mešalni ventil) v zelenih časovnih intervalih (npr. preklap med dnevnim in nočnim režimom), medtem ko želeno temperaturo v prostoru dosežemo z dodatnim regulacijskim ventilom na grelu.

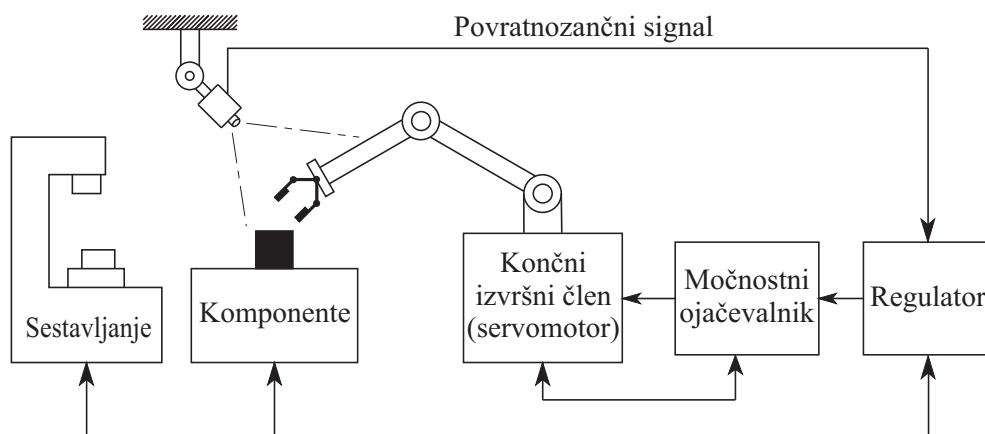
Robotsko vodenje

Industrijski roboti se često uporabljajo v industriji za povečanje produktivnosti. Robot lahko opravlja enostavna (monotona) ali pa tudi kompleksna dela, ne da bi se pri tem pojavljale napake. Dela lahko v okolju, ki ga človek ne prenese brez škodljivih posledic; to je pri ekstremnih temperaturah, pri ekstremnih tlakih, v onesnaženem okolju, v vodi ali v vakuumu.

Industrijski robot rokuje s predmeti različnih oblik in različnih tež. Zato ima vsaj roko, zapestje in prijemalko. Imeti mora določeno moč in zmožnost določene gibljivosti. Najsodobnejši roboti se znajo sami gibati v omejenem prostoru tovarne.

Industrijski roboti morajo imeti določena tipala. Pri enostavnejših izvedbah so v okolici robota vgrajena mikrostikala. Robot se dotakne predmeta in se potem

giblje po komandah mikrostikal. Najsodobnejši roboti pa uporabljajo optične naprave za zaznavanje kot npr. TV kamero. Na osnovi razpoznavanja vzorcev, ki jih daje TV slika, se robot ustrezno giblje. Tak robotski regulacijski sistem prikazuje slika 1.14.



Slika 1.14: Robotski regulacijski sistem

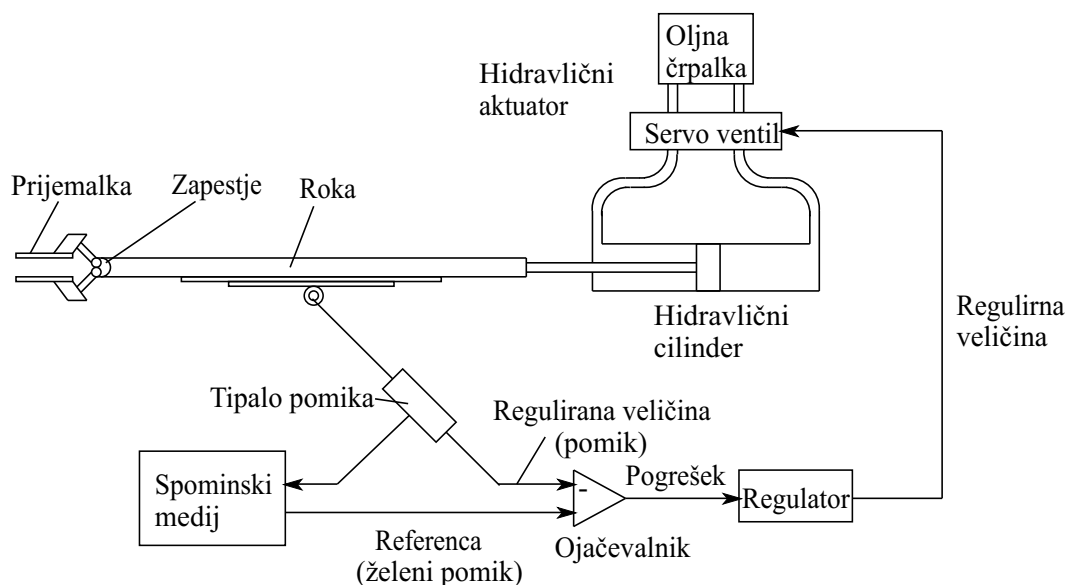
Za ustrezno prepoznavanje vzorcev je seveda nujno potreben mikroračunalnik. V določenih računalniško vodenih aplikacijah robot prepozna prisotnost in orientacijo mehanskega dela s postopkom prepoznavanja vzorcev. Nato robot prime mehanski del ter ga položi na mesto, kjer nato več delov združi v določen predmet.

Regulacija robotske roke

Slika 1.15 prikazuje sistem za regulacijo robotske roke. Primer je poenostavljen in kaže regulacijo pozicije v eni sami smeri oz. premikanje v eni prostostni stopnji. Dejansko ima kompletni mehanizem običajno sedem prostostnih stopenj (roka tri, zapestje tri in prijemalka eno (stisk)).

Za pozicioniranje roke in zapestja uporabljamo pozicijski regulacijski sistem. Ker robotska roka običajno potrebuje hitrost in moč, se kot vir moči uporablja hidravlični ali pnevmatski sistem. Za srednje moči so primerni tudi enosmerni motorji, za majhne moči pa koračni motorji.

Robotsko roko premika regulacijski sistem. Le-ta na osnovi referenčnega signala, ki je zapisan v spominskem mediju računalnika, omogoča ustrezno gibanje. Pri sodobnih robotskih sistemih je običajni postopek, da človek operater ročno vodi



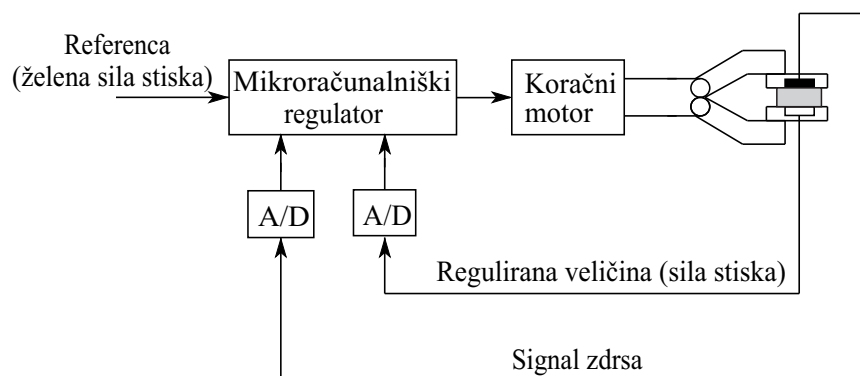
Slika 1.15: Regulacija robotske roke

robotu po želenih trajektorijah, računalnik pa snema ustrezne referenčne signale. Temu pravimo učenje robota. V fazi delovanja je nato robot ob optimalnem sledenju posnetim referenčnim signalom sposoben opravljati zelene funkcije.

Regulacija sile stiska v robotovi prijemalki

Slika 1.16 prikazuje shematski prikaz robotskega sistema za regulacijo sile stiska v prijemalki.

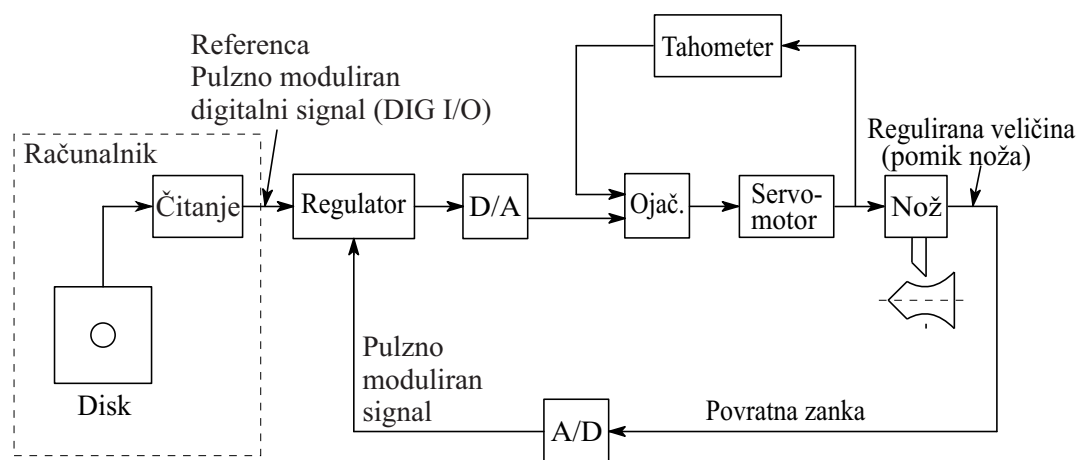
Če je sila stiska premajhna, robot predmet izpusti, če pa je prevelika, lahko poškoduje ali uniči predmet. V sistemu, ki ga prikazuje slika 1.16, je sila stiska prednastavljena (regulirana) na neko srednjo vrednost. Prijemalka vzame in dvigne predmet s prednastavljeno silo stiska. V roki pa je vgrajeno tudi tipalo, ki detektira morebitni zdrs. Tako tipalo običajno vsebuje svetlobno diodo in fototranzistor. V primeru zdrsa dobi mikroračunalnik oz. regulator zahtevo, da poveča silo stiska. Na ta način se vzpostavi ustrezna sila, ki prepreči zdrs, a hkrati prepreči tudi poškodbo predmeta.



Slika 1.16: Regulacija sile stiska v prijemalki

Numerični regulacijski sistem

Za numerični regulacijski (krmilni) sistem (angl. NC - numeric control) je značilno, da omogoča pozicioniranje (gibanje) s pomočjo zaporedja števil, ki se nahajajo na pomnilniškem mediju računalnika. Tak sistem za avtomatsko krojenje prikazuje slika 1.17.



Slika 1.17: Sistem za avtomatsko krojenje

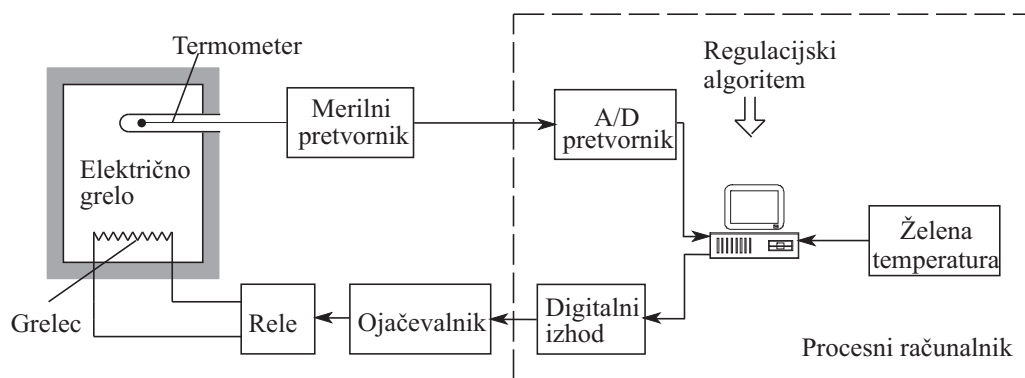
Pred začetkom krojenja se iz pomnilniškega medija računalnika prenesejo ustrezna števila, ki definirajo zahtevani kraj. Na podlagi teh števil se generira referenca v obliki pulzno frekvenčnega moduliranega signala. Ta signal se primerja s povratno-zančnim pulzno frekvenčno moduliranim signalom, ki ga daje analogni - digitalni pretvornik (A/D). Regulator na osnovi difference generira signal, ki ga digitalno - analogni pretvornik (D/A) pretvori v zvezni signal. Ta signal predstavlja

interno referenco za servosistem, ki omogoča ustrezno regulacijo hitrosti noža za krojenje. Slika predstavlja regulacijski sistem za eno koordinato. Za krojenje v xy ravnini potrebujemo dva taka sistema.

Sistem za avtomatsko krojenje omogoča visoko produktivnost ter kroje v strogem tolerančnem področju.

Temperaturni regulacijski sistem

Slika 1.18 prikazuje bloni diagram temperature regulacije električnega grela.

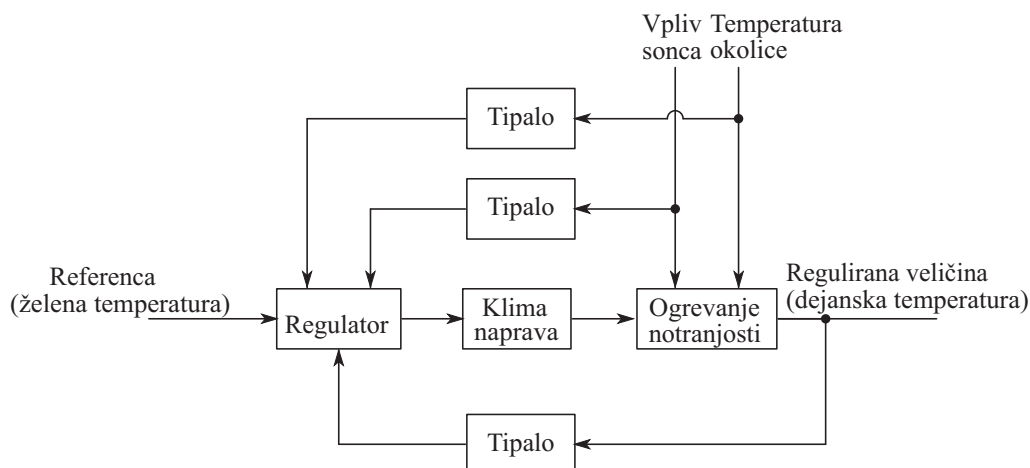


Slika 1.18: Sistem za regulacijo temperature

Temperaturo električnega grela meri termometer, ki daje ustrezni analogni signal. Le-ta se pretvori v digitalnega z ustreznim analogni - digitalnim pretvornikom (A/D). Mikroračunalniški regulator primerja ta signal z referenčnim signalom, ki ga je seveda možno podati preko tipkovnice. Na podlagi izračunanega pogreška regulator vključuje in izključuje grelec preko ustreznega digitalnega izhoda, ojačevalnika in releja (oz. kontaktorja).

Regulacija notranje temperature v avtomobilu

Slika 1.19 prikazuje shematski diagram sistema za regulacijo temperature v notranjosti avtomobila. Regulator primerja želeno in merjeno temperaturo, hkrati pa sprejema tudi informacijo o zunanji temperaturi in o sončnem sevanju preko ustreznih tipal. Ta dva signala obravnavamo kot motnji. Zato je ta sistem kombinacija odprtozančnega vodenja (krmiljenja) in zaprtozančne regulacije. Medtem



Slika 1.19: Regulacija notranje temperature v avtomobilu

ko zaprtozančna regulacija deluje običajno, t.j. na osnovi pogreška merjene in regulirane veličine, pa je za krmiljenje značilno, da lahko odpravlja motnje brez bistvenih zakasnitev, saj istočasno, ko le-te delujejo na proces, dobi regulator že informacijo o teh motnjah in ustrezno ukrepa. Tako krmiljenje je tem bolj učinkovito, čim bliže je motnja vходу v proces, saj jo je v tem primeru možno praktično neposredno odšteti. Na osnovi štirih signalov regulator določi ustrezeni regulirni signal, ki ga posreduje klimatski napravi.

Prometni regulacijski sistem

Semaforji v prometnem režimu se običajno prižigajo s konstantno časovno sekvenco, kar predstavlja odprtozančni ali krmilni sistem. Naprednejši sistemi pa na nekem področju stalno merijo gostoto prometa ter informacijo posredujejo centralnemu računalniku, ki potem ustrezno koordinira delovanje semaforjev. Torej je tudi v prometu možno uporabiti zaprtozančno regulacijo.

Proces, ki se v tem primeru regulira, je silno kompleksen, saj gostota zavisi tudi od ure, dneva ter od raznih drugih faktorjev. V nekaterih primerih se lahko uspešno uporabi Poissonova naključna distribucija, s pomočjo katere z določeno verjetnostjo lahko napovemo ustrezne prihode v križišče. V splošnem je bistveno, da minimiziramo povprečni čas čakanja v križišču.

Biološki regulacijski sistem

Regulacijski sistemi pa se ne uporabljajo le na tehničnih področjih. V naravi je zelo pogost primer, da je številčnost oz. naraščanje ene vrste bakterij pogojeno s številčnostjo neke druge vrste, če so le-te npr. vezane na isto hrano. Pod določenimi pogoji lahko številčnost oz. razmnoževanje dveh vrst opišemo z diferencialnima enačbama

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_{11} x_1 - a_{12} x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= a_{21} x_2 - a_{22} x_1 x_2\end{aligned}$$

pri čemer so a_{11}, a_{12}, a_{21} in a_{22} pozitivne konstante in x_1, x_2 pozitivni števili. Ti dve enačbi sta Volterra-ovi enačbi za opis biološkega sistema. Prvi člen omogoča povečanje bakterij zaradi razmnoževanja, ki je pač odvisno od števila bakterij, drugi člen pa predstavlja zmanjševanje zaradi umiranja (zaradi pomanjkanja hrane), ki je odvisno od produkta števila obeh bakterij.

Z določenimi kemikalijami enačbi spremenimo v obliko

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_{11} x_1 - a_{12} x_1 x_2 - b_1 u \\ \dot{x}_2 &= a_{21} x_2 - a_{22} x_1 x_2 - b_2 u\end{aligned}$$

Pri tem sta b_1 in b_2 konstanti, u pa je regulirna veličina (količina kemikalij). Eden od možnih regulacijskih problemov je, kako minimizirati v določenem časovnem intervalu populacijo x_1 ob hkratni čim večji populaciji x_2 .

Ekonomski regulacijski sistem

Znano je, da velikost zalog bistveno vpliva na dobiček nekega podjetja. Zato je pomembno, da velikost zalog primerjamo z želeno količino zalog. Slednja je specifična za vsak produkt in odvisna od številnih dejavnikov. Če obstaja razlika med želenimi in dejanskimi zalogami, je potrebno spremeniti proizvodnjo tako, da se bo pogrešek izničil.

1.8 Nekateri dodatni pojmi, ki jih srečujemo v regulaciji

Servosistem

Servosistem je povratnozančni regulacijski sistem, v katerem je regulirana veličina pozicija, hitrost ali pospešek mehanskega dela. Zato sta izraza servosistem in pozicijski (ali hitrostni ali pospeškovni) regulacijski sistem identična. Servosistemi se veliko uporabljajo v sodobni industriji, zlasti v robotiki, letalski, vesoljski tehniki itd.

Procesni regulacijski sistem

Procesni regulacijski sistem je sistem, v katerem je regulirana veličina temperatura, tlak, pretok, nivo tekočine ali pH . Tovrstni regulacijski sistemi so zelo pogosti zlasti v kemični industriji, pa tudi v vsakdanjem življenju (regulacija temperature).

Stohastični regulacijski sistem

Stohastični regulacijski sistemi so sistemi, v katere vstopajo naključni (stohastični) signali predvsem kot motilni signali. Deterministični regulatorji so sicer do neke mere uspešni tudi pri odpravljanju stohastičnih motenj, vendar je za optimalno delovanje potrebno načrtati posebne regulatorje, ki upoštevajo statistične parametre stohastičnih signalov.

Adaptivni regulacijski sistem

Dinamične karakteristike večine regulacijskih sistemov niso konstantne. Učinke majhnih sprememb sicer povratna zanka zadovoljivo odpravi. Pri znatnejših spremembah parametrov pa mora imeti regulacijski sistem sposobnost prilagajanja na te spremembe. Adaptivni regulacijski sistem avtomatsko zazna spremembe v parametrih in v skladu s tem prilagodi regulacijski algoritem. Adaptivni sistemi

so torej časovno spremenljivi sistemi. Predstavljajo eno najsodobnejših raziskovalnih področij avtomatike.

Samoučeči regulacijski sistem

Če skušamo avtomatizirati sisteme vodenja, v katerih je povratnozančni regulator človek-operator, pridemo nemalokrat do problemov, ko želimo delovanje operaterja popisati z enačbami. Človek ima namreč lastnost učenja. Z več izkušnjami postane boljši regulator, kar je seveda treba upoštevati. Avtomatski regulacijski sistemi s podobnimi lastnostmi se imenujejo samoučeči regulacijski sistemi (learnig control systems). Tudi samoučeči regulacijski sistemi predstavljajo eno najsodobnejših področij, ki se zelo močno povezuje s področji umetne inteligence, ekspertnih sistemov in nevronske mreže.

1.9 Razvrstitev regulacijskih sistemov

Regulacijske sisteme je možno razvrstiti glede na različne kriterije. V nadaljevanju podajamo samo nekatere od možnih razvrstitev.

Linearni in nelinearni regulacijski sistemi

Strogo vzeto je večina realnih sistemov nelinearnih, kar pomeni, da jih opišemo s sistemi nelinearnih algebrskih in diferencialnih enačb. Vendar take sisteme lahko lineariziramo, če se spremenljivke malo spreminjajo v okolici določene delovne točke. Ena od glavnih razlik med linearnimi in nelinearnimi sistemi je v tem, da za nelinearne sisteme ne velja princip superpozicije.

Nelinearnost pa ni vedno nezaželen pojav v regulacijskih sistemih. Včasih jo namensko uporabimo za doseg optimalnejšega delovanja. Tipični so stopenjski (ON-OFF) regulatorji, ki se najpogosteje uporabljajo pri regulaciji temperature, pa tudi pri regulaciji izstrelkov in vesoljskih ladij.

Časovno nespremenljivi in časovno spremenljivi regulacijski sistemi

Za časovno nespremenljive regulacijske sisteme je značilno, da se njihovi parametri s časom ne spreminjajo. Odziv takega sistema je neodvisen od trenutka nastopa vhodnega signala. Za časovno spremenljiv sistem je značilno, da se eden ali več parametrov s časom spreminja. Torej je odziv odvisen od trenutka nastopa vhodnega signala. Primer takega sistema predstavlja regulacijski sistem z vesoljsko ladjo, ko se njena masa zaradi porabe goriva s časom manjša.

Zvezni, diskretni in kombinirani (hibridni) regulacijski sistemi

V zveznih regulacijskih sistemih so vse veličine definirane za vse čase t . Take sisteme opišemo z diferencialnimi enačbami, ki jih lahko obravnavamo z Laplace-ovo transformacijo. Za diskretne regulacijske sisteme pa je značilno, da so veličine definirane samo v diskretnih časovnih trenutkih. Običajno jih obravnavamo z diferenčnimi enačbami ali z Z -transformacijo. Če pa v regulacijskih sistemih nastopajo zvezne in diskretne veličine, jih imenujemo kombinirani ali hibridni regulacijski sistemi. Primer zveznega sistema predstavlja regulacija realnega zveznega procesa s klasičnim analognim regulatorjem, primer diskretnega sistema predstavlja regulacija diskretnega modela procesa z diskretnim regulatorjem (simulacija), medtem ko je hibridni regulacijski sistem najpogostejši pri sodobnih izvedbah regulacijskih sistemov. V tem primeru računalniško izveden diskretni regulator regulira zvezni realni proces.

Zvezni in nezvezni (kontinuirni in diskontinuirni) regulacijski sistemi

Po tej delitvi je za zvezne (kontinuirne) sisteme značilno, da so vse veličine in njeni odvodi v regulacijskem sistemu zvezne funkcije časa. Za nezvezne (diskontinuirne) sisteme pa je značilno, da je vsaj ena veličina ali njen odvod nezvezna funkcija časa. Taki sistemi so običajno nelinearni. Tipični element, ki v regulacijski sistem vnaša nezveznost in nelinearnosti, je relejska karakteristika. Treba pa je tudi povedati, da v naravi praktično ni nezveznih sistemov. Nezveznosti v regulacijskih sistemih pravzaprav izvirajo iz poenostavitev v fazi modeliranja.

Enovhodni, enoizhodni in večvhodni, večizhodni regulacijski sistemi

Regulacijski sistem ima lahko en vhod in en izhod. Primer takega sistema je pozicijski servosistem, katerega vhod (referenca) je želeni položaj, izhod (regulirana veličina) pa je dejanski položaj. Tak sistem imenujemo enovhodni, enoizhodni ali univariabilni sistem. Če pa ima sistem več vhodov in/ali izhodov, ga imenujemo večvhodni, večizhodni ali multivariabilni sistem. Značilno je, da vhodi lahko vplivajo na različne izhode. Take interakcije dajejo sistemu pravi multivariabilnostni značaj in zahtevajo uporabo specifičnih načrtovalnih postopkov. Primer multivariabilnega regulacijskega sistema je ročna regulacija pretoka in temperature s pomočjo mešalne baterije. Če imamo enoročno mešalno baterijo, je to dokaj pohleven multivariabilen sistem, ki ga lahko obravnavamo kot dva univariabilna sistema. Bistveno težje je regulirati z dvoročno baterijo. V tem primeru gre za pravi multivariabilni sistem, saj oba vhoda vplivata na obe regulirani veličini.

Regulacijski sistemi s koncentriranimi in porazdeljenimi parametri

Regulacijske sisteme, ki jih lahko opišemo z navadnimi diferencialnimi enačbami (ordinary differential equations - ODE), imenujemo sisteme s koncentriranimi parametri. Sistemi, ki jih opišemo s parcialnimi diferencialnimi enačbami (partial differential equations - PDE), pa so regulacijski sistemi s porazdeljenimi parametri.

Deterministični in stohastični regulacijski sistemi

Regulacijski sistem je determinističen, če je njegov odziv predvidljiv in ponovljiv. V obratnem primeru je regulacijski sistem stohastičen.

1.10 Sistemski pristop k načrtovanju vodenja sistemov

Problem vodenja nastopi, ko obnašanje procesa odstopa od želenega. Rešitev predstavlja sistem za vodenje, ki ga načrtovalec sintetizira tako, da se po njegovi implementaciji celotni sistem zadovoljivo približa želenemu obnašanju.

Načrtovanje vodenja sistemov ima značilnosti koračnih kot tudi zanknih (cikličnih) postopkov. V vsakem koraku, katerega namen je približevanje h končni rešitvi problema, se namreč iterativno približujemo končni rešitvi. Seveda iteracije niso omejene le na določen korak, temveč so značilne za celotni postopek.

Potek načrtovanja (od nastopa problema vodenja do izpolnitve zastavljenega cilja) najlažje ponazorimo s shemo. Slika 1.20 prikazuje običajne korake postopka in iterativne zanke med njimi. Pri konkretnem načrtovanju je potrebno izvesti le nekatere izmed njih, največkrat pa kar vse.

Definicija problema vodenja je prvi korak. Tu je nujno potrebno sodelovanje med tehnologom, ki dobro pozna proces, in avtomatikom, ki pozna postopek načrtovanja. Iz tega nastanejo osnovne specifikacije in koncepti.

Za načrtovanje vodenja kompleksnejših sistemov je potreben matematični model sistema. Tega lahko izpeljemo iz fizikalnih zakonov procesa (teoretično modeliranje) ali pa ga določimo z eno izmed identifikacijskih metod (eksperimentalno modeliranje). V obeh primerih je možno določiti prave vrednosti parametrov (numerični model) le na osnovi meritev realnega sistema.

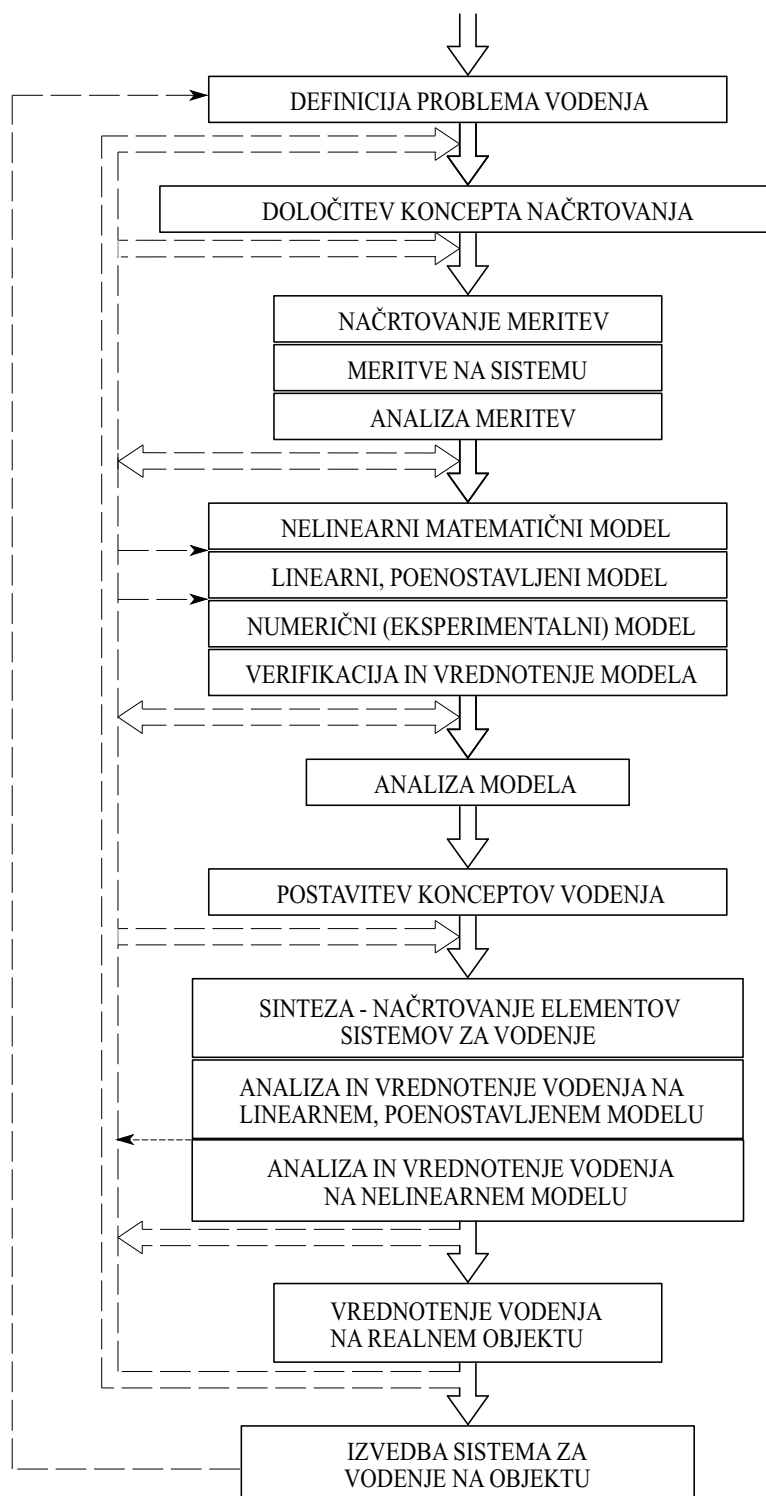
Meritve so torej nujno potrebne (če proces že obstaja) in so ponavadi prvi korak postopka. Model nikoli ne more biti boljši od meritev, zato slabe meritve vodijo do slabega modela. Priprava meritev in načrtovanje eksperimentov sta zelo pomembna elementa načrtovalnega postopka. Planiranje temelji na izkušnjah, intuiciji in splošno znanih fizikalnih zakonih, ki jih uporabimo pri obravnavani konkretnega realnega objekta in njegovih komponent. Rezultati planiranja meritev so:

- seznam veličin, ki jih je potrebno meriti, in njihova narava glede na problem vodenja (regulirne, regulirane, motilne in spremljajoče veličine),
- seznam eksperimentov, ki jih je potrebno opraviti (načini vzbujanja sistema pri meritvah),

- pridružene definicije, kot so izbor in način priključitve merilne opreme, časi vzorčenja, preračunski faktorji ter nastavitve filtrov, s katerimi izločamo motnje procesa in kompenziramo vpliv diskretnega odjemanja vzorcev.

Običajno sta potrebni dve vrsti meritev:

- statične in
- dinamične.



Slika 1.20: Iterativni postopek načrtovanja in implementacije sistema za vodenje (regulacijo)

Statične meritve so osnova za določevanje parametrov posameznih komponent procesa ali procesa v celoti. Meritve izvedemo tako, da pri konstantnih vrednostih vplivnih veličin izmerimo (v ustaljenem stanju) vrednosti odvisnih veličin. Tako dobimo t.i. statične karakteristike komponent. Pri dinamičnih meritvah, katerih rezultati so časovni odzivi sistema v izbranih delovnih točkah, vzbujamo sistem s preizkusnimi, časovno spremenljivimi poteki vplivnih veličin. Izmerjeni časovni poteki vhodov in izhodov so osnova za razvoj matematičnega modela.

Sledi analiza meritev. Z njo si izpopolnimo začetna znanja o sistemu, izločimo očitne merilne napake in obdelamo meritve (npr. normiranje, kalibriranje, glajenje, filtriranje).

Naslednji korak predstavlja gradnja dinamičnega modela. V postopku modeliranja običajno najprej dobimo nelinearni matematični model, v nadaljnjih korakih pa ta model lineariziramo in poenostavljamo v skladu z nameni modela. Model moramo prevesti tudi v obliko, ki je primerna za eksperimentiranje, t.j. v numerični (eksperimentalni model). To je običajno računalniški simulacijski program. Za verifikacijo in vrednotenje (validacijo) modela največkrat uporabljamo simulacijo, pa tudi nekatere metode analize (npr. Bodejev diagram, lego polov in ničel).

Sledi analiza modela. Tu skušamo z analitičnimi metodami bolje spoznati sistem, oziroma dobiti občutek o lastnostih sistema. Možne metode so simulacija, transformacije modela v druge možne oblike zapisa, metode analize v časovnem in frekvenčnem prostoru ter v prostoru stanj.

V splošnem lahko pri sintezi vodenja določimo elemente sistema za vodenje s pomočjo vrste metod. Vendar je postavitve koncepta sistema za vodenje odvisna predvsem od znanja in izkušenj načrtovalca. Najpomembnejši cilji, ki jih želimo doseči, so stabilno delovanje, želeni prevzpon ter primerna hitrost reagiranja pri spremembi želenih vrednosti (sledilno delovanje), hitro odpravljanje motenj v regulacijski zanki (regulacijsko delovanje), robustno delovanje pri predvidljivih in nepredvidljivih spremembah parametrov obratovanja, itd. Za doseg ciljev se uporabljajo naslednje metode:

- simulacija in optimizacija,
- metode za doseg želenih zaprtozanknih polov (diagram lege korenov, metode za premikanje polov),
- frekvenčne metode (Bodejev diagram, polarni diagram in Nyquistov dia-

gram, Nyquistov stabilnostni kriterij, ojačevalni in fazni razločki, inverzni Nyquistov diagram, metoda karakterističnih mest),

- metode sinteze v časovnem prostoru (optimalni regulator stanj), itd.

Po načrtovanju je nujno vrednotenje, ki je podobno vrednotenju modela. Celotni sistem je namreč podan z modelom, ki združuje model realnega procesa ter načrtane elemente za vodenje. Vrednotenje običajno izvedemo najprej s pomočjo poenostavljenega, lineariziranega modela, nato pa še s pomočjo nelinearnega modela. Pri tem je potrebno posvetiti posebno pozornost primerjavi z zahtevami.

Zadnji korak načrtovanja je izvedba sistema vodenja na realnem objektu, kar v nobenem primeru ni preprosto. Vrednotenje na realnem objektu vključuje vse dejavnike končne izvedbe z uporabo razvojnega in ne namenskega računalnika. Končna rešitev pa vključuje izvedbo načrtanih algoritmov na namenski materialni opremi (npr. procesni računalnik, industrijski regulator, programabilni logični krmilnik, ...). Pri izvedbi je potrebno vključiti še vrsto zahtev, ki so v načrtovalnem postopku zaradi poenostavljanja namerno izpuščene (npr. možnost preklapljanja ročno - avtomatsko, način merjenja in obdelava merjenih signalov, alarmi, različni grafični prikazi in komunikacije z operaterjem, ...).

Podani opis postopka načrtovanja vodenja sistemov ni popoln. Njegov namen je prikazati le tipične korake, njihov vrstni red in nakazati, kakšne metode in postopke bi morala vključevati sodobna orodja za računalniško podprto načrtovanje (inženirstvo). Uporabimo ga lahko za orientacijo pri pripravi načrtovalnega postopka. Iz njega je razvidna kompleksnost in raznovrstnost opravil, ki jih mora načrtovalec izvesti. Če izvzamemo izvedbo na realnem objektu, ki jo zelo težko posplošimo zaradi odvisnosti od programske in materialne opreme ter specifičnosti konkretne aplikacije, so v načrtovalnem postopku najbolj bistvene meritve, modeliranje, analiza in načrtovanje. Zato si oglejmo podrobnejši opis nekaterih najbolj tipičnih problemov in metod znotraj omenjenih faz. Pri tem je posvečena največja pozornost modeliranju, kot temelju načrtovalnega postopka in načrtovanju kot končnemu cilju.

1.10.1 Meritve

Planiranje meritev

Priprava meritev in načrtovanje eksperimentov sta zelo pomembna elementa načrtovalnega postopka. Planiranje temelji na izkušnjah, intuiciji in splošno znanih fizikalnih zakonih, ki jih uporabimo pri obravnavani konkretnega realnega objekta in njegovih komponent. Rezultati planiranja meritev so:

- seznam veličin, ki jih je potrebno meriti, in njihova narava glede na problem vodenja (regulirne, regulirane, motilne in spremljajoče veličine),
- seznam eksperimentov, ki jih je potrebno opraviti (načini vzbujanja sistema pri meritvah),
- pridružene definicije, kot so izbor in način priključitve merilne opreme, časi vzorčenja, preračunski faktorji ter nastavitve filtrov, s katerimi izločamo motnje procesa in kompenziramo vpliv diskretnega odjemanja vzorcev.

Postopek planiranja meritev temelji na gradnji abstraktnega modela procesa in na ocenah nekaterih njegovih tipičnih parametrov, obenem pa že predvideva tudi možne koncepte vodenja. Zato je nepogrešljiv pri načrtovanju vodenja in daje v povezavi z opravljenimi meritvami in njihovo analizo boljši vpogled v obnašanje sistema. Posredno vpliva tudi na izbiro poti pri nadaljnjem postopku načrtovanja.

Vrste meritev

Pri načrtovanju vodenja dinamičnih sistemov sta običajno potrebni dve vrsti meritev:

- statične in
- dinamične.

Statične meritve so osnova za določevanje parametrov posameznih komponent procesa ali procesa v celoti. Posebno pomembne so pri večjih oziroma nezamisljivih nelinearnostih. Pri teh meritvah so zanimive le ustaljene razmere. Meritve izvedemo tako, da pri konstantnih vrednostih vplivnih veličin izmerimo (v

ustaljenem stanju) vrednosti odvisnih. Če postopek ponovimo pri različnih vrednostih vplivnih veličin (npr. pri različnih temperaturah), dobimo družino krivulj. Z ustreznim postopkom (npr. z regresijo ali z metodami za prilagajanje krivulj) lahko potem določimo matematični model obravnavanega dela procesa oziroma vpliv izbranih veličin na odvisne veličine (statične karakteristike).

Pri dinamičnih meritvah, katerih rezultati so časovni odzivi sistema v izbranih delovnih točkah, vzbujamo sistem s preizkusnimi, časovno spremenljivimi poteki vplivnih veličin. Izmerjene časovne vrste vhodov in izhodov so osnova za razvoj matematičnega modela (prilagajanje parametrov teoretičnega modela oziroma razvoj eksperimentalnega modela).

Izbira časovnih potekov vplivnih veličin za dinamične meritve je odvisna od pričakovanih lastnosti procesa ter od informacije, ki jo želimo dobiti. Seveda moramo pri tem upoštevati realne (dovoljene) razmere in čim bolj izpolniti pogoje identifikabilnosti (poteki morajo vsebovati zadostno število vzorcev in vzbuditi vsa stanja procesa). Najbolj tipični vzbujevalni signali so psevdona-ključni binarni signali, sinusni signali, operativni signali procesa ter njihove kombinacije.

Pri vseh meritvah realnega procesa prihaja do kompromisov med željami in možnostmi. Ti so navadno v škodo želja, oziroma v škodo kvalitete meritev. Navedimo le nekaj najbolj tipičnih primerov:

- Ker je v nekaterih primerih izredno težko obdržati dinamični sistem v ustaljenem stanju, je potrebno pri statičnih meritvah dodati neke vrste regulacijo (dinamiko).
- Pri dinamičnih meritvah moramo zaradi problemov stabilnosti in varnosti sistema često uporabiti preizkusne signale v regulacijski zanki, čeprav so za identifikacijo primernejše meritve v odprti zanki.
- Ker morajo meritve potekati pri normalnih obratovalnih pogojih, je zaželeno, da meritve ne povzročijo prevelikih motenj v proizvodnji.
- Zaradi stabilnosti in varnosti uporabljamo manjše amplitude preizkusnih vhodnih signalov, čeprav bi za učinkovito modeliranje potrebovali večje.

Analiza meritev

Na podlagi izrisanih rezultatov meritev, njihove primerjave, logičnega sklepanja in izkušenj ugotovimo, katere meritve so zaradi morebitnih napak neuporabne za modeliranje (npr. tiste, ki vsebujejo odstopanja, ki jih s fizikalnimi zakonitostmi ni mogoče pojasniti). Z vizualnim pregledom lahko dokaj hitro ugotovimo tudi večje motilne veličine, ocenimo njihovo velikost ter zakasnitev in stopnjo nelinearnosti procesa. Opisanemu postopku pravimo tudi preliminarna analiza meritev.

Običajno sledi vizualnemu vrednotenju sistematična obdelava signalov, pri kateri izločimo očitne in razložljive motnje (z ročnimi posegi ali z metodami filtriranja in interpolacije) ter prevedemo merjene vrednosti v ustrezne enote, izračunamo srednje in skrajne vrednosti ter varianco merjenih veličin. Včasih pa izvedemo tudi bolj kompleksne operacije. Pri sistemih, ki vsebujejo amplitudno modulacijo, je na primer smiselno izločiti nosilno frekvenco. Podobno velja za vpliv nelinearnosti merilnikov, če so ti slabše kvalitete in jih ne nameravamo uporabiti v končni izvedbi.

Obdelava signalov lahko vključuje tudi operacije, ki predstavljajo pripravo meritev za identifikacijo. Te operacije so pogojene z vrsto modela, ki ga želimo načrtati, in metodo določevanja parametrov. Če na primer opazujemo sistem v delovni točki, kar je zlasti uporabno pri nelinearnih sistemih, ali če uporabimo metodo, ki je občutljiva na enosmerne komponente, je potrebno iz meritev izločiti enosmerne komponente, ki določajo delovno točko.

1.10.2 Modeliranje procesov

Neparametrični modeli procesa

Neparametrične modele linearnega časovno nespremenljivega procesa lahko določimo iz vhodno izhodnih signalov (meritev) oziroma iz nekaterih njihovih lastnosti z uporabo operacij, kot so Fourier-ova transformacija, avtokorelacija, križna korelacija, konvolucija, močnostni spekter korelacijske funkcije, kovarianca itd. Tipični neparametrični model je podan npr. z Fourier-ovo transformacijo vhodnega in izhodnega signala.

Parametrični modeli procesa

Parametrične modele pogosto uporabljamo pri analizi in načrtovanju tako tehniških kot tudi netehniških sistemov. Zaradi široke uporabnosti pa postopki za njihovo gradnjo niso poenoteni. Razen nekaterih osnovnih značilnosti, ki so skupne modelom na vseh področjih in jih je zato mogoče posploševati (npr. namen in funkcija modela glede na potrebe, definicija modela glede na vplivne, motilne in odvisne veličine ter izbor primerne kompleksnosti modela v odvisnosti od njihovega namena), so običajno za vsako raziskovalno področje tipični specifični pristopi in metode modeliranja.

Parametrično modeliranje je v teoriji vodenja sistemov relativno dobro obdelano. Razdelimo ga lahko na teoretično in eksperimentalno modeliranje ter na kombinacijo obeh. Značilnost čistega teoretičnega modeliranja je popolno poznavanje sistema (naravnih zakonitosti in vrednosti parametrov). Pri popolnoma eksperimentalnem določanju modela, to je pri identifikaciji, podrobno poznavanje sistema ni potrebno, saj temelji modeliranje zgolj na eksperimentih (meritvah).

Izbor načina modeliranja je predvsem odvisen od znanja o sistemu in od namena modela, posredno pa tudi od časa in stroškov, ki smo jih pripravljeni vložiti v razvoj modela. Način modeliranja je običajno kombinacija teoretičnega in eksperimentalnega pristopa, pri čemer je eden vodilen, drugega pa uporabljamo za reševanje delnih problemov.

Razen omenjenih osnovnih principov modeliranja so v teoriji vodenja podrobneje obdelane tudi številne metode za izračun numeričnih modelov procesov (metode za estimacijo parametrov), ki so osnova za uspešno načrtovanje in končno izvedbo vodenja na konkretnem realnem objektu. Največkrat se uporabljajo metoda najmanjših kvadratov in njene izpeljanke. Za linearne sisteme so ustrezne matematične relacije v nerekurzivni (primerne za "off-line" uporabo) ali rekurzivni obliki (primerne tudi za "on-line" uporabo). Pri nelinearnih sistemih pa so te metode ali njihove izpeljanke pogosto uporabljene kot kriterijske funkcije pri optimizaciji.

Podrobnejša razvrstitev parametričnih modelov je zelo kompleksna. Naj naštejemo le najbolj tipične vrste modelov in njihove komplemente ali nasprotja:

- linearni - nelinearni,
- zvezni - diskretni - hibridni,

- deterministični - stohastični,
- modeli v delovni točki - absolutni modeli,
- modeli s koncentriranimi parametri - modeli s porazdeljenimi parametri,
- časovno nespremenljivi modeli - časovno spremenljivi modeli.

Vrsta modela in metoda razvoja le-tega sta povsem odvisni od konkretnega procesa, znanja o procesu in okolici, od metode, ki jo nameravamo uporabiti pri načrtovanju elementov za vodenje, in ne nazadnje tudi od kvalitativne presoje vseh teh elementov v povezavi. Za celoten postopek modeliranja ne obstajajo splošno veljavna pravila. Zato naj še enkrat poudarimo, da pri načrtovanju vodenja realnih procesov, ki so običajno kompleksni in nelinearni, težimo k uporabi poenostavljenih in linearnih modelov. Pred izvedbo pa po možnosti ovrednotimo načrtane sisteme še s simulacijo na prvotnem, nelinearnem modelu. Linearne modele lahko izpeljemo iz nelinearnih s teoretičnim ali z eksperimentalnim načinom. Razvoj poenostavljenih modelov temelji v glavnem na eksperimentu, pri čemer je kriterij pri izpeljavi in vrednotenju modela ujemanje odziva poenostavljenega modela z odzivom prvotnega, nelinearnega modela ali pa z merjenim odzivom realnega procesa.

Teoretično modeliranje

Teoretično modeliranje temelji na znanih zakonitostih (npr. fizikalni in kemijski zakoni) in ga lahko uporabimo tudi tedaj, ko realnega sistema še ni (projektiranje novega procesa). Enak pristop uporabimo tudi v primeru, ko bi meritve na realnem sistemu ogrožale varnost delovanja, ali ko bi povzročale nedopustne motnje pri obratovanju. Teoretično modeliranje je nujno tudi takrat, ko želimo, da ima model "vse" lastnosti realnega sistema (kar pri načrtovanju vodenja sistema pogosto ni potrebno).

Teoretično modeliranje je dolgotrajen postopek, ki zahteva zelo dobro poznavanje posameznih podsklopov. Zanj je tipična fazna gradnja modela, oziroma postopno vključevanje podsklopov ter njihova sprotna verifikacija in vrednotenje. Teoretični modeli so skoraj vedno nelinearni. Razen tega so često zelo kompleksni in vsebujejo številne podsklope, ki glede na vodenje ne predstavljajo bistvenih lastnosti. Običajno je rezultat teoretičnega modeliranja opis sistema z nelinearnimi diferencialnimi ali diferenčnimi enačbami (dinamična karakteristika) v povezavi s

specifičnimi nelinearnostmi (npr. histereza) in algebrainimi enačbami (statična karakteristika).

Teoretični modeli so podani v analitični obliki (parametri procesa so vanj vključeni simbolično), kar omogoča uporabo istih modelov za družino sorodnih procesov. Za konkretni proces je potrebno vključiti le ustrezne vrednosti parametrov in tako dobljeni numerični model ovrednotiti.

Eksperimentalno modeliranje

Eksperimentalno modeliranje temelji na izmerjenih vhodno izhodnih podatkih sistema v časovnem ali frekvenčnem prostoru. Cilj eksperimentalnega modeliranja je numerični model, katerega odziv se pri izbranem kriteriju najmanj razlikuje od realnega sistema. Za eksperimentalno modeliranje morajo biti dostopne meritve realnega sistema (včasih zadoščajo že meritve sorodnega procesa). Uporabimo ga takrat, ko teoretično modeliranje ni možno, oziroma je neupravičeno glede na čas in ceno razvoja modela.

Popolno eksperimentalno modeliranje, ki ga imenujemo tudi modeliranje po metodi črne škatle, je precej enostavnejše od teoretičnega, saj so postopki algoritmizirani. Zato lahko relativno hitro pridemo do modela posameznega podsklopa ali celotnega obravnavanega sistema.

Eksperimentalni modeli so običajno linearni in dokaj preprosti. Metode eksperimentalnega modeliranja avtomatsko “izločijo” nebistvene lastnosti obravnavanega sistema, saj le-teh iz meritev sploh ne morejo zaznati. Hkrati pa “upoštevajo” tudi vplivne veličine, ki jih ne upoštevamo pri razvoju modela. Vpliv teh veličin se odraža v razliki med izračunanimi in “pravimi” vrednostmi parametrov.

Eksperimentalni modeli so podani v numerični obliki in veljajo v splošnem le za proces in razmere, pri katerih so bile meritve opravljene. Običajno se modeli ujemajo s procesom le po vhodno izhodnem obnašanju in ne vključujejo nobenih razlag in zakonitosti o notranjem obnašanju sistema (stanja modela običajno nimajo nikakršne povezave s fizikalnimi stanji realnega procesa). Zato je potrebno posvetiti veliko pozornost njihovemu vrednotenju na večjem številu meritev. Te naj vsebujejo čimveč različnih načinov vzbujanja sistema v normalnem obratovanju (normalno vzbujanje in motnje).

Za spremenjene pogoje obratovanja ali za drug realni proces z enako funkcijo je že izračunani eksperimentalni model uporaben le takrat, ko spremembe bistveno ne vplivajo na pristop. Tak primer je razvoj strategije vodenja za družino procesov, ko izračunanih parametrov ne moremo neposredno uporabiti na konkretnem procesu.

Kombinirano modeliranje

V praksi običajno uporabljamo kombinacijo teoretičnega modeliranja, ki temelji na znanjih o sistemu, ter eksperimentalnega modeliranja, katerega osnova so meritve. Pri obravnavi realnih sistemov je namreč izredno težko doseči cilj zgolj z enim pristopom.

Pri teoretičnem modeliranju vrednotimo model z metodo, ki temelji na primerjavi meritev istega ali podobnega realnega objekta s simuliranimi odzivi modela pri enakem vzbujanju. Podoben eksperimentalni pristop lahko uporabimo tudi za natančno nastavitve parametrov teoretičnega modela. V praksi se namreč često dogaja, da so sicer “znani” parametri zaradi različnih vzrokov (npr. staranje materiala, spremenjene razmere v okolici) v resnici precej drugačni. Z metodologijo eksperimentalnega pristopa lahko v takih primerih določimo parametre modela tako, da se odziv bolje prilagaja meritvam. Tako do neke mere kompenziramo neznano in zato nemodelirano statiko in dinamiko.

Povezava eksperimentalnega modeliranja s teoretičnim je še bolj očitna. Popolno eksperimentalno modeliranje skoraj ni mogoče. Zaradi majhne informacije, ki jo vsebuje eksperimentalni model (le vhodno izhodno obnašanje), bi bilo potrebno izredno veliko vrednotenj, če bi želeli model zadosti zanesljivo uporabiti za nadaljnji potek načrtovanja. To velja še posebno za realne sisteme, ki so kompleksni in nelinearni. Zato je tudi pri metodah, ki so popolnoma eksperimentalne, dobrodošlo vsako vnaprejšnje znanje o sistemu. Pri aproksimaciji procesov z linearnimi modeli sta na primer pomembna predvsem red procesa, ki ga iz realnih podatkov (šumno okolje, manjše nelinearnosti) težko določimo zgolj z numeričnimi postopki, ter časovna zakasnitev, ki jo numerični postopki “aproksimirajo” z večjim redom sistema (večje število neznanih parametrov povzroča obenem večje numerične probleme). Za nelinearne procese je eksperimentalni način uporaben le v ozkem področju, zato moramo razviti niz eksperimentalnih modelov (za različne delovne točke) ali pa v model vgraditi vplivne nelinearnosti oziroma njihovo kompenzacijo. Omenjena znanja o modeliranem procesu (red sistema, časovne zakasnitve, vključevanje nelinearnosti) so že ele-

menti teoretičnega modeliranja.

Kombinirano modeliranje je lahko tudi postopek, pri katerem z eksperimentalnim modeliranjem v grobem ovrednotimo možne strategije vodenja in njihove lastnosti. Po presoji zahtev in možnosti se potem lažje odločimo o smiselnosti teoretičnega modeliranja, katerega po potrebi tudi izvedemo.

Transformacije

V teoriji linearnih sistemov temeljijo metode analize in sinteze na določenih oblikah predstavitev sistemov (npr. zvezni ali diskretni; matrika prenosnih funkcij ali zapis v prostoru stanj). Vsako metodo je sicer možno uporabiti na dani obliki zapisa sistema, vendar so za konkretno metodo posamezne oblike bolj ali manj primerne. To je najlažje ponazoriti s primerom določitve reda multivariabilnega sistema. V prostoru stanj je red enolično in trivialno določljiv, njegov izračun iz matrike prenosnih funkcij pa je izredno težaven. Zato pri postopku načrtovanja večkrat uporabljamo transformacije modelov v kanonične in druge možne oblike.

Tipični primeri transformacij so:

- diskretizacija prenosnih funkcij in zapisa v prostoru stanj,
- transformacija prenosnih funkcij v zapis v prostoru stanj in nasprotno,
- izračun zveznega ekvivalenta diskretnega sistema,
- izračun kanoničnih oblik v prostoru stanj,
- izračun polinomske in faktorizirane oblike prenosnih funkcij.

Če upoštevamo še modele nelinearnih, časovno spremenljivih in nestandardnih struktur, lahko med transformacije uvrstimo še:

- simulacijo (transformacija modela v časovne vhodno izhodne podatke),
- eksperimentalno modeliranje (transformacija časovnih vhodno izhodnih podatkov v zapis v prostoru stanj),

- redukcijo in linearizacijo modelov (transformacija v poenostavljeno obliko zapisa sistema).

Eksperimentalno modeliranje, redukcija in linearizacija modelov običajno ne predstavljajo transformacij v ekvivalentni model in so problematični, ker nimajo enolično definirane rešitve. Konceptualno jih lahko kljub temu uvrstimo med transformacije.

1.10.3 Analiza modela

Analiza je poglobljanje v lastnosti in obnašanje modela, njen namen pa je pridobivanje znanj o procesu, ki ga model predstavlja. Tipični problemi, ki jih skušamo pri tem razjasniti, so stabilnost, vplivnost posameznih vhodov na konkretne izhode, obnašanje sistema pri vzbujujanju s stopnico, vodljivost in spoznavnost, občutljivost na spremembe parametrov ter stopnja multivariabilnosti sistema.

Rezultate analize oziroma znanja o modelu lahko uporabimo:

- za vrednotenje modela (model je sprejemljiv, če se obnaša podobno kot proces, oziroma, če izpolnjuje naša predvidevanja o procesu),
- kot pomoč pri izboru možnih, oziroma smiselnih sistemov za vodenje ter za oceno pridobitev, ki jih z vodenjem lahko dosežemo,
- pri določanju potrebne opreme za vodenje, oziroma pri ugotavljanju primernosti obstoječe,
- za vrednotenje sintetiziranih struktur (sistema za vodenje v povezavi z modelom procesa),
- kot pomoč pri sintezi elementov za vodenje (ko temelji sinteza na konkretnem postopku analize; npr. načrtovanje kompenzatorjev z metodo inverznih Nyquistovih diagramov).

Zato je analiza potrebna pri vsakem koraku načrtovalnega postopka. Njen namen je dvojen. Po eni strani omogoča ovrednotiti rezultate že opravljenega postopka, po drugi strani pa pomaga pri odločitvah v zvezi z nadaljevanjem postopka.

Metode analize so v največji meri odvisne od vrste modela, ki ga obravnavamo. Pri tem ločimo zlasti linearne in nelinearne modele. Metode za nelinearne in nestandardne strukture so v glavnem specifične (vezane npr. na konkretno nelinearnost). Metode za analizo linearnih sistemov pa so znane in uveljavljene tudi v praksi. Za analizo uporabljamo tiste, s katerimi lahko najhitreje rešimo problem, oziroma tiste, ki jih poznamo (obvladamo) in katerih rezultate lahko koristno uporabimo.

Za analizo konkretnih lastnosti sistema (zlasti za linearne sisteme) obstaja običajno več možnih metod, ki se med seboj razlikujejo po vrsti rezultatov in po količini informacije, ki jo le-te vsebujejo. Nekateri rezultati so bolj kvalitativne narave (npr. odziv sistema na stopnico), drugi pa kvantitativne (npr. čas vzpona, maksimalni prevzpon). Nekateri vsebujejo le preprosto informacijo (npr. ali je sistem vodljiv ali ne), medtem ko omogočajo drugi boljši vpogled v proces (npr. še informacijo o stopnji vodljivosti).

Ker so metode analize tako specifične glede na problem in znanje načrtovalca, naj omenimo le nekaj tipičnih metod za analizo linearnih sistemov:

- Stabilnost sistema lahko določimo na primer z Routhovim kriterijem ali z lego korenov karakteristične enačbe sistema (izračun korenov imenovalca prenosne funkcije oziroma lastnih vrednosti systemske matrike modela v prostoru stanj). Stabilnost skupaj z oceno relativne stabilnosti pa lahko določimo z metodami v frekvenčnem prostoru (Bodejev in Nyquistov diagram) ali v kompleksni ravnini (diagram lege korenov).
- Najpreprostejši način za določevanje vpliva posameznih vhodov na konkretni izhod je simulacija. Kompleksnejše metode posredujejo tudi kvalitativnejše informacije, ki so zlasti pomembne pri multivariabilnih sistemih (npr. metoda inverznih Nyquistovih diagramov s superponiranimi krogi Gershgorina ali Ostrowskega).
- Merilo za določevanje spoznavnosti in vodljivosti sistema je rank ustrezne matrike. Posredno je v teh matrikah vključena tudi informacija o spoznavnosti in vodljivosti (preko t.i. spoznavnostnih in vodljivostnih indeksov). Če model ni spoznaven ali vodljiv, ga lahko z ustreznimi matematičnimi operacijami (ortogonalne transformacije nad zapisom modela v prostoru stanj) razstavimo v spoznavni in vodljivi ter nespoznave in nevodljivi del.
- Občutljivost sistema na spremembe parametrov lahko določimo analitično. Poleg drugih možnosti naj omenimo predvsem simulacijo in diagram lege korenov.

- Za obnašanje sistema pri vzbujujanju s stopnico lahko uporabimo analitični in/ali simulacijski pristop, ki je zaradi enostavnosti v splošnem primernejši.

1.10.4 Sinteza

Pri načrtovalnem postopku je sinteza tista faza, pri kateri moramo z uvajanjem algoritmov vodenja spremeniti lastnosti in obnašanje procesa tako, da se čimbolj približa zelenim karakteristikam. Primeri zelenih karakteristik so ustrezna velikost ojačevalnega in faznega razločka, velikost prevzpona in časa umiritve, velikost pogreška v ustaljenem stanju in pasovna širina. Le-te pa posredno ali neposredno vplivajo na natančnost, hitrost, stabilnost in druge lastnosti sistema. Ker so možne zelene karakteristike med seboj večkrat soodvisne (npr. glede na stabilnost sta pri sistemih drugega reda amplitudni in fazni razloček enakovredna prevzponu in umiritvenemu času; hitrost odziva je enakovredna pasovni širini) ali celo protislovne, izberemo ustrezno na osnovi znanja o procesu. Pri tem so zelo odločilne tudi izkušnje, intuicija in načrtovalčeva naklonjenost določenim kriterijem oziroma metodam načrtovanja.

Zaradi raznolikosti procesov, subjektivnih in objektivnih danosti je izredno težko posplošiti probleme, ki nastopijo pri sintezi. To velja tako za definicijo zelenih lastnosti kot za izbor primernih metod in za vrednotenje rezultatov. Posploševanje je celo nevarno, če ga jemljemo kot pravilo.

Število metod za sintezo algoritmov vodenja je izredno veliko. Zato se bomo omejili na obravnavo nekaterih najbolj tipičnih metod, ki temeljijo na linearnih modelih:

- Metoda, ki temelji na diagramu lege korenov, je uporabna za univariabilne sisteme (diagram lege korenov za multivariabilne sisteme zaradi kompleksnosti izračuna ter interpretacije rezultatov ni širše uveljavljen kot načrtovalna metoda) in omogoča analizo stabilnosti zaprtozančnega sistema ter njegovo odvisnost od konkretnega parametra (ponavadi ojačenja). Obstajajo preprosta pravila o načinu spreminjanja strukture in parametrov regulatorja, da dosežemo izboljšave. Metoda je posebej primerna pri specifikacijah, kot so: maksimalni prevzpon, umiritveni čas in lastna frekvenca. Uporabimo jo takrat, ko ima sistem dominanten konjugirano kompleksni par polov, oziroma ko sistem lahko aproksimiramo s sistemom drugega reda.
- Pri metodi premikanja polov predpišemo, kakšna naj bi bila lega za-

prtozančnih polov v kompleksni ravnini, da bi dobili ustrezno obnašanje sistema. Za metodo obstaja sistematični postopek izračuna regulatorja. Ne poznamo pa nobenih pravil, temveč le splošne nasvete o primerni poziciji polov, ki jih predpisujemo. Ti nasveti so relativno uspešni za univariabilne sisteme. Njihova uporaba pa je vprašljiva pri multivariabilnih sistemih, še posebej, ker se hkrati s poli premaknejo tudi ničle. Ker ničle zaprtozančnega sistema pomembno vplivajo na obnašanje sistema, iz lege polov ne moremo predvideti oblike časovnega odziva. Zato metode premikanja polov načelno ne moremo šteti med popolne tehnike načrtovanja.

- Univariabilne frekvenčne metode (Bodejev, Nyquistov in Nicholsov diagram) temelje na analizi stabilnosti sistema. Na osnovi enostavnih pravil je možno izbrati strukturo in parametre regulatorja tako, da je odziv celotnega sistema zadovoljiv (stabilen sistem in primerna oblika odziva na vsem obravnavanem frekvenčnem področju). Osnovna kriterija pri sintezi sta ojačevalni in fazni razložek. Nujno je tudi vrednotenje časovnih odzivov, ki jih lahko določimo v splošnem le s simulacijo.
- Multivariabilne frekvenčne metode predstavljajo razširitev univariabilnih metod in skušajo razstaviti sistem, ki vsebuje interakcije med različnimi vhodi in izhodi, v več univariabilnih podsistemov. Na slednjih je potem možno uporabiti klasične univariabilne postopke sinteze. Pomembnejša sta predvsem dva pristopa. Rosenbrock je razvil metodo inverznih Nyquistovih diagramov (INA). Ta omogoča v povezavi s superponiranimi Gershgorinovimi krogi grafično določitev stopnje multivariabilnosti sistema oziroma diagonalne dominancne, ki je pogoj za uspešno razstavljanje sistema. MacFarlane pa je razvil metodo karakterističnih mest. Ta sklepa na obnašanje sistema iz Nyquistovih diagramov lastnih vrednosti sistema. Načrtovanje regulacijskih elementov poteka v več korakih, dokler ne dosežemo stabilnosti in zelenega zaprtozančnega obnašanja. Pri obeh metodah, s katerima lahko obravnavamo le sisteme z istim številom vhodov in izhodov, so pravila veljavna za analizo struktur, za sintezo elementov vodenja pa obstajajo samo nekateri osnovni nasveti. Preslikava kriterijev med časovnim in frekvenčnim prostorom je tudi tu problematična.
- Metode sinteze v časovnem prostoru so se zelo uveljavile v sodobni teoriji vodenja. Pri njih je osnovni objekt obravnave model prvega reda, ki je opisan z diferencialno ali diferenčno enačbo. Pri modelih višjega reda, ki jih izrazimo z nizom modelov prvega reda, je zato potrebno poznavanje vseh notranjih povezav sistema. Tako dobimo zapis modela v prostoru stanj, za katerega je znan širok spekter regulacijskih algoritmov. Najbolj poznan je tako imenovani linearni kvadratični regulator ali optimalni regulator stanj.

Izračunamo ga z minimizacijo kvadratičnega funkcionala, ki vključuje vplive različnih veličin (kombinacije stanj, pogreška in regulirne veličine). Ker so pri izpeljavi in načrtovanju teh regulatorjev kriteriji neposredno povezani z dinamičnim obnašanjem (v kriteriju so zato posredno vključeni aspekti stabilnosti, natančnosti in hitrosti ter pri multivariabilnih sistemih tudi interakcije), je možno s spreminjanjem utežnih faktorjev preprosto vplivati na obnašanje. Vendar pa za načine določanja teh faktorjev ni splošno veljavnih pravil, ki bi podajala povezavo utežnih faktorjev s kvantitativnimi kazalci za vrednotenje obnašanja zaprtozančnega sistema (npr. s časom vzpona, z maksimalnim prevzponom) in z obliko časovnega odziva. Ta problem je izrazito pereč pri multivariabilnih sistemih, zato sinteza optimalnih regulatorjev stanj načelno ne predstavlja popolne načrtovalne tehnike (podobno kot metoda premikanja polov).

1.10.5 Simulacija in optimizacija

V sliki 1.20 simulacija in iterativna optimizacija nista posebna koraka v postopku načrtovanja vodenja. Ločeno ju obravnavamo zaradi njune večnamenske vloge. Iz opisanega lahko namreč sklepamo, da je njuna prisotnost potrebna v večini korakov načrtovalnega postopka. To velja zlasti za simulacijo.

Medtem ko je uporaba optimizacije v načrtovalnem postopku omejena v glavnem na modeliranje (estimacijo parametrov teoretičnega modela) in sintezo elementov za vodenje, uporabljamo simulacijo:

- pri gradnji in vrednotenju modelov,
- pri analizi modela, kjer je izrednega pomena za pridobivanje nekaterih kvantitativnih parametrov (npr. čas zakasnitve, prevzpon, čas vzpona), spoznavanje obravnavanega procesa ter za razvijanje izkustvenih in intuitivnih sposobnosti načrtovalca,
- pri vrednotenju sintetiziranih regulacijskih struktur, kjer je orodje za obravnavo sistemov, ki sploh še ne obstajajo,
- pri vrednotenju modelov in sintetiziranih struktur vodenja za nenormalne pogoje obratovanja, kjer omogoča ceneno ter neškodljivo preizkušanje obnašanja sistemov,
- pri modeliranju in sintezi elementov vodenja (v povezavi z optimizacijo).

Simulacija in optimizacija sta splošni metodi. Njuna uporaba se je uveljavila na številnih področjih. Praktično povsod, kjer obravnavamo sisteme z modeli. Morda sta prav splošnost in široka uporabnost vzrok, da je njun pomen večkrat premalo poudarjen v raziskovalnih krogih, ki se ukvarjajo s teorijo vodenja. K temu pripomore tudi dejstvo, da je običajno potrebno mnogo poizkusov in ponavljanj (če ju uporabljamo kot metodi za modeliranje ali sintezo) in da sta zato časovno potratni. Res je tudi, da lahko simulacijske rezultate, ki so pretežno kvalitativne narave, ob nepazljivi uporabi (napačen model ali eksperiment) nepravilno interpretiramo. Do podobnega učinka lahko pride tudi pri optimizaciji, ki kljub svojemu imenu v resnici le redko posreduje optimalne rezultate. Nepravilna priprava, izvajanje in tolmačenje suboptimalnih rezultatov lahko hitro vodijo do povsem napačnih zaključkov. Vendar so napake kot posledica nepravilne uporabe značilne tudi za vse druge metode.

Naslednji odločilni faktor za obravnavo simulacije in optimizacije ločeno od drugih faz systemskega pristopa, je njun pomen za obravnavo nelinearnih, časovno spremenljivih in drugih nestandardnih struktur. Pri teh sistemih sta simulacija in optimizacija nepogrešljivi in dominantni v praksi. Menimo, da bosta to vlogo še dolgo ohranili. Iz počasnega uvažanja sodobnih metod linearne systemske teorije v aplikativno prakso sklepamo, da bo podobno počasno ali še počasnejše tudi uvažanje metod za nelinearne in nestandardne strukture, katerih težavnost je v primerjavi s sodobnimi metodami linearne systemske teorije v splošnem vsaj za razred večja.

Prednost simulacijskih in optimizacijskih metod je, da so relativno dobro obdelane in dostopne velikemu številu načrtovalcev. V povezavi s teorijo vodenja mora načrtovalec poznati le osnovne principe simulacije (analogne simulacije, digitalne simulacije zveznih in diskretnih sistemov ter hibridne simulacije) in optimizacije (iskalne in gradientne metode ter metode konjugiranih smeri) ter le-te upoštevati pri konkretnem primeru. Seveda so tudi pri uporabi omenjenih dveh metod izredno pomembne izkušnje, ki odločilno vplivajo na pripravo simulacijskega oziroma optimizacijskega modela ter na pravilno izvajanje eksperimentov.

2.

Predstavitve sistemov pri analizi in načrtovanju vodenja

Osnova za predstavitev sistemov vodenja so diferencialne enačbe, ki jih običajno rešujemo z Laplace-ovo transformacijo. Uvedba Laplace-ove transformacije vodi do dveh inženirsko zelo priljubljenih zapisov sistemov, t.j. do prenosnih funkcij in bločnih diagramov. Ekvivalent bločnemu diagramu je zapis z diagramom poteka signalov. Pregled pa bomo končali z zapisom v prostoru stanj. To je zapis, na katerem je osnovana večina sodobnih postopkov analize in načrtovanja.

2.1 Laplace-ova transformacija

Laplace-ova transformacija je matematični pripomoček, zlasti primeren za reševanje diferencialnih enačb in je zato izjemno pomembna pri analizi in načrtovanju sistemov vodenja. Z uporabo Laplace-ove transformacije je možno prevesti funkcije kot so sinusoida, dušena sinusoida, eksponencialna funkcija, itd. v racionalne funkcije kompleksne spremenljivke s . Operacije kot npr. diferenciranje in integriranje se v kompleksni ravnini s izražajo kot algebrske operacije. Zato lahko s pomočjo Laplace-ove transformacije prevedemo diferencialne enačbe v algebrske. Ob reševanju diferencialne enačbe s pomočjo Laplace-ove oz. inverzne Laplace-ove transformacije dobimo hkrati ustaljeno stanje in prehodni pojav.

Laplace-ov transform časovne funkcije $f(t)$, $f(t) = 0$ za $t < 0$ je definiran z izrazom

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.1)$$

kjer je s kompleksna spremenljivka. Transformacija, ki omogoča pretvorbo Laplace-ovega transformata v časovno funkcijo, je inverzna Laplace-ova transformacija.

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s)e^{st} ds \quad (2.2)$$

Obstaja matematična formulacija pogoja za obstoj Laplace-ovega transformata. Praktično pa velja, da za signale, ki jih je možno fizikalno realizirati, obstaja Laplace-ov transform. Tako npr. funkcija $f(t) = e^{t^2}$ ($0 \leq t \leq \infty$) nima Laplace-ovega transformata. Če je ta funkcija definirana le na intervalu $0 \leq t \leq T < \infty$, povsod drugod pa je nič, ima ustrezni transform.

Najpogosteje uporabljene Laplace-ove transforme in ustrezne časovne funkcije prikazuje tabela 2.1.

Teoremi Laplace-ove transformacije

1. Množenje s konstanto

$$\mathcal{L}[k \cdot f(t)] = k \cdot F(s) \quad (2.3)$$

2. Vsota in razlika

$$\mathcal{L}[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s) \quad (2.4)$$

3. Odvajanje

$$\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right] = sF(s) - f(0^+) \quad f(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] &= s^n F(s) - \lim_{t \rightarrow 0^+} \left[s^{n-1} f(t) + s^{n-2} \frac{d f(t)}{dt} + \dots + \frac{d^{n-1} f(t)}{dt^{n-1}} \right] = \\ &= s^n F(s) - s^{n-1} f(0^+) - s^{n-2} f^{(1)}(0^+) - \dots - f^{(n-1)}(0^+) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Tabela 2.1: Laplace-ovi transformi in časovne funkcije

Številka	$F(s)$	$f(t), t \geq 0$
1	1	$\delta(t)$ (delta impulz)
2	$\frac{1}{s}$	$1(t)$ (enotina stopnica)
3	$\frac{1}{s^2}$	t
4	$\frac{2!}{s^3}$	t^2
5	$\frac{3!}{s^4}$	t^3
6	$\frac{m!}{s^{m+1}}$	t^m
7	$\frac{1}{(s+a)}$	e^{-at}
8	$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}
9	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2!}t^2e^{-at}$
10	$\frac{1}{(s+a)^m}$	$\frac{1}{(m-1)!}t^{m-1}e^{-at}$
11	$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-at}$
12	$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a}(at - 1 + e^{-at})$
13	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$e^{-at} - e^{-bt}$
14	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$(1 - at)e^{-at}$
15	$\frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$	$\frac{\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega t} \sin\omega\sqrt{1-\zeta^2}t$
16	$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$	$1 - e^{-at}(1 + at)$
17	$\frac{(b-a)s}{(s+a)(s+b)}$	$be^{-bt} - ae^{-at}$
18	$\frac{\omega}{(s^2 + \omega^2)}$	$\sin\omega t$
19	$\frac{s}{(s^2 + \omega^2)}$	$\cos\omega t$
20	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at}\cos\omega t$
21	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at}\sin\omega t$
22	$\frac{a^2 + \omega^2}{s[(s+a)^2 + \omega^2]}$	$1 - e^{-at}(\cos\omega t + \frac{a}{\omega}\sin\omega t)$

4. Integracija

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(\tau) d\tau \right] = \frac{F(s)}{s} \quad (2.7)$$

$$\mathcal{L} \left[\int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \cdots \int_0^{t_n} f(\tau) d\tau dt_1 \cdots dt_{n-1} \right] = \frac{F(s)}{s^n} \quad (2.8)$$

5. Premik

$$\mathcal{L}[f(t - \tau)] = e^{-\tau s} F(s) \quad (2.9)$$

6. Začetna vrednost

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s) \quad (2.10)$$

7. Končna vrednost

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) \quad (2.11)$$

Teorem velja, če funkcija $s F(s)$ nima nobenih polov z pozitivnimi realnimi deli.

8. Množenje z $e^{-\alpha t}$

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} f(t)] = F(s + \alpha) \quad (2.12)$$

9. Sprememba časovne skale

$$\mathcal{L} \left[f \left(\frac{t}{\alpha} \right) \right] = \alpha F(\alpha s) \quad (2.13)$$

10. Množenje z n -to potenco neodvisne spremenljivke

$$\mathcal{L}[t^n f(t)] = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14)$$

2.2 Diferencialne enačbe

Diferencialne enačbe predstavljajo temeljno orodje za predstavitev oz. zapis linearnih in nelinearnih dinamičnih sistemov. Do njih pridemo s postopki eksperimentalnega ali teoretičnega modeliranja.

Laplace-ova transformacija pa predstavlja pomembno orodje pri reševanju linearnih, časovno nespremenljivih diferencialnih enačb. Z njeno pomočjo dobimo kompletno rešitev, ki sestoji iz splošne rešitve in partikularnih rešitev. Začetni pogoji se avtomatsko vključijo v rešitev.

Če so vsi začetni pogoji nič, izvedemo Laplace-ovo transformacijo diferencialne enačbe tako, da d/dt zamenjamo z Laplace-ovim operatorjem s , d^2/dt^2 z s^2 itd. Za rešitev diferencialne enačbe potrebujemo dva koraka:

- Vsak člen diferencialne enačbe nadomestimo z ustreznim Laplace-ovim transformom, kar pripelje do algebrajske enačbe spremenljivke s . Z ustrezno preureditvijo pridemo do Laplace-ovega transforma odvisne spremenljivke ($X(s)$).
- Rešitev diferencialne enačbe (časovni potek) dobimo z uporabo inverzne Laplace-ove transformacije.

Primer 2.1

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = 0 \quad x(0) = a, \dot{x}(0) = b \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[x(t)] &= X(s) \\ \mathcal{L}[\dot{x}(t)] &= sX(s) - x(0) \\ \mathcal{L}[\ddot{x}(t)] &= s^2X(s) - sx(0) - \dot{x}(0) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Z ustreznimi nadomestitvami pridemo do enačbe

$$[s^2X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)] + 3[sX(s) - x(0)] + 2X(s) = 0 \quad (2.17)$$

Če v to enačbo vstavimo začetne pogoje, dobimo enačbo

$$[s^2X(s) - as - b] + 3[sX(s) - a] + 2X(s) = 0 \quad (2.18)$$

ali

$$(s^2 + 3s + 2)X(s) = as + b + 3a \quad (2.19)$$

ter z ustrezno preureditvijo

$$X(s) = \frac{as + b + 3a}{s^2 + 3s + 2} = \frac{as + b + 3a}{(s+1)(s+2)} = \frac{2a+b}{s+1} - \frac{a+b}{s+2} \quad (2.20)$$

Z inverzno Laplace-ovo transformacijo dobimo rezultat

$$\begin{aligned}
x(t) &= \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2a+b}{s+1}\right] - \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{a+b}{s+2}\right] = \\
&= (2a+b)e^{-t} - (a+b)e^{-2t} \quad t \geq 0
\end{aligned} \tag{2.21}$$

pri čemer sta a in b znana začetna pogoja . □

Primer 2.2

$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 3 \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0 \tag{2.22}$$

$$s^2 X(s) + 2s X(s) + 5X(s) = \frac{3}{s} \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned}
X(s) &= \frac{3}{s(s^2 + 2s + 5)} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{s} - \frac{3}{5} \cdot \frac{s+2}{s^2 + 2s + 5} = \\
&= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{s} - \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{s+1}{(s+1)^2 + 2^2}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = \frac{3}{5} - \frac{3}{10} e^{-t} \sin 2t - \frac{3}{5} e^{-t} \cos 2t \quad t \geq 0 \tag{2.25}$$

□

2.3 Prenosne funkcije

Prenosne funkcije predstavljajo pomembno orodje na področju vodenja sistemov in izražajo vhodno-izhodno vedenje neke komponente ali nekega sistema.

Prenosna funkcija linearne, časovno nespremenljivega sistema, ki je opisan z diferencialno enačbo, predstavlja razmerje med Laplace-ovim transformom izhodnega signala (odziva) in Laplace-ovim transformom vhodnega signala (vzbujanja) pri predpostavki, da so vsi začetni pogoji enaki nič.

Linearni časovno nespremenljivi sistem opisuje diferencialna enačba

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \tag{2.26}$$

kjer je y izhod sistema, x pa njegov vhod. Če naredimo Laplace-ovo transformacijo enačbe (2.26) ob ničelnih začetnih pogojih, dobimo

$$\begin{aligned} a_0 s^n Y + a_1 s^{n-1} Y + \dots + a_{n-1} s Y + a_n Y &= \\ = b_0 s^m X + b_1 s^{m-1} X + \dots + b_{m-1} s X + b_m X \end{aligned} \quad (2.27)$$

Če izpostavimo Y na levi strani in X na desni strani in naredimo ustrezni kvocient, dobimo prenosno funkcijo

$$\begin{aligned} \text{Prenosna funkcija} &= G(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{izhod}]}{\mathcal{L}[\text{vhod}]} = \frac{Y(s)}{X(s)} = \\ &= \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Z uporabo prenosnih funkcij je možno predstaviti dinamiko sistemov s pomočjo algebraskih enačb v ravnini s . Če je najvišja potenca v imenovalcu enaka n , pravimo, da je sistem n -tega reda.

Prenosne funkcije se veliko uporabljajo tako pri analizi kot pri načrtovanju sistemov vodenja. Za boljše razumevanje dodajmo nekaj komentarjev:

- Prenosna funkcija sistema je matematični model in izraža ustrezne diferencialne enačbe v smislu povezave med vhomom in izhodom. Dobimo jo torej iz diferencialnih enačb ali pa direktno iz postopkov (z orodji) matematičnega ali eksperimentalnega modeliranja.
- Prenosna funkcija je lastnost samega sistema, neodvisna od narave in velikosti vhodnega signala.
- Prenosna funkcija vsebuje zvezo med enotami vhodnih in izhodnih signalov, vendar ne daje nobene informacije o fizikalni naravi sistema (prenosne funkcije fizikalno zelo različnih sistemov so lahko identične).
- Če je znana prenosna funkcija sistema, lahko proučujemo odvisnost med različnimi oblikami vhodnih signalov in ustreznim izhodnim signalom, kar izdatno pripomore k boljšemu razumevanju sistema. Velja enačba $Y(s) = G(s)X(s)$, pri čemer je Y izhod in X vhod v sistem.

Razen polinomskega zapisa prenosne funkcije (enačba (2.28)) uporabljamo tudi dve faktorizirani obliki. Prva oblika je zapisana s pomočjo polov in ničel v

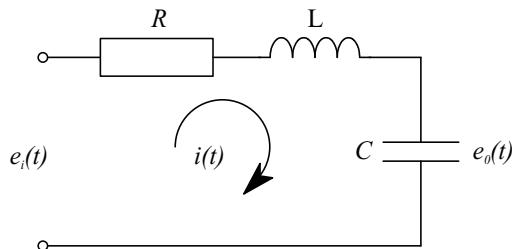
$$G(s) = \frac{k(s + z_1)(s + z_2) \cdots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \cdots (s + p_n)} \quad (2.29)$$

pri čemer je k multiplikativna konstanta. Predpostavljamo, da ni večkratnih polov in ničel. Druga oblika nazorno prikazuje časovne konstante sistema. Če so vsi poli in ničle realni ima obliko

$$G(s) = \frac{K(T_{b_1}s + 1)(T_{b_2}s + 1) \cdots (T_{b_m}s + 1)}{(T_{a_1}s + 1)(T_{a_2}s + 1) \cdots (T_{a_n}s + 1)} \quad (2.30)$$

kjer K predstavlja ojačenje sistema. Prvo faktorizirano obliko uporabljamo pri analizi in sintezi s pomočjo diagrama lege korenov, drugo pa pri analizi in sintezi v frekvenčnem prostoru.

Primer 2.3 Slika 2.1 prikazuje serijsko RLC vezje



Slika 2.1: Serijsko RLC vezje

Z uporabo prvega Kirchofovega zakona pridemo do enačbe

$$e_i(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (2.31)$$

Z Laplace-ovo transformacijo enačbe (2.31) dobimo ob upoštevanju ničelnih začetnih pogojev enačbo

$$E_i(s) = \left(R + Ls + \frac{1}{Cs} \right) I(s) \quad (2.32)$$

Če nas zanima prenosna funkcija med tokom $i(t)$ ter vhodno napetostjo $e_i(t)$, naredimo ustrezno deljenje v enačbi (2.32)

$$G_1(s) = \frac{I(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{Cs}{1 + RCs + LCs^2} \quad (2.33)$$

Če za izhodno veličino izberemo napetost na kondenzatorju, velja

$$e_0(t) = \frac{1}{C} \int i dt \quad (2.34)$$

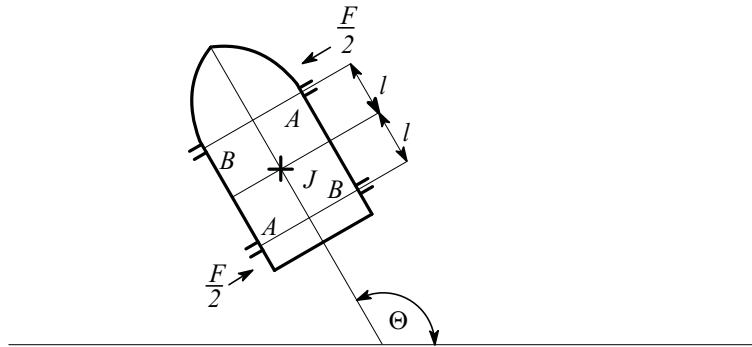
$$E_0(s) = \frac{1}{Cs} I(s) \quad (2.35)$$

oz.

$$G_2(s) = \frac{E_0(s)}{E_i(s)} = \frac{E_0(s)}{I(s)} \cdot \frac{I(s)}{E_i(s)} = \frac{1}{Cs} \cdot G_1(s) = \frac{1}{1 + RCs + LCs^2} \quad (2.36)$$

□

Primer 2.4 Slika 2.2 prikazuje problem regulacije smeri leta nekega satelita.



Slika 2.2: Regulacija smeri leta satelita

Problem je poenostavljen in kaže regulacijo le v eni ravnini. Za regulacijo smeri leta Θ uporabljamo štiri majhne raketne motorje, od katerih dva (A in A ter B in B) delata v paru. Delovanje motorjev povzroči vrtenje okoli težišča. Vsak motor povzroča moment $\frac{F}{2} \cdot l$, oz. en sinhronizirani par moment $F \cdot l = T$.

Moment je v splošnem funkcija časa, zato ga zapišemo kot $T(t)$. Vztrajnostni moment satelita označimo z J . Zanima nas zveza med spremembo kota $\Theta(t)$ in vzbujačnim momentom $T(t)$, oz. ustrezna prenosna funkcija. Z uporabo drugega Newtonovega zakona ob zanemaritvi dušenja pridemo do diferencialne enačbe

$$J \frac{d^2 \Theta(t)}{dt^2} = T(t) \quad (2.37)$$

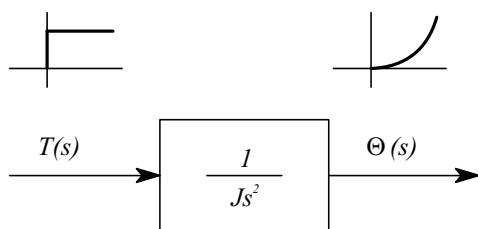
in z Laplace-ovo transformacijo do enačbe

$$Js^2 \Theta(s) = T(s) \quad (2.38)$$

Prenosna funkcija je kvocient Laplace-ovih transformov izhodnega in vhodnega signala:

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2} \quad (2.39)$$

Ustrezno bločno shemo prikazuje slika 2.3. Prikazana sta tudi tipična vhodni in izhodni signal.

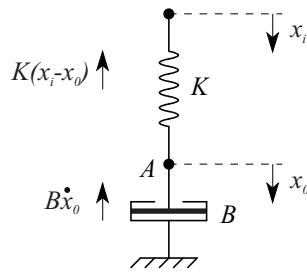


Slika 2.3: Bločna shema modela satelita

□

Primer 2.5 Slika 2.4 prikazuje mehanski sistem. Zanima nas prenosna funkcija med vhodnim signalom x_i in izhodnim signalom x_0 .

Velja enačba, da je vsota vseh sil v točki A enaka nič.



Slika 2.4: Mehanski sistem

$$\sum F_i = 0 \quad (2.40)$$

OZ.

$$B \dot{x}_0 - K(x_i - x_0) = 0 \quad (2.41)$$

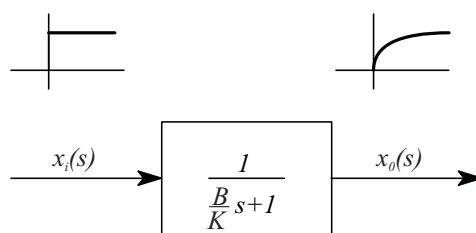
Z ustrezno Laplace-ovo transformacijo pridemo do enačb

$$B s X_0(s) + K X_0(s) = K X_i(s) \quad (2.42)$$

OZ.

$$\frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{1}{\frac{B}{K} s + 1} \quad (2.43)$$

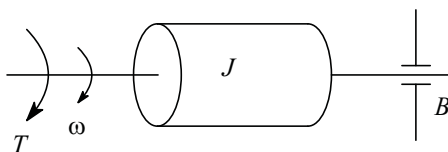
Bločno shemo s tipičnim vhodnim in izhodnim signalom prikazuje slika 2.5.



Slika 2.5: Bločna shema mehanskega sistema

□

Primer 2.6 Slika 2.6 predstavlja rotacijski mehanski sistem. Zanima nas prenosna funkcija med vzbujalnim momentom $T(t)$ in kotno hitrostjo $\omega(t)$.



Slika 2.6: Rotacijski mehanski sistem

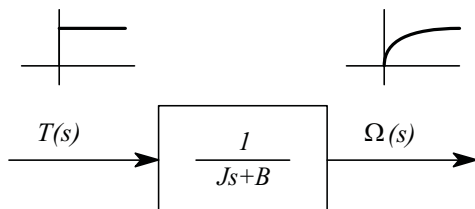
Ker velja diferencialna enačba

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} + B \omega(t) = T(t) \quad (2.44)$$

povezuje vzbujalni moment $T(t)$ in kotno hitrost $\omega(t)$ relacija

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js + B} \quad (2.45)$$

Ustrezno bločno shemo prikazuje slika 2.7.



Slika 2.7: Bločna shema rotacijskega mehanskega sistema

□

2.4 Bločni diagrami

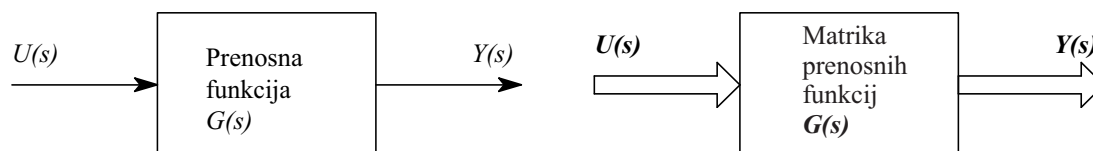
2.4.1 Splošne značilnosti bločnih diagramov

Sistem vodenja lahko sestoji iz številnih komponent. Za nazorno predstavitev funkcij, ki jih v sistem vnašajo posamezne komponente, se v inženirski praksi

pogosto uporabljajo bločni diagrami. Zlasti pri linearnih sistemih je možno bločne sheme z uporabo ustreznih pravil poenostavljati. Tako iz kompleksnih shem pridemo do povezav, ki jasno kažejo prispevek določenega vhoda na izhod ali prispevek določene komponente bločnega diagrama na celotno vedenje sistema vodenja. Dandanes večina sodobnih paketov za računalniško podprto načrtovanje sistemov vodenja omogoča podajanje modelov s pomočjo bločnih diagramov za ustrezno nadaljnje procesiranje (npr. simulacija, linearizacija, ...). Inženirjem so bločni diagrami bolj nazorni kot kakršne koli sheme, ki so sicer bližje fizikalnemu sistemu. Potrebno je poudariti, da bločni diagram vsebuje informacijo o dinamičnem obnašanju sistema, ne vsebuje pa nobene informacije o fizikalni konstrukciji sistema. Fizikalno zelo različni sistemi imajo lahko enake ali podobne bločne diagrame. Z bločnim diagramom se sistem ne da opisati enolično. Vsak sistem je namreč možno opisati z več ekvivalentnimi bločnimi diagrami, ki so različno primerni za različne oblike analize.

V bločnem diagramu so vse spremenljivke sistema povezane med seboj s t.i. funkcionalnimi bloki ali kratko bloki. Blok je simbol, ki ponazarja zvezo med njegovim vhom in izhodom. Često je podan s prenosno funkcijo. Puščici na vходу in izhodu določata smer signala. Signal torej poteka le v smeri puščic.

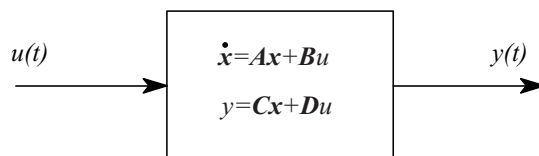
Slika 2.8 prikazuje temeljni element bločnega diagrama - funkcionalni blok. Vhodni ali izhodni signal sta lahko enodimenzionalna (pri univariabilnem sistemu)



Slika 2.8: Funkcionalni blok: a) univariabilni
b) multivariabilni

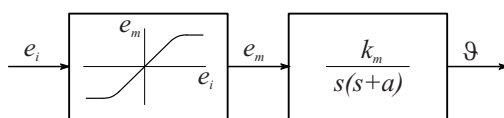
ali večdimenzionalna (pri multivariabilnem sistemu). Za večdimenzionalne signale je precej v uporabi risanje signalov, kot prikazuje slika 2.8b. Namesto prikazanih povezav lahko uporabljamo tudi poudarjene povezave. Seveda je funkcionalni blok pri linearnih sistemih lahko predstavljen tudi z drugimi možnimi zapisi, ki jih poznamo v teoriji sistemov in ne le s prenosnimi funkcijami (npr. zapis v prostoru stanj, diferencialne enačbe). Funkcionalni blok, zapisan v prostoru stanj, prikazuje slika 2.9. V tisku se matrice in vektorje označuje s poudarjenimi črkami, v rokopisih pa jih podčrtujemo.

Prav tako uporaba bločnih diagramov ni omejena na linearne sisteme, ampak je



Slika 2.9: Funkcionalni blok podan z zapisom v prostoru stanj

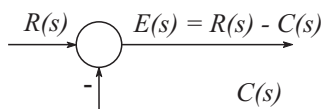
povsem splošna. Slika 2.10 prikazuje tipičen nelinearni sistem z ojačevalnikom in rotorsko vzbujanim enosmernim motorjem.



Slika 2.10: Primer uporabe bločnih diagramov pri nelinearnih sistemih

Ojačevalnik je tipični nelinearni element, saj pri določeni vhodni napetosti e_i njegov izhod e_m pride v nasičenje.

Razen funkcionalnih blokov nastopajo v bločnih diagramih, ki opisujejo linearne sisteme, še sumacijske točke in razcepišča. Sumacijska točka ima obliko kroga, v katerega vstopata dva signala, eden pa izstopa. Prikazuje jo slika 2.11. Omogoča

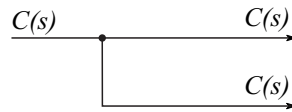


Slika 2.11: Sumacijska točka

seštevanje ali odštevanje dveh signalov. V bližini, kjer signala vstopata v sumacijsko točko, napišemo znaka $+$ ali $-$ in s tem povemo, ali se signal prišteje ali odšteje. Pozitivni znak običajno izpuščamo.

Razcepišče v bločnem diagramu uporabljamo, če mora posamezni signal sočasno delovati na različnih mestih v bločnem diagramu. Način risanja prikazuje slika 2.12.

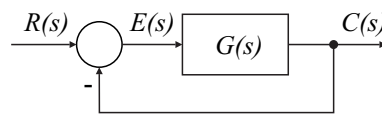
Za opis nelinearnih sistemov potrebujemo tudi nekatere druge elemente kot so npr. množilnik, delilnik in člen za korenjenje.



Slika 2.12: Razcepišče

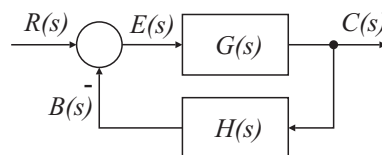
Bločni diagram zaprtozančnega sistema

Slika 2.13 prikazuje bločni diagram zaprtozančnega sistema. Pri tem $G(s)$ pred-



Slika 2.13: Bločni diagram zaprtozančnega sistema

stavlja skupno prenosno funkcijo regulatorja in procesa. Bločni diagram jasno prikazuje, da pogrešek $E(s)$ kot razlika med referenčno in regulirano veličino, deluje na sistem $G(s)$. Izhod $C(s)$ dobimo z množenjem prenosne funkcije $G(s)$ z vhomom $E(s)$. Takemu zaprtozančnemu sistemu, ki v povratni zanki ne vsebuje nobenega elementa, pravimo zaprtozančni sistem z enotino povratno zanko. V praksi pa je potrebno običajno regulirano veličino pretvoriti v neko drugo veličino, preden jo primerjamo z referenčno veličino (npr. sprememba temperature v napetost, filtriranje,...). Omenjeno pretvorbo opravi prenosna funkcija $H(s)$. Ustrezno povratnozančno strukturo prikazuje slika 2.14.

Slika 2.14: Zaprtozančni sistem z elementom $H(s)$

Torej $H(s)$ lahko predstavlja prenosno funkcijo tipala in merilnega pretvornika ali pa predstavlja regulator v povratni zanki. Signal, ki se primerja z referenčnim signalom, je torej $B(s) = H(s)C(s)$.

Glede na sliko 2.14 bomo definirali:

- prenosno funkcijo direktne veje,

- odprtozančno prenosno funkcijo in
- zaprtozančno prenosno funkcijo.

Prenosna funkcija direktne veje je kvocient med regulirano veličino $C(s)$ in pogreškom $E(s)$:

$$\text{prenosna funkcija direktne veje} = \frac{C(s)}{E(s)} = G(s) \quad (2.46)$$

Odprtozančna prenosna funkcija je kvocient med povratnozančnim signalom $B(s)$ in signalom pogreška $E(s)$:

$$\text{odprtozančna prenosna funkcija} = \frac{B(s)}{E(s)} = G(s) H(s) \quad (2.47)$$

V primeru enotine povratne zanke sta prenosna funkcija direktne veje in odprtozančna prenosna funkcija enaki.

Zaprtozančna prenosna funkcija je kvocient med regulirano veličino $C(s)$ in referenčno veličino $R(s)$. Zvezo izpeljemo s pomočjo naslednjih enačb, ki so razvidne iz slike 2.14

$$C(s) = G(s) E(s) \quad (2.48)$$

$$B(s) = H(s) C(s) \quad (2.49)$$

$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s) C(s) \quad (2.50)$$

Če iz enačb (2.48) in (2.50) izločimo $E(s)$, dobimo

$$C(s) = G(s) [R(s) - H(s) C(s)] \quad (2.51)$$

oziroma

$$\text{zaprtozančna prenosna funkcija} = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) H(s)} \quad (2.52)$$

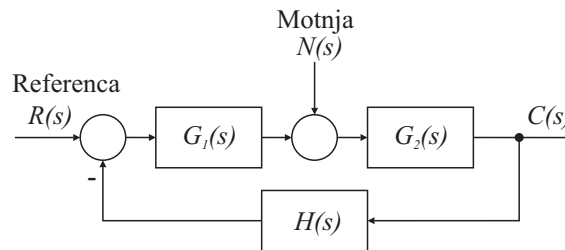
S pomočjo zaprtozančne prenosne funkcije izračunamo regulirano veličino s pomočjo enačbe

$$C(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s) \quad (2.53)$$

Odziv je torej odvisen od zaprtozančne prenosne funkcije in od vhodnega signala $r(t)$.

Zaprtozančni sistemi pri motilnem in referenčnem signalu

Slika 2.15 prikazuje zaprtozančni sistem pri delovanju motilnega signala $N(s)$ ter referenčnega signala $R(s)$. Ker velja princip superpozicije, lahko signala ločeno obravnavamo. Njun vpliv na regulirano veličino pa potem enostavno seštejemo.



Slika 2.15: Zaprtozančni sistem ob prisotnosti motnje $N(s)$ in reference $R(s)$

Regulacijsko delovanje oz. vpliv motilne veličine $N(s)$ na regulirano veličino $C_N(s)$ podaja izraz

$$\frac{C_N(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2.54)$$

Sledilno delovanje oz. vpliv referenčne veličine $R(s)$ na regulirano veličino $C_R(s)$ pa podaja izraz

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \quad (2.55)$$

S tem lahko enostavno izračunamo odziv $C(s)$, ki je sestavljen iz prispevkov $C_R(s)$ in $C_N(s)$

$$C(s) = C_R(s) + C_N(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)} [G_1(s) R(s) + N(s)] \quad (2.56)$$

Če v enačbi (2.54) upoštevamo, da je $|G_1(s) G_2(s) H(s)| \gg 1$ in $|G_1(s) H(s)| \gg 1$ (močan učinek povratne zanke), postane absolutna vrednost prenosne funkcije $\left| \frac{C_N(s)}{N(s)} \right| \doteq 0$ in učinek motnje je zadušen. To pa je ena od osnovnih nalog regulacijskih sistemov.

Na drugi strani pa iz enačbe (2.55) sledi $\left| \frac{C_R(s)}{R(s)} \right| \doteq \frac{1}{|H(s)|}$, če je $|G_1(s) G_2(s) H(s)| \gg 1$. Torej postane absolutna vrednost prenosne funkcije neodvisna od $G_1(s)$ in $G_2(s)$ in je inverzno proporcionalna funkciji $|H(s)|$, tako da morebitne spremembe $G_1(s)$ in $G_2(s)$ ne vplivajo na zaprtozanko prenosno funkcijo $C_R(s)/R(s)$. To je še ena bistvena prednost regulacijskih sistemov. Smisel delovanja pri sledilnem delovanju je še bolj očiten, če je povratna zanka enotina ($H(s) = 1$). V tem primeru postaneta regulirana in referenčna veličina enaki (optimalno sledenje).

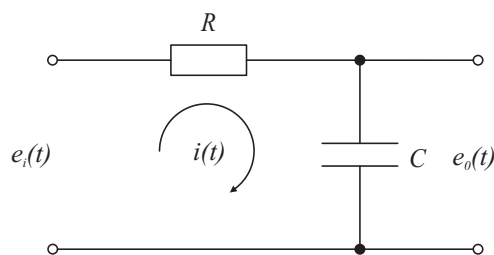
2.4.2 Postopek za risanje bločnih diagramov

Bločni diagrami predstavljajo grafično predstavitev enačb, ki jih dobimo v postopku matematičnega modeliranja. Ker pa omenjeni postopek presega okvir tega dela, bomo k risanju pristopili bolj intuitivno.

Izhajamo iz enačb, v katerih upoštevamo fizikalne zakone (enačbe masnega in energijskega ravnotežja, Kirchofovi zakoni, ...). Pomembno je tudi, da pravilno izberemo vhode in izhode sistema, t.j. kaj so vplivne veličine in kaj želimo opazovati. Pri preoblikovanju tako dobljenih osnovnih enačb vedno začnemo z enačbami, ki opisujejo "shranjevalnike energije" (npr. tuljava, kondenzator, ...). V teh enačbah izrazimo na levi strani tiste veličine, ki imajo t.i. vztrajnost (npr. tok skozi tuljavo, napetost na kondenzatorju, ...). To so stanja sistema. Matematično se ta preureditev kaže tako, da dobimo na desni strani enačb operator integriranja. Bločna predstavitev preurejenih enačb torej vsebuje funkcionalne bloke integratorje. Ostale enačbe preoblikujemo sproti med risanjem, ko nazorno vidimo, katere spremenljivke nam bločni diagram že ponuja

in katere spremenljivke je potrebno izraziti iz preostalih enačb. Definiramo t.i. vzročnost, ki je zgolj matematična in ne fizikalna lastnost.

Primer 2.7 Narišimo bločni diagram RC vezja, ki ga prikazuje slika 2.16. Vhod v sistem je napetost $e_i(t)$, izhod pa napetost $e_o(t)$.



Slika 2.16: RC vezje

Ustrezni enačbi, ki opisujeta sistem, sta

$$e_o = \frac{Q}{C} = \frac{\int i dt}{C} \quad (2.57)$$

$$i = \frac{e_i - e_o}{R} \quad (2.58)$$

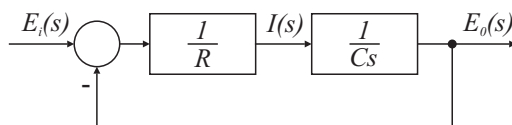
in ustrezna Laplace-ova transformata

$$E_o(s) = \frac{I(s)}{Cs} \quad (2.59)$$

$$I(s) = \frac{E_i(s) - E_o(s)}{R} \quad (2.60)$$

Prva enačba predstavlja blok $\frac{1}{Cs}$ (integrator z ojačenjem $\frac{1}{C}$). Vhod v blok $I(s)$ določa druga enačba. Le-to izvedemo s pomočjo sumacijske točke in bloka z ojačenjem $\frac{1}{R}$. Celotni bločni diagram prikazuje slika 2.17.

Če ne bi upoštevali navedenih napotkov, bi lahko namesto napetosti izrazili tok skozi tuljavo



Slika 2.17: Bločni diagram RC vezja (uporabljen operator integriranja)

$$i = C \frac{de_o}{dt} \quad (2.61)$$

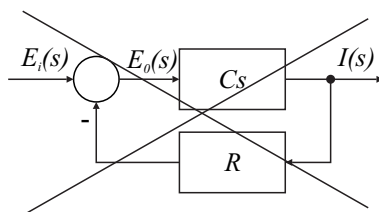
$$e_o = e_i - iR \quad (2.62)$$

oz.

$$I(s) = CsU_C(s) \quad (2.63)$$

$$E_o(s) = E_i(s) - I(s)R \quad (2.64)$$

Ustrezni bločni diagram prikazuje slika 2.18.



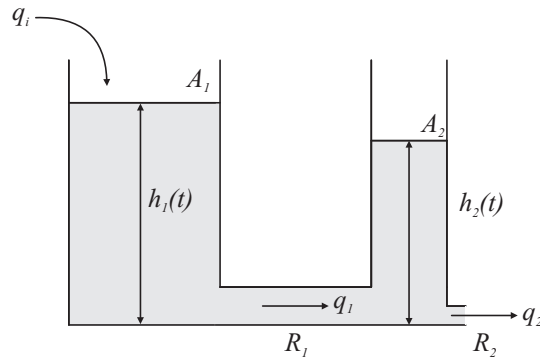
Slika 2.18: Bločni diagram RC vezja (uporabljen operator diferenciranja)

Bločni diagram, ki ga prikazuje slika 2.18, je v smislu dobrega modeliranja in simulacije nesprejemljiv. Tako npr. onemogoča numerično ugodno realizacijo (simulacijo) modela na računalniku kakor tudi konsistentno vključitev začetnih pogojev.

□

Primer 2.8 Poiščimo bločni diagram hidravličnega sistema, ki ga prikazuje slika 2.19.

Vhodni pretok je označen z $q_i(t)$, nivo v prvi posodi s $h_1(t)$, površina gladine v prvi posodi pa je A_1 . Pretok med obema posodama je $q_1(t)$, $h_2(t)$ je nivo v drugi



Slika 2.19: Hidravlični sistem z dvema nivojskima posodama

posodi, A_2 je površina gladine v drugi posodi, $q_2(t)$ pa je iztok iz druge posode. Za prvo posodo velja ravnotežna enačba

$$A_1 \frac{d h_1(t)}{dt} = q_i(t) - q_1(t) \quad (2.65)$$

Pretok med obema posodama je proporcionalen razliki obeh nivojev

$$q_1(t) = \frac{h_1(t) - h_2(t)}{R_1} \quad (2.66)$$

Ravnotežna enačba za drugo posodo je

$$A_2 \frac{d h_2(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t) \quad (2.67)$$

iztok pa je odvisen od nivoja h_2

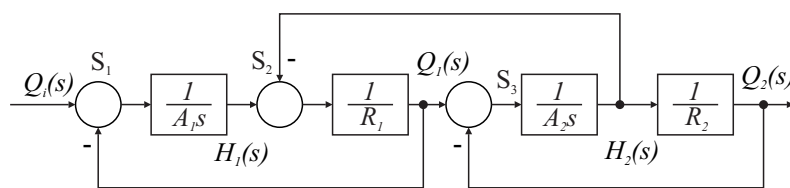
$$q_2(t) = \frac{h_2(t)}{R_2} \quad (2.68)$$

Z Laplace-ovo transformacijo gornjih enačb dobimo

$$\begin{aligned} A_1 s H_1(s) &= Q_i(s) - Q_1(s) \Rightarrow H_1(s) = \frac{1}{A_1 s} [Q_i(s) - Q_1(s)] \\ Q_1(s) &= \frac{H_1(s) - H_2(s)}{R_1} \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned}
A_2 s H_2(s) &= Q_1(s) - Q_2(s) \Rightarrow H_2(s) = \frac{1}{A_2 s} [Q_1(s) - Q_2(s)] \\
Q_2(s) &= \frac{H_2(s)}{R_2}
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Iz obeh enačb masnih shranjevalnikov smo izrazili nivoja H_1 in H_2 , ker sta to veličini z vstrajnostjo (ne moreta se hipoma spremeniti). Če povežemo bloke ob upoštevanju gornjih enačb, dobimo shemo, ki jo prikazuje slika 2.20.



Slika 2.20: Bločni diagram hidravličnega sistema

□

2.4.3 Poenostavljanje bločnih diagramov

Kompleksne bločne diagrame, ki so sestavljeni iz večih povratnih zank, je možno poenostaviti z uporabo pravil algebre bločnih shem. Pri tem se zveza med vhodi in izhodi sistema ne spremeni. Pravila za poenostavljanje prikazuje tabela 2.2.

Do enakega rezultata lahko pridemo na različne načine. Postopek običajno začnemo s premikom sumacijske točke ali razcepišča tako, da dobimo strukture, ki jih je možno poenostaviti s pravili redukcije vzporedne ali zaporedne vezave in zanke.

Algebra bločnih shem pa ni vedno namenjena poenostavljanju. Včasih namreč želimo spremeniti strukturo v obliko, ki nam za določen namen bolj odgovarja.

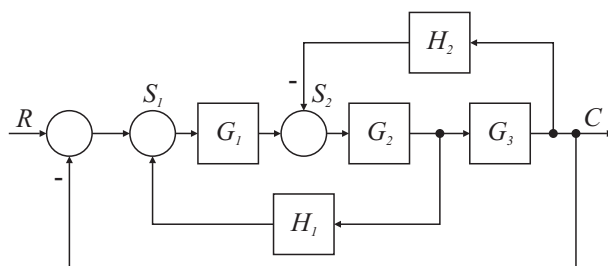
Primer 2.9 Poenostavimo bločni diagram na sliki 2.21.

Bistveni korak pri rešitvi sheme je v tem, da sumacijsko točko S_2 prestavimo pred blok G_1 (pravilo 4) in pred sumacijsko točko S_1 (pravilo 2). Nato uporabljamo

Tabela 2.2: Pravila algebre bločnih shem

1. Zamenjava vrstnega reda		
2. Zamenjava sumacijskih točk (S)		
3. Zamenjava razcepišč (R)		
4. Premik S pred blok		
5. Premik S za blok		
6. Premik R pred blok		
7. Premik R za blok		
8. Premik R pred S		
9. Premik R za S		

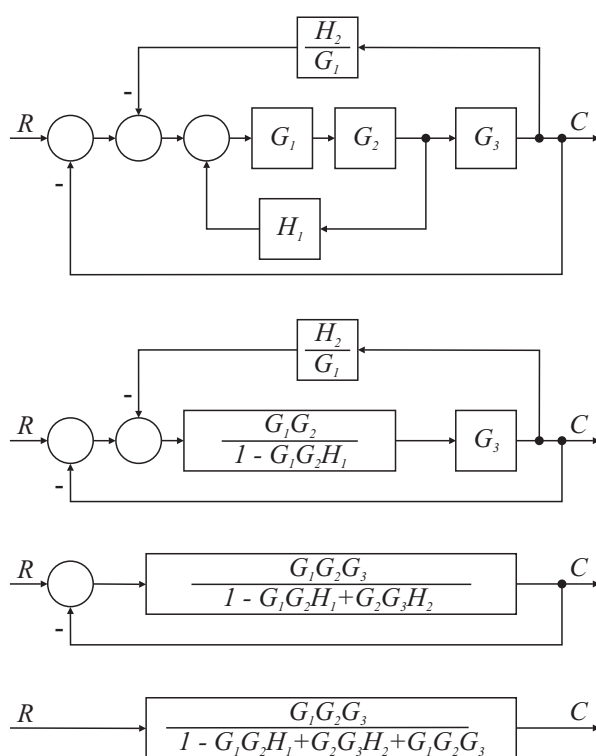
10. Redukcija zaporedne vezave		
11. Redukcija vzporedne vezave		
12. Redukcija zanke		
13. Odstranitev bloka iz direktne veje		
14. Vstavitve bloka v direktno vejo		
15. Odstranitev bloka iz povratne zanke		
16. Vstavitev bloka v povratno zanko		
17. Razširitev bloka v zanko		



Slika 2.21: Bločni diagram

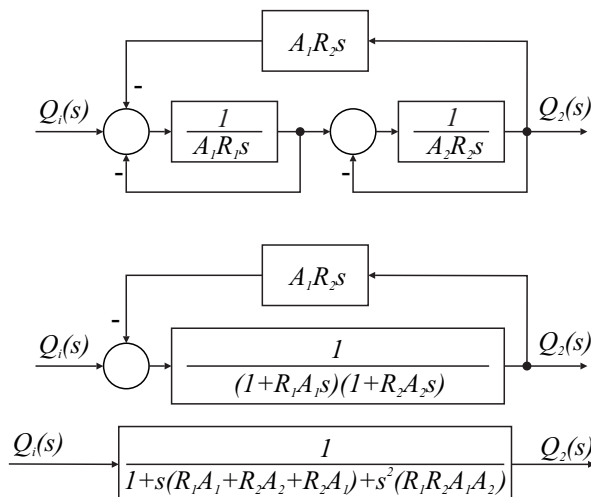
pravila redukcije zaporedne vezave blokov (pravilo 10) ter redukcije zanke (pravilo 12). Postopek prikazuje slika 2.22.

□



Slika 2.22: Redukcija bločnega diagrama

Primer 2.10 Poenostavimo bločni diagram iz primera 2.8 (slika 2.20). Postopek prikazuje slika 2.23.



Slika 2.23: Redukcija bločnega diagrama hidravličnega procesa

Najprej prestavimo S_2 pred blok $\frac{1}{A_1 s}$ (pravilo 4) ter razcepišče R za blok $\frac{1}{R_2}$ (pravilo 7). Nato uporabimo pravilo redukcije zaporedne vezave (pravilo 10). Postopek prikazuje prvi diagram na sliki 2.23. Da dobimo drugi diagram, uporabimo pravilo redukcije zanke (pravilo 12) in pravilo redukcije zaporedne vezave (pravilo 10). Tretji diagram pa dobimo tako, da še enkrat upoštevamo pravilo redukcije zanke (pravilo 12). □

2.5 Diagrami poteka signalov

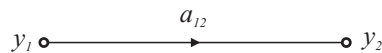
2.5.1 Splošne značilnosti diagramov poteka signalov

Diagram poteka signalov je alternativna možnost za nazorno grafično predstavitev sistemov vodenja. Vpeljal ga je S.J. Mason. Vsebuje povsem enako informacijo kot ustrezni bločni diagram, vendar se uporablja skoraj izključno za opis linearnih sistemov. Pred bločnim diagramom ima nekaj prednosti pri risanju in manipuliranju. Primernejši je tudi za računalniško obravnavo, saj je Mason razvil pravilo (algoritem) za poenostavljanje. Najsodobnejši paketi CACSD omogočajo, da uporabnik opiše modele z bločnimi diagrami ali z diagrami poteka signalov.

Diagram poteka signalov definiramo kot grafično predstavitev vhodno - izhodnih odvisnosti neke množice algebraskih enačb. Obravnavajmo linearni sistem, ki ga opisuje preprosta enačba

$$y_2 = a_{12} y_1 \quad (2.71)$$

kjer je y_1 vhodna spremenljivka, y_2 izhodna spremenljivka, a_{12} pa ojačenje (obtežba, prenos, prenosna funkcija) veje. Ustrezni diagram poteka signalov prikazuje slika 2.24.



Slika 2.24: Diagram poteka signalov za $y_2 = a_{12} y_1$

Spremenljivke (y_1 in y_2) so v diagramu poteka signalov predstavljene z vozlišči. Vozlišča so povezana z ustreznimi vejami (a_{12}), ki povezujejo vzrok in posledico. Vsaki veji pripada tudi usmeritev in ojačenje (obtežba, prenos, prenosna funkcija). Signali se vzdolž veje lahko prenašajo le v smeri puščice. Usmerjenost iz vozlišča y_1 v vozlišče y_2 namreč kaže na odvisnost y_2 od y_1 . Poudariti je potrebno, da enačbe oz. diagram poteka signalov kažejo le na zvezo med vhodom in izhodom. Čeprav algebrasko gledano velja tudi zveza

$$y_1 = \frac{1}{a_{12}} y_2 \quad (2.72)$$

pa diagram poteka signalov na sliki 2.24 ne vsebuje te odvisnosti. Za predstavitev te zveze je potrebno narisati nov diagram poteka signalov.

V splošnem je gradnik diagrama poteka signalov podsistem, ki ga opisuje množica n algebraskih enačb:

$$y_j = \sum_{k=1}^n a_{kj} y_k \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.73)$$

Enačbe si lahko predstavljamo tudi kot povezave med vzroki in posledicami

$$j\text{-ta posledica} = \sum_{k=1}^n [(\text{ojačenje od } k \text{ do } j) \cdot (k\text{-ti vzrok})] \quad (2.74)$$

ali enostavno

$$\text{izhod} = \sum [(\text{ojačenje}) \cdot (\text{vhod})] \quad (2.75)$$

Ker pa so dinamični sistemi opisani z diferencialnimi enačbami, je le-te treba predhodno transformirati v algebrajske enačbe z uporabo Laplace-ove transformacije, tako da dobimo obliko

$$Y_j(s) = \sum_{k=1}^n G_{kj}(s) Y_k(s) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.76)$$

Primer 2.11 Poglejmo si ilustrativni primer, ki ga opisujejo algebrajske enačbe

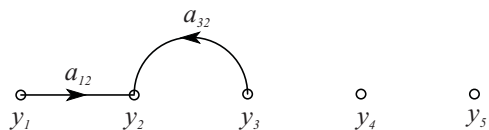
$$\begin{aligned} y_2 &= a_{12} y_1 + a_{32} y_3 \\ y_3 &= a_{23} y_2 + a_{43} y_4 \\ y_4 &= a_{24} y_2 + a_{34} y_3 + a_{44} y_4 \\ y_5 &= a_{25} y_2 + a_{45} y_4 \end{aligned} \quad (2.77)$$

Postopek risanja diagrama poteka signalov začnemo tako, da vrišemo vsa vozlišča (po možnosti na vodoravni premici ali na večih vodoravnih premicah).

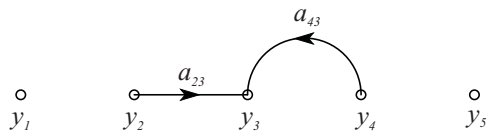
$$\begin{array}{ccccc} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{array}$$

Nato povezujemo vozlišča z upoštevanjem enačb (2.77).

1. enačba $y_2 = a_{12} y_1 + a_{32} y_3$

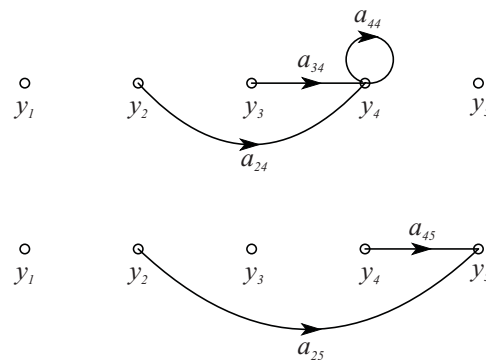


2. enačba $y_3 = a_{23} y_2 + a_{43} y_4$



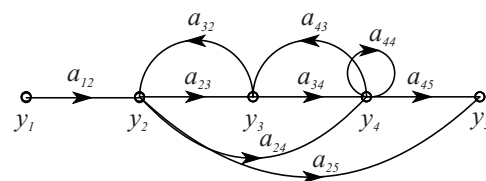
3. enačba $y_4 = a_{24} y_2 + a_{34} y_3 + a_{44} y_4$

4. enačba $y_5 = a_{25} y_2 + a_{45} y_4$



Celoten graf prikazuje slika 2.25.

□



Slika 2.25: Diagram poteka signalov

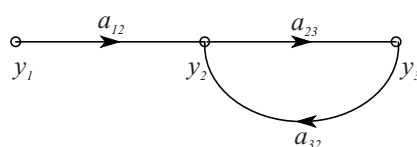
Povzemimo osnovne lastnosti diagrama poteka signalov

1. Diagram poteka signalov uporabljamo samo za linearne sisteme.
2. Enačbe, na katerih temelji diagram poteka signalov, morajo biti algebrajske enačbe v obliki, kjer so posledice funkcije vzrokov.
3. Spremenljivke so predstavljene z vozlišči. Običajno jih rišemo z leve na desno na eni ali na večih vodoravnih premicah.
4. Signali potujejo vzdolž vej samo v eni smeri, ki jo označujejo puščice.
5. Usmerjenost veje od vozlišča y_k k vozlišču y_j predstavlja odvisnost spremenljivke y_j od y_k , ne pa tudi obratno.
6. Signal y_k , ki potuje po veji od vozlišča y_k k vozlišču y_j , je pomnožen z ojačenjem veje a_{kj} , tako da v vozlišče y_j prispe signal $a_{kj} y_k$.

2.5.2 Definicije pojmov v diagramih poteka signalov

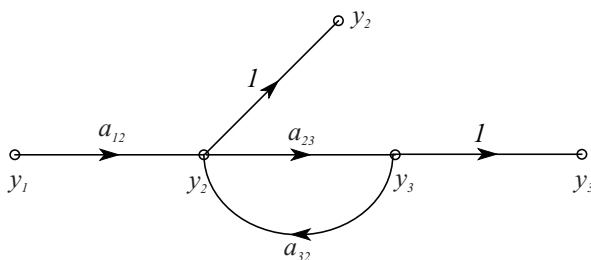
Razen vej in vozlišč definirajmo še nekatere pojme, ki se uporabljajo pri diagramih poteka signalov.

Vhodno vozlišče (izvor) je vozlišče, ki ima samo izhajajoče veje (primer y_1 na sliki 2.26).



Slika 2.26: Primer vhodnega vozlišča y_1

Izhodno vozlišče (ponor) je vozlišče, v katerega veje samo vpadajo. V primeru na sliki 2.26 takšnega vozlišča nimamo. Včasih pa obstaja potreba, da nekatera vozlišča postanejo izhodna. Če želimo vozlišči y_2 in y_3 na sliki 2.26 narediti za izhodni, vpeljemo veji z enotnim ojačenjem in dodatni vozlišči y_2 in y_3 . S tem zadostimo definicijskim zahtevam za izhodni vozlišči (slika 2.27). Modificirani graf je ekvivalenten prejšnjemu, pri čemer smo dodali enačbi $y_2 = y_2$ in $y_3 = y_3$. V splošnem lahko vsako vozlišče, ki ni izhodno, s takim postopkom naredimo izhodno.



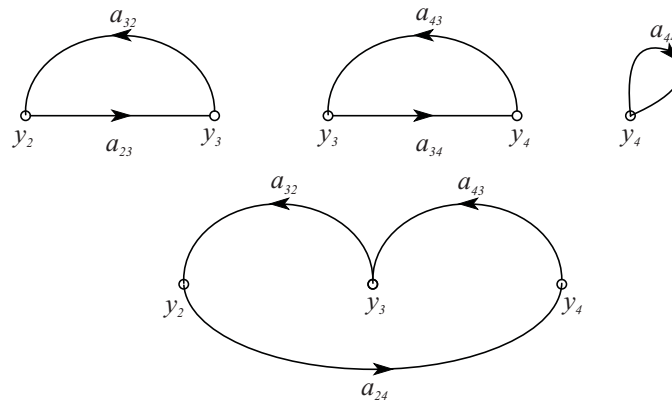
Slika 2.27: Vpeljava izhodnih vozlišč

Mešano vozlišče ima vpadajoče in izhajajoče veje.

Pot je katerokoli zaporedje vej, ki jih obidemo v smeri puščic. Definicija je zelo splošna in ne preprečuje večkratnega obhoda istega vozlišča.

Direktna pot je pot, ki prične v vhodnem in konča v izhodnem vozlišču in vzdolž te poti nobenega vozlišča ne zajame več kot enkrat. V primeru na sliki 2.25 je y_1 vhodno vozlišče, vozlišča y_2, y_3, y_4, y_5 so možna izhodna vozlišča. Med y_1 in y_3 sta dve možni direktni poti ($a_{12}a_{23}$ ali $a_{12}a_{24}a_{43}$).

Zanka je pot, ki pričenja in končuje v istem vozlišču in pri tem nobenega drugega vozlišča ne zajame več kot enkrat. Različne zanke iz grafa na sliki 2.25 prikazuje slika 2.28.



Slika 2.28: Različne zanke iz diagrama poteka signalov prejšnjega primera

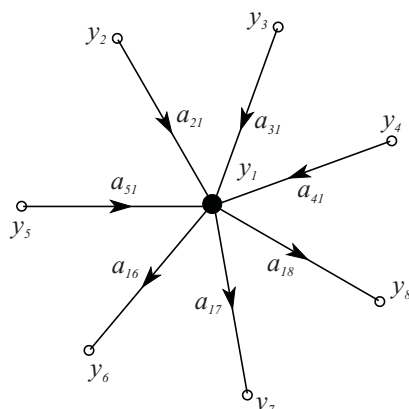
Nedotikajoče zanke so zanke, ki nimajo skupnega vozlišča.

2.5.3 Poenostavljanje diagramov poteka signalov

Na osnovi predstavljenih lastnosti in definicij si pogledjmo, podobno kot pri bločnih diagramih, kako je možno diagrame poteka signalov poenostavljati.

1. Vrednost spremenljivke, ki jo predstavlja vozlišče, je enaka vsoti vseh signalov, ki vstopajo v vozlišče. Za diagram poteka signalov na sliki 2.29 je vrednost spremenljivke y_1 enaka

$$y_1 = a_{21} y_2 + a_{31} y_3 + a_{41} y_4 + a_{51} y_5$$

Slika 2.29: Določitev vrednosti spremenljivke (vozlišča) y_1

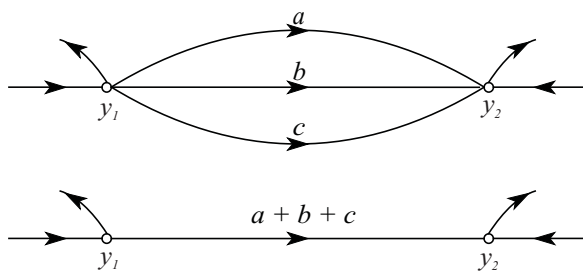
2. Vrednost spremenljivke, ki jo predstavlja vozlišče, se prenaša v druga vozlišča po vseh vejah, ki zapuščajo vozlišče. Za diagram na sliki 2.29 velja

$$y_6 = a_{16} y_1$$

$$y_7 = a_{17} y_1$$

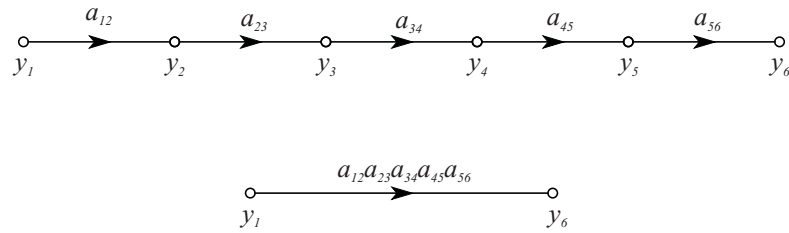
$$y_8 = a_{18} y_1$$

3. Vzporedne veje z isto usmerjenostjo med dvema vozliščema lahko nadomestimo z enojno vejo, ki ima ojačenje enako vsoti ojačenj vzporednih vej. Primer prikazuje slika 2.30.

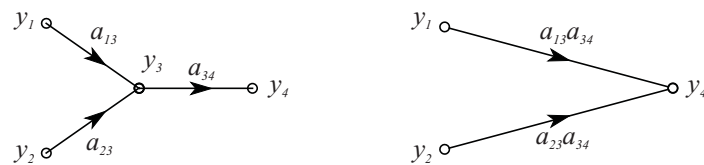


Slika 2.30: Poenostavitev vzporednih vej

4. Zaporedna povezava enako usmerjenih vej se lahko poenostavi v eno vejo z ojačenjem, ki je enako produktu ojačenj. Primer prikazuje slika 2.31.
5. Mešano vozlišče lahko odpravimo, kot prikazuje slika 2.32.

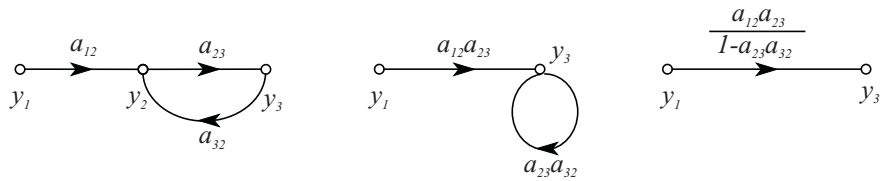


Slika 2.31: Poenostavitev zaporednih vej



Slika 2.32: Odprava mešanega vozlišča

6. Zanko lahko odpravimo, kot prikazuje slika 2.33. Ob tem najprej odpravimo mešano vozlišče y_2 .



Slika 2.33: Odprava zanke

Ker je

$$y_3 = a_{12}a_{23}y_1 + a_{23}a_{32}y_3$$

velja

$$y_3 = \frac{a_{12}a_{23}}{1 - a_{23}a_{32}} y_1$$

2.5.4 Mason-ovo pravilo

Z uporabo algebre diagrama poteka signalov skušamo pogosto priti do zveze med vhodnim in izhodnim vozliščem (prenosna funkcija v teoriji vodenja sistemov). Ta postopek pa je včasih zelo zapleten. Obstaja pa tudi algoritmizirani način postopka z uporabo Mason-ovega pravila. Formula je splošno uporabna in se glasi

$$T = \frac{y_{izh}}{y_{vh}} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^M P_i \Delta_i \quad (2.78)$$

Pri tem je:

T	...	ojačenje (prenosna funkcija) med vhodnim in izhodnim vozliščem
y_{izh}	...	vozlišče izhodne spremenljivke
y_{vh}	...	vozlišče vhodne spremenljivke
M	...	število direktnih poti med vhodnim in izhodnim vozliščem
P_i	...	ojačenje (prenosna funkcija) i -te direktne poti
Δ	...	determinanta diagrama poteka signalov, ki se izračuna iz enačbe

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - (-1)^{k+1} \sum_k \sum_j P_{jk} = 1 - \sum_j P_{j1} + \sum_j P_{j2} - \sum_j P_{j3} + \dots = \quad (2.79) \\ &= 1 - (\text{vsota ojačenj vseh povratnih zank}) + \\ &+ (\text{vsota vseh možnih kombinacij produktov} \\ &\quad \text{ojačenj dveh nedotikajočih povratnih zank}) - \\ &- (\text{vsota vseh možnih kombinacij produktov} \\ &\quad \text{ojačenj treh nedotikajočih povratnih zank}) + \\ &+ \dots \end{aligned}$$

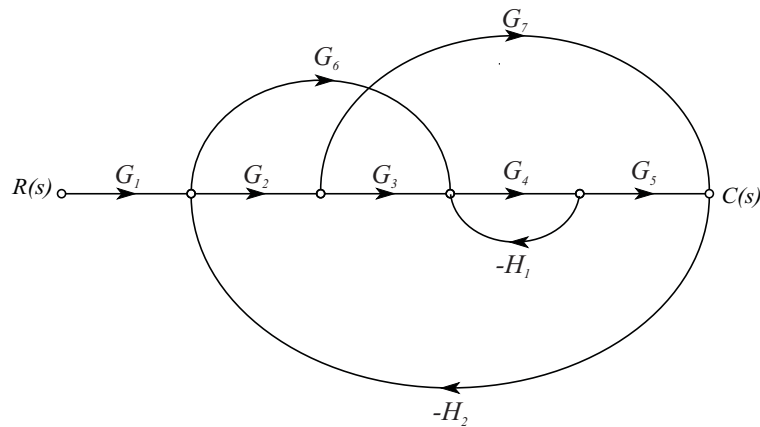
pri čemer je

P_{jk}	...	j -ti možni produkt ojačenj k -tih nedotikajočih povratnih zank
Δ_i	...	determinanta za del diagrama poteka, ki se ne dotika i -te direktne poti. Dobimo jo iz Δ celotnega diagrama z odstranitvijo zank, ki se dotikajo i -te direktne poti.

Edini zapleteni izraz v Mason-ovem pravilu je izraz za Δ . Vendar so v praksi sistemi z velikim številom nedotikajočih zank redki.

Pri uporabi Mason-ovega pravila pride najpogosteje do napake, ker ne upoštevamo pogojev za veljavnost. Zato ponovimo: Mason-ovo pravilo se uporablja samo za zvezo med vhodnim in izhodnim vozliščem.

Primer 2.12 Poenostavimo diagram poteka signalov, ki ga prikazuje slika 2.34, s pomočjo Mason-ovega pravila.



Slika 2.34: Diagram poteka signalov regulacijskega sistema

Med vhodom $R(s)$ in izhodom $C(s)$ so tri direktne poti s prenosnimi funkcijami

$$\begin{aligned} P_1 &= G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 \\ P_2 &= G_1 G_6 G_4 G_5 \\ P_3 &= G_1 G_2 G_7 \end{aligned} \quad (2.80)$$

Imamo štiri povratne zanke

$$\begin{aligned} P_{11} &= -G_4 H_1 \\ P_{21} &= -G_2 G_7 H_2 \\ P_{31} &= -G_6 G_4 G_5 H_2 \\ P_{41} &= -G_2 G_3 G_4 G_5 H_2 \end{aligned} \quad (2.81)$$

Imamo dve nedotikajoči zanki (P_{11}, P_{21}), katerih produkt je

$$P_{12} = P_{11} P_{21} \quad (2.82)$$

Determinanta sistema je

$$\Delta = 1 - (P_{11} + P_{21} + P_{31} + P_{41}) + P_{12} \quad (2.83)$$

Ker se vse zanke dotikajo prve in druge direktne poti, velja

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 1 \\ \Delta_2 &= 1 \end{aligned} \quad (2.84)$$

Za tretjo direktno pot je značilno, da se ne dotika zanke P_{11} . Zato velja

$$\Delta_3 = 1 - P_{11} \quad (2.85)$$

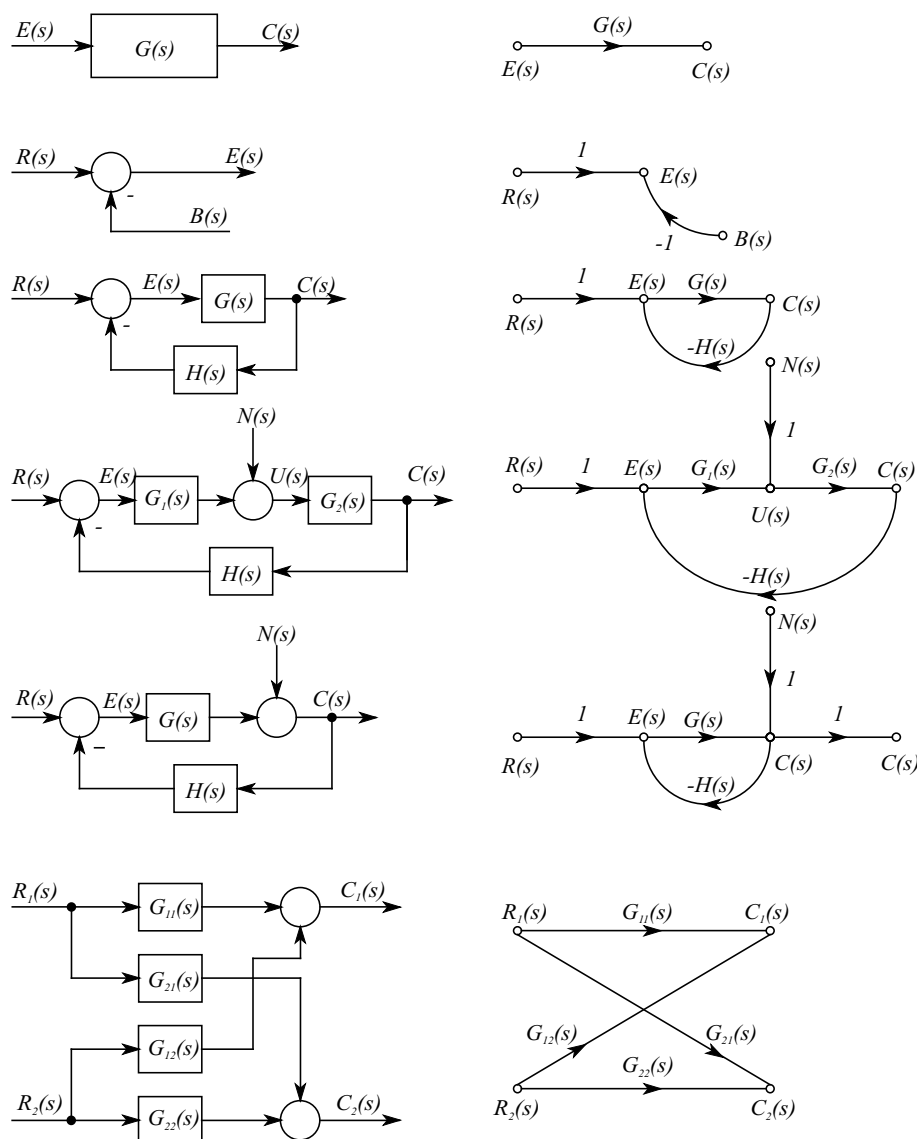
Zaprtozančno prenosno funkcijo dobimo iz izraza

$$\begin{aligned} T &= \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} (P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3) = \\ &= \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 + G_1 G_6 G_4 G_5 + G_1 G_2 G_7 (1 + G_4 H_1)}{1 + G_4 H_1 + G_2 G_7 H_2 + G_6 G_4 G_5 H_2 + G_2 G_3 G_4 G_5 H_2 + G_4 H_1 G_2 G_7 H_2} \end{aligned} \quad (2.86)$$

□

2.5.5 Povezava med bločnimi diagrami in diagrami poteka signalov pri regulacijskih sistemih

Zaradi podobnosti med bločnimi diagrami in diagrami poteka signalov lahko splošno Mason-ovo pravilo uporabimo tudi za določitev prenosne funkcije pri bločnih diagramih linearnih sistemov. V splošnem lahko Mason-ovo pravilo uporabimo neposredno. Vendar je običajno zaradi večje preglednosti predvsem pri določanju dotikajočih zank priporočljivo, da najprej narišemo ekvivalentni diagram poteka signalov in šele v povezavi s tem diagramom uporabimo Mason-ovo pravilo. Način risanja diagramov poteka signalov ne zahteva dodatnih pojasnil. Postopek je razviden iz primerov, ki so prikazani na sliki 2.35.



Slika 2.35: Povezave med bločnimi diagrami in diagrami poteka signalov

2.6 Prostor stanj

2.6.1 Splošne značilnosti prostora stanj

Osnovna ideja zapisa v prostoru stanj je v tem, da dinamično obnašanje sistema zapišemo z nizom diferencialnih enačb 1. reda. Rešitev lahko nazorno prikažemo

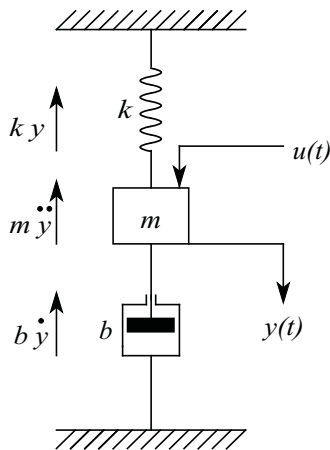
kot trajektorijo v prostoru stanj. Zapis sistema v prostoru stanj je zlasti primeren za računalniško obdelavo.

Prednost obravnave v prostoru stanj pride posebno do veljave pri obravnavi multivariabilnih sistemov. Nudi nam tudi informacijo o notranjosti sistema (informacijo o notranjih nihanjih, nestabilnostih, ...). Pri obravnavi s pomočjo prenosnih funkcij te informacije žal nimamo (imamo le vhodno-izhodno odvisnost).

Metode analize in sinteze v prostoru stanj spadajo med sodobne metode regulacijske teorije in so se začele razvijati okoli leta 1960. Omogočajo obravnavo univariabilnih in multivariabilnih sistemov, ki so lahko linearni ali nelinearni, časovno nespremenljivi ali časovno spremenljivi. Razen o sodobni regulacijski teoriji govorimo tudi o klasični regulacijski teoriji. Metode klasične regulacijske teorije so pretežno primerne le za univariabilne, linearne in časovno nespremenljive sisteme. Pristopa se razlikujeta v tem, da je sodobna regulacijska teorija vezana predvsem na obravnavo v časovnem prostoru, klasična pa na obravnavo v frekvenčnem prostoru.

Za lažje razumevanje zapisa v prostoru stanj si oglejmo primer 2.13.

Primer 2.13 Slika 2.36 prikazuje mehanski sistem, ki je sestavljen iz vzmeti, mase in dušilke.



Slika 2.36: Mehanski sistem

Predpostavljamo, da je sistem linearen. Vhod v sistem predstavlja zunanja sila $u(t)$. Izhod sistema je pomik mase $y(t)$. Le-tega opazujemo glede na ravnotežno lego, ki se vzpostavi, če ni zunanje sile. Sistem ima torej en vhod in en izhod. S

pomočjo Newton-ovega zakona zapišemo diferencialno enačbo

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = u \quad (2.87)$$

Sistem je torej drugega reda. V prostoru stanj ga zato opišemo s pomočjo dveh spremenljivk stanj. Izberimo za spremenljivki stanj izhodni signal y in njegov odvod $\dot{y}$ (pomik in hitrost)

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t) \\ x_2(t) &= \dot{y}(t) \end{aligned} \quad (2.88)$$

Zapis v prostoru stanj zahteva, da imamo na levi strani enačaja prve odvode spremenljivk stanj. Torej velja

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = x_2 \quad (2.89)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y} = \frac{1}{m}(-ky - b\dot{y}) + \frac{1}{m}u \quad (2.90)$$

Odvode spremenljivk stanj izrazimo v odvisnosti od spremenljivk stanj in vhodnih signalov.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{1}{m}u \end{aligned} \quad (2.91)$$

Gornji enačbi v matrični obliki sta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u \quad (2.92)$$

Izhod sistema izrazimo v odvisnosti od spremenljivk stanj in vhodnih signalov. V našem primeru velja

$$y = x_1 \quad (2.93)$$

oz. v matrični obliki

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot u \quad (2.94)$$

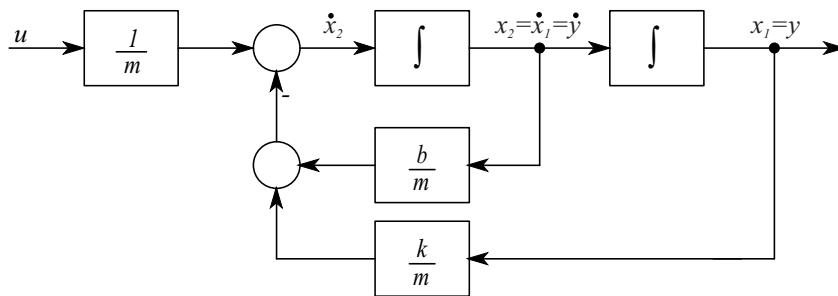
Standardni zapis v prostoru stanj ima obliko

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u \\ y &= \mathbf{C} \mathbf{x} + D u\end{aligned}\quad (2.95)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \quad 0], \quad D = 0$$

Odebeljena oznaka neke spremenljivke pomeni, da le-ta predstavlja vektor ali matriko.

Zapis sistema nazorno prikazuje bločni diagram sistema na sliki 2.37. Do njega pridemo tako, da upoštevamo zvezo med $\dot{x}_2, x_2$ in x_1 (integracija) ter enačbo (2.91). Integrator je osnovni dinamični blok, spremenljivke stanj pa so vedno izhodi integratorjev.



Slika 2.37: Bločni diagram mehanskega sistema

□

2.6.2 Osnovne definicije

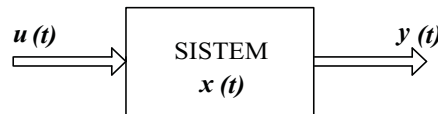
Stanje: Stanje sistema sestavlja minimalni nabor spremenljivk, ki jim pravimo spremenljivke stanj. Ob poznavanju vrednosti teh spremenljivk v trenutku $t = t_0$ in vhodnih signalov na časovnem intervalu $[t_0, t]$, je povsem določeno obnašanje sistema v vsakem trenutku $t \geq t_0$. Pri obravnavi časovno nespremenljivih sistemov izberemo običajno $t_0 = 0$. Koncept stanja ni omejen na fizikalne sisteme, ampak je splošen, uporaben v biologiji, ekonomiji, sociologiji in drugod.

Ni nujno, da so spremenljivke stanj realnega sistema merljive ali spoznavne, niti nimajo vedno fizikalnega ozadja. Vendar je priporočljivo, da za spremenljivke stanj izberemo lahko merljive spremenljivke, če je to možno. Regulator stanj namreč generira regulirno veličino s pomočjo ustrezno uteženih spremenljivk stanj sistema.

Vektor stanj: Če potrebujemo n spremenljivk za popoln opis vedenja dinamičnega sistema, potem teh n spremenljivk predstavlja vektor stanj $\mathbf{x}$. Vektor stanj je torej vektor, ki določa stanje sistema $\mathbf{x}(t)$ za vsak trenutek $t \geq t_0$ potem, ko je znano začetno stanje v trenutku $t = t_0$ in vhodni signal $\mathbf{u}(t)$ na časovnem intervalu $[t_0, t]$.

Prostor stanj: n -dimenzionalni prostor, katerega koordinatne osi predstavljajo spremenljivke $x_1, x_2, \dots, x_n$, imenujemo prostor stanj. Vsako stanje lahko ponazorimo s točko v prostoru stanj.

Enačbe v prostoru stanj: Pri obravnavi sistemov v prostoru stanj imamo opravka s tremi vrstami spremenljivk: vhodnimi spremenljivkami, izhodnimi spremenljivkami in spremenljivkami stanj. Možni so različni zapisi istega sistema v prostoru stanj, vendar je pri vseh zapisih enako število spremenljivk stanj. Ustreden sistem prikazuje slika 2.38.



Slika 2.38: Dinamični sistem

Ker so spremenljivke stanj in izhodne spremenljivke odvisne od zgodovine poteka vhodnih spremenljivk, mora model dinamičnega sistema vsebovati spominske elemente. Taki elementi so pri zveznih dinamičnih modelih integratorji. Zato izhodni signali integratorjev določajo obnašanje sistema in jih izberemo kot spremenljivke stanj. Število spremenljivk stanj je vedno enako številu integratorjev, ki jih vsebuje sistem. Pri analizi električnih vezij sta tipični spremenljivki tok skozi tuljavo in napetost na kondenzatorju

$$i_L = \frac{1}{L} \int u \, dt \quad u_C = \frac{1}{C} \int i \, dt \quad (2.96)$$

Torej sta obe veličini izhoda integratorjev. Za integratorje pa so pomembne začetne vrednosti, to so njihove izhodne vrednosti v začetku opazovanja. Iz osnov elektrotehnike vemo, da je tudi pri analizi prehodnih pojavov potrebno upoštevati začetno napetost na kondenzatorju in začetni tok skozi tuljavo.

Predpostavimo multivariabilni sistem z r vhodi $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$, m izhodi $y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)$ in n spremenljivkami stanj $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$. Sistem v prostoru stanj opišemo z naslednjimi enačbami:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \dot{x}_2(t) &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t)\end{aligned}\tag{2.97}$$

$$\begin{aligned}y_1(t) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ y_2(t) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ &\vdots \\ y_m(t) &= g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t)\end{aligned}\tag{2.98}$$

Če definirano

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix}\tag{2.99}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix}\tag{2.100}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \end{bmatrix}\tag{2.101}$$

potem enačbi (2.97) in (2.98) zapišemo v obliki

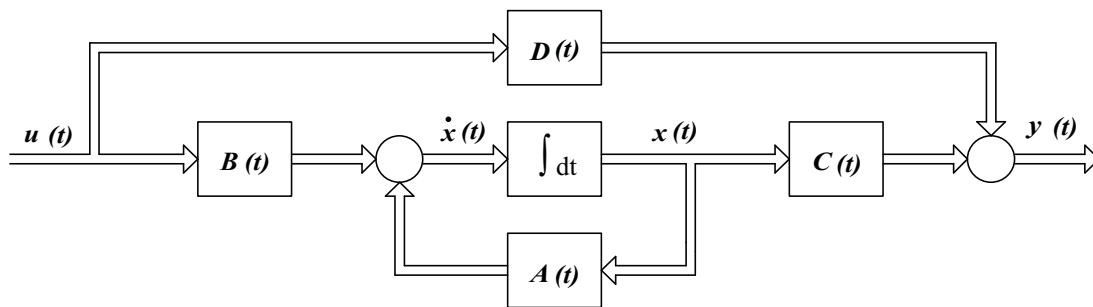
$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)\end{aligned}\tag{2.102}$$

Prvo enačbo imenujemo enačbo stanj, drugo pa izhodno enačbo. Če funkciji $\mathbf{f}$ in $\mathbf{g}$ eksplicitno vsebujeta neodvisno spremenljivko t , potem je to časovno spremenljivi sistem.

Enačbi (2.102) veljata splošno, tudi za nelinearni funkciji $\mathbf{f}$ in $\mathbf{g}$. Če pa je sistem linearen ali če obravnavamo v delovni točki linearizirani sistem, pa se zapis enačb (2.102) poenostavi v

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t) \mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (2.103)$$

Matriko $\mathbf{A}$ bomo imenovali matrika stanj ali sistemska matrika. Matrika $\mathbf{B}$ je vhodna matrika, matrika $\mathbf{C}$ izhodna matrika, matrika $\mathbf{D}$ pa je vhodno - izhodna matrika. Slika 2.39 prikazuje bločni diagram sistema, ki ga opisujeta enačbi (2.103).



Slika 2.39: Bločni diagram multivariabilnega sistema

V primeru časovno nespremenljivega sistema se enačbi (2.102) poenostavita v

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\end{aligned}\quad (2.104)$$

Če pa je sistem časovno nespremenljiv in linearen, pa velja zapis

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (2.105)$$

2.6.3 Povezava med prenosno funkcijo in zapisom v prostoru stanj

Izpeljali bomo zvezo, ki omogoča izračunati prenosno funkcijo iz zapisa v prostoru stanj univariabilnega sistema.

Sistem z vhodom $u(t)$ in izhodom $y(t)$ ima prenosno funkcijo

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (2.106)$$

V prostoru stanj ga zapišemo z enačbama

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u \\ y &= \mathbf{C} \mathbf{x} + D u \end{aligned} \quad (2.107)$$

kjer je $\mathbf{x}$ vektor stanj, u je vhodni signal in y izhodni signal. Z uporabo Laplace-ove transformacije se enačbi (2.107) spremenita v obliko

$$\begin{aligned} s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0) &= \mathbf{A} \mathbf{X}(s) + \mathbf{B} U(s) \\ Y(s) &= \mathbf{C} \mathbf{X}(s) + D U(s) \end{aligned} \quad (2.108)$$

Ker je prenosna funkcija definirana kot kvocient Laplace-ovih transformov izhodnega in vhodnega signala pri ničelnih začetnih pogojih, dobimo

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{A} \mathbf{X}(s) = \mathbf{B} U(s) \quad (2.109)$$

oz.

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{X}(s) = \mathbf{B} U(s) \quad (2.110)$$

Če pomnožimo obe strani enačbe (2.110) z $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$, dobimo

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} U(s) \quad (2.111)$$

Z upoštevanjem enačbe (2.111) in druge enačbe (2.108) sledi

$$Y(s) = [\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + D] U(s) \quad (2.112)$$

Če upoštevamo enačbi (2.106) in (2.112), dobimo prenosno funkcijo

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + D \quad (2.113)$$

Prenosno funkcijo torej podaja izraz, ki zavisi od matrik $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, D$. Ker desna stran enačbe (2.113) vsebuje izraz $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$, lahko $G(s)$ zapišemo kot

$$G(s) = \frac{Q(s)}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})} \quad (2.114)$$

kjer je $Q(s)$ polinom, determinanta $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ pa je karakteristični polinom prenosne funkcije $G(s)$, saj določa pole prenosne funkcije. Lastne vrednosti matrike $\mathbf{A}$ so identične polom prenosne funkcije $G(s)$.

Primer 2.14 Za sistem na sliki 2.37 (primer 2.13) izračunajmo prenosno funkcijo.

$$\begin{aligned} G(s) &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + D = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} + 0 = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s & -1 \\ \frac{k}{m} & s + \frac{b}{m} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \begin{bmatrix} s + \frac{b}{m} & 1 \\ -\frac{k}{m} & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \end{aligned} \quad (2.115)$$

Enako prenosno funkcijo lahko dobimo tudi iz enačbe (2.87). □

2.6.4 Predstavitev sistema, zapisanega z diferencialno enačbo, v prostoru stanj

Diferencialna enačba ne vsebuje odvodov vhodnega signala

Če diferencialna enačba, ki opisuje univariabilni dinamični sistem, ne vsebuje odvodov vhodnega signala, ima obliko

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = u \quad (2.116)$$

Prenosna funkcija takega sistema je

$$G(s) = \frac{1}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (2.117)$$

Ker vemo, da pri tovrstnih sistemih informacija o $y(0), \dot{y}(0), \dots, y^{(n-1)}$ ter o vhodnem signalu $u(t)$ za $t \geq 0$ povsem opisuje dogajanje v sistemu, izberemo $y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{(n-1)}(t)$ za n spremenljivk stanj. Matematično je taka izbira zelo primerna, v praksi pa se temu včasih izogibamo, ker odvodi višjih redov prinašajo napake zaradi šumnega okolja. Definirajmo

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{y} \\ &\vdots \\ x_n &= y^{(n-1)} \end{aligned} \quad (2.118)$$

S tem enačbo (2.116) preoblikujemo v n diferencialnih enačb 1. reda

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \\ \dot{x}_n &= -a_n x_1 - \dots - a_1 x_n + u \end{aligned} \quad (2.119)$$

ali v obliko

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (2.120)$$

kjer je

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.121)$$

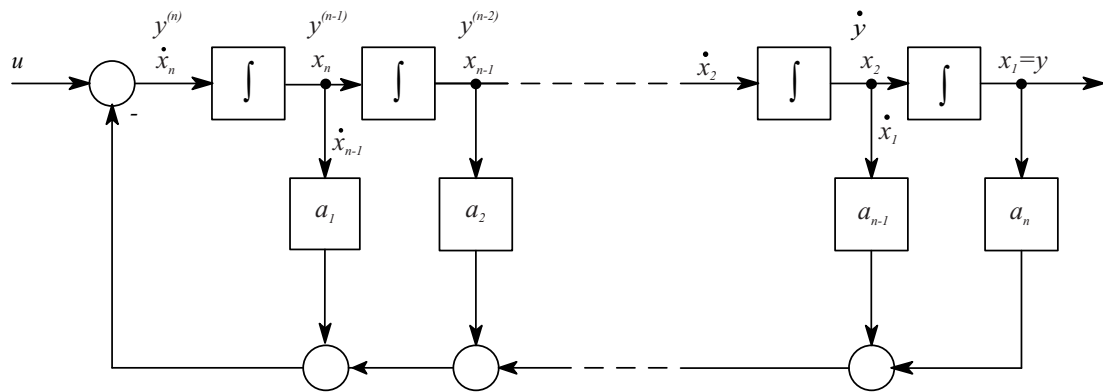
Izhodni signal izračunamo s pomočjo enačbe $y = x_1$

$$y = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

ozi.

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.123)$$

Bločni diagram prikazuje slika 2.40.



Slika 2.40: Bločni diagram sistema n -tega reda

Do bločnega diagrama bi lahko prišli tudi neposredno iz diferencialne enačbe, če bi jo zapisali v obliki

$$y^{(n)} = -a_1 y^{(n-1)} - a_2 y^{(n-2)} - \cdots - a_{n-1} \dot{y} - a_n y + u \quad (2.124)$$

Da dobimo n -ti odvod $y^{(n)}$, moramo sešteti vse člene desne strani enačbe (2.124), ter nato ustrezen signal n -krat integrirati.

Iz povedanega sledi, da pridemo do zapisa v prostoru stanj tudi tako, da iz diferencialnih enačb ali prenosnih funkcij narišemo bločni diagram, v njem izberemo spremenljivke stanj (izhode integratorjev) in nato zapišemo enačbe v prostoru stanj. V tem primeru je postopek dokaj trivialen, vendar je v bolj kompleksnih sistemih smiselno najprej razviti bločni diagram in iz njega zapis v prostoru stanj. Ob tem je potrebno bločni diagram razgraditi do te mere, da so edini dinamični funkcionalni bloki integratorji, saj so s tem spremenljivke stanj očitne.

Obravnavani postopek daje tudi odgovor na vprašanje, kako razviti do nivoja integratorjev razgrajeni bločni diagram prenosne funkcije. To lahko storimo na dva načina: ali preko vmesnega zapisa v prostoru stanj ali pa bolj neposredno s t.i. indirektnim načinom, ki ga poznamo pri simulacijah sistemov. V tem primeru izrazimo najvišji odvod v diferencialni enačbi (oblika (2.124)).

Diferencialna enačba vsebuje odvode vhodnega signala

V primeru, da diferencialna enačba sistema n -tega reda vsebuje tudi višje odvode vhodnega signala, ima obliko

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 u^{(n)} + b_1 u^{(n-1)} + \dots + b_{n-1} \dot{u} + b_n u \quad (2.125)$$

Prenosna funkcija takega sistema je

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (2.126)$$

V tem primeru $y, \dot{y}, \dots$ ne smemo izbrati za spremenljivke stanj, ker desna stran enačb stanj ne sme vsebovati odvodov vhodne spremenljivke. Zato je potrebno spremenljivke izbrati tako, da bodo odvodi eliminirani. Ena od možnosti je naslednja:

$$\begin{aligned} x_1 &= y - \beta_0 u \\ x_2 &= \dot{y} - \beta_0 \dot{u} - \beta_1 u = \dot{x}_1 - \beta_1 u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_3 &= \ddot{y} - \beta_0 \ddot{u} - \beta_1 \dot{u} - \beta_2 u = \dot{x}_2 - \beta_2 u \\
&\vdots \\
x_n &= y^{(n-1)} - \beta_0 u^{(n-1)} - \beta_1 u^{(n-2)} - \cdots - \beta_{n-2} \dot{u} - \beta_{n-1} u = \dot{x}_{n-1} - \beta_{n-1} u
\end{aligned} \tag{2.127}$$

kjer so $\beta_i, i = 1, 2, \dots, n$ določeni z enačbami

$$\begin{aligned}
\beta_0 &= b_0 \\
\beta_1 &= b_1 - a_1 \beta_0 \\
\beta_2 &= b_2 - a_1 \beta_1 - a_2 \beta_0 \\
\beta_3 &= b_3 - a_1 \beta_2 - a_2 \beta_1 - a_3 \beta_0 \\
&\vdots \\
\beta_n &= b_n - a_1 \beta_{n-1} - \cdots - a_{n-1} \beta_1 - a_n \beta_0
\end{aligned} \tag{2.128}$$

Tak izbor spremenljivk stanj zagotavlja, da eksistira enoumna rešitev. Vendar to ni edini možni način izbire spremenljivk stanj. S tako izbiro se enačbe stanj glasijo

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 + \beta_1 u \\
\dot{x}_2 &= x_3 + \beta_2 u \\
&\vdots \\
\dot{x}_{n-1} &= x_n + \beta_{n-1} u \\
\dot{x}_n &= -a_n x_1 - a_{n-1} x_2 - \cdots - a_1 x_n + \beta_n u
\end{aligned} \tag{2.129}$$

S tem lahko zapišemo enačbe stanj in izhodno enačbo v obliki

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} u \tag{2.130}$$

$$y = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \beta_0 u \tag{2.131}$$

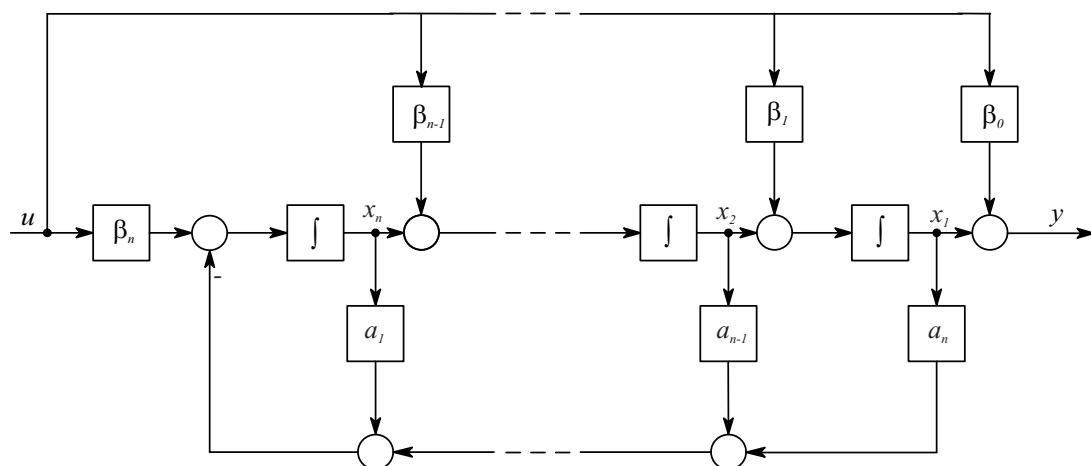
oz.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + Du\end{aligned}\quad (2.132)$$

pri čemer so

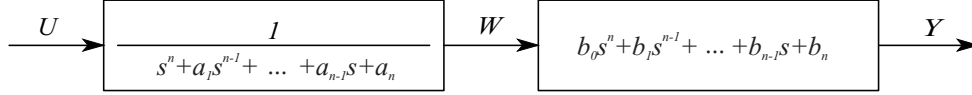
$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} & \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix} & \mathbf{C} &= [1 \ 0 \ \cdots \ 0] \quad D = \beta_0 = b_0\end{aligned}\quad (2.133)$$

Začetni pogoj $\mathbf{x}(0)$ je potrebno določiti s pomočjo enačb (2.127) iz začetnih pogojev $y(0), \dot{y}(0), \dots, y^{(n-1)}(0), u(0), \dot{u}(0), \dots, u^{(n-1)}(0)$. Vidimo, da prisotnost odvodov vhodnega signala ne vpliva na matriko $\mathbf{A}$ (ker je enaka, kot v prejšnjem primeru), ampak le na matriko $\mathbf{B}$. Bločni diagram predstavlja slika 2.41.



Slika 2.41: Bločni diagram sistema n -tega reda

Pri drugem postopku, ki omogoča realizacijo sistema, ki ga podaja enačba (2.125), izhajamo iz prenosne funkcije (2.126). Prenosno funkcijo realiziramo z bločnim diagramom, ki ga prikazuje slika 2.42.



Slika 2.42: Bločni diagram prenosne funkcije n -tega reda

Prvi blok predstavlja podsistem, katerega opis z diferencialno enačbo ne vsebuje odvodov vhodne spremenljivke (enačbi (2.116) in (2.117)). Enačba stanj je zato enaka, kot jo podajata enačbi (2.120) in (2.121)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (2.134)$$

pri čemer so spremenljivke stanj $x_1 = w, x_2 = \dot{w}, \dots, x_{n-1} = w^{(n-2)}, x_n = w^{(n-1)}$.

Izhodni signal definira v prostoru s izraz

$$Y(s) = (b_0s^n + b_1s^{n-1} + \cdots + b_{n-1}s + b_n)W(s) \quad (2.135)$$

oz. diferencialna enačba

$$y(t) = b_0w^{(n)} + b_1w^{(n-1)} + \cdots + b_{n-1}\dot{w} + b_nw \quad (2.136)$$

Če zamenjamo izhod w in njegove odvode s spremenljivkami stanj, dobimo

$$y(t) = b_0w^{(n)} + b_1x_n + \cdots + b_{n-1}x_2 + b_nx_1 \quad (2.137)$$

S spremenljivkami stanj je potrebno izraziti še prvi člen. Ker je $x_n = w^{(n-1)}$, velja

$$b_0 w^{(n)} = b_0 \dot{x}_n \quad (2.138)$$

Če izrazimo $\dot{x}_n$ iz enačbe (2.134), lahko ob upoštevanju enačbe (2.138) preuredimo enačbo (2.137) tako, da je izhodni signal odvisen le od spremenljivk stanja ter od vhodnega signala

$$\begin{aligned} y(t) &= (b_1 - b_0 a_1)x_n + (b_2 - b_0 a_2)x_{n-1} + \cdots + (b_n - b_0 a_n)x_1 + b_0 u = \\ &= \gamma_1 x_n + \gamma_2 x_{n-1} + \cdots + \gamma_n x_1 + b_0 u \end{aligned}$$

oz. v matrični obliki

$$y(t) = \begin{bmatrix} \gamma_n & \gamma_{n-1} & \cdots & \gamma_2 & \gamma_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u \quad (2.139)$$

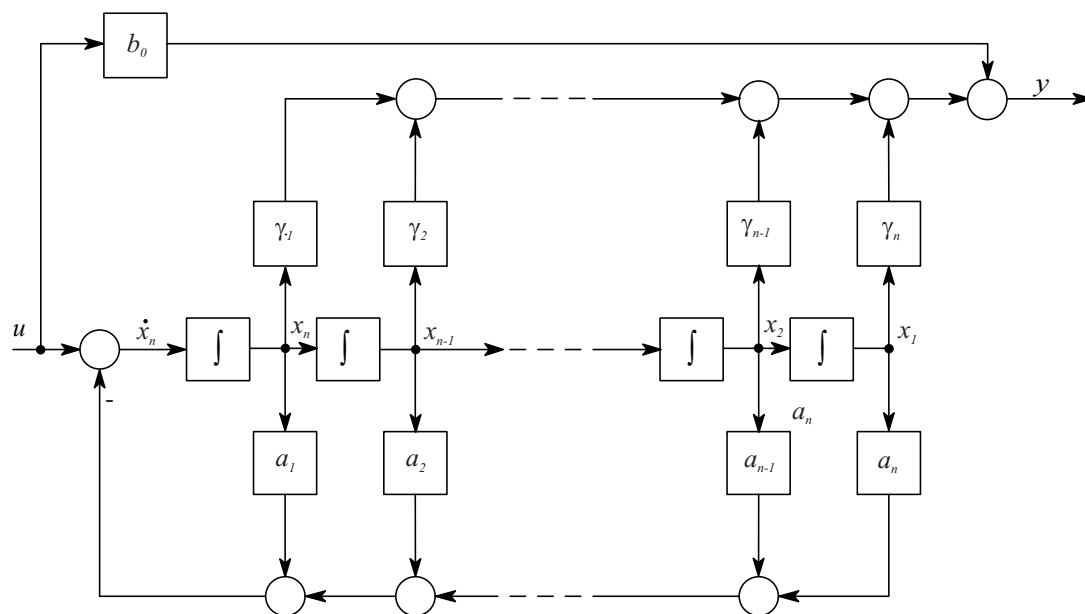
Sistem torej podajajo matrike

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \gamma_n & \gamma_{n-1} & \cdots & \gamma_2 & \gamma_1 \end{bmatrix} & D &= b_0 \end{aligned} \quad (2.140)$$

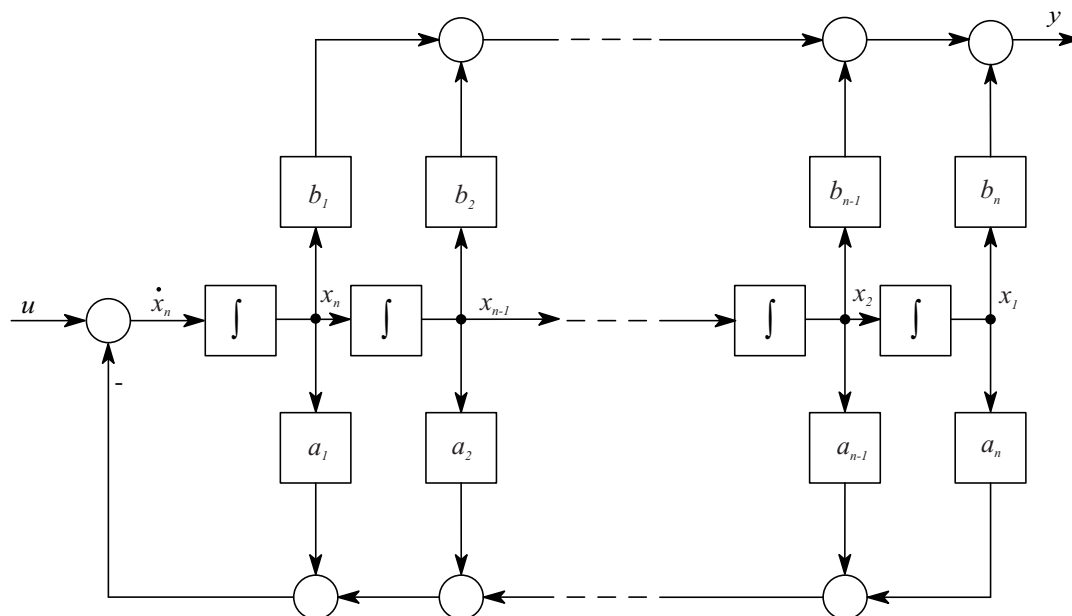
oz. bločni diagram, ki ga prikazuje slika 2.43.

Rešitev se poenostavi, če je $b_0 = 0$. To pomeni, da nimamo neposredne povezave vhoda in izhoda sistema. Ta lastnost je običajna za večino modelov realnih procesov in pomeni, da sistem ne more trenutno reagirati na vhodni signal. V tem primeru velja $\gamma_1 = b_1, \gamma_2 = b_2, \dots, \gamma_n = b_n$ oz. matrika $\mathbf{C}$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} b_n & b_{n-1} & \cdots & b_2 & b_1 \end{bmatrix} \quad (2.141)$$

Slika 2.43: Bločni diagram sistema n -tega reda

Temu ustrezno se modificira tudi bločni diagram, ki ga prikazuje slika 2.44.

Slika 2.44: Bločni diagram sistema, če je $b_0 = 0$

Če je torej koeficient $b_0 = 0$, lahko ustrezno diferencialno enačbo ali prenosno

funkcijo napišemo v prostoru stanj tako, da ima matrika $\mathbf{A}$ v zadnji vrstici koeficiente $-a_n, -a_{n-1}, \dots, -a_1$, nad glavno diagonalo enice, drugod pa ničle. Matrika $\mathbf{B}$ ima ob enici v zadnji vrstici same ničle, matrika $\mathbf{C}$ vsebuje koeficiente $b_n, b_{n-1}, \dots, b_1$, D pa je enak nič. Tako obliko matrike $\mathbf{A}$ imenujemo Frobenius-ova matrika, celoten zapis v prostoru stanj pa se imenuje vodljivostna kanonična oblika. Le-ta je primerna za načrtovanje regulatorjev. Potrebno je poudariti, da obstaja še vrsta drugačnih zapisov v prostoru stanj, od katerih so zlasti pomembne ostale kanonične oblike: spoznavnostna, diagonalna in Jordanova oblika.

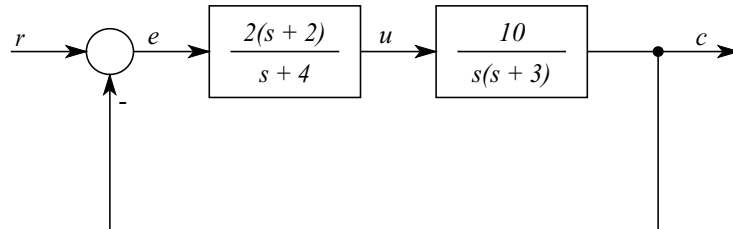
Različne oblike bločnih diagramov prenosnih funkcij oz. diferencialnih enačb so zelo povezane tudi s problematiko pri simulaciji sistemov. Bločni diagrami 2.40–2.44 (pri simulaciji jim pravimo simulacijske sheme) so že primerni za neposredno uporabo simulacijskega orodja (npr. analogni računalnik, digitalni simulacijski jezik, ...).

2.6.5 Uporaba bločnih diagramov pri zapisu sistemov v prostoru stanj

Učinkovitost bločnih diagramov smo že omenili pri prevedbi sistemov zapisanih z diferencialno enačbo ali prenosno funkcijo v prostor stanj. Toda, če hočemo uporabiti obravnavano metodo, je potrebno v primeru, ko je sistem podan z neko kompleksno bločno strukturo, le-to poenostaviti tako, da dobimo vhodno-izhodni zapis (prenosna funkcija ali diferencialna enačba).

V nadaljevanju bomo pokazali, kako s pomočjo bločnega diagrama pridemo do enačb stanj, ki sicer ne predstavljajo kanoničnih oblik. Postopek je tak, da vsak blok, ki ga opisuje prenosna funkcija, v sistemu zamenjamo s podsistemom, ki ima dinamični blok realiziran z integratorji. Izhode integratorjev izberemo za spremenljivke stanj in nato s pomočjo bločnega diagrama napišemo enačbe stanj.

Primer 2.15 Sistem, ki ga prikazuje slika 2.45, zapišimo v prostoru stanj.

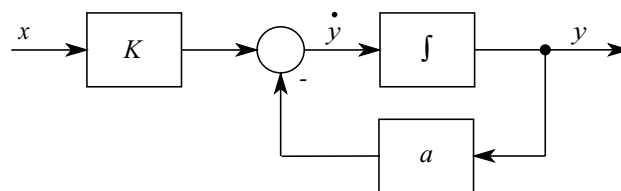


Slika 2.45: Bločni diagram sistema

Prenosno funkcijo $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{s+a}$ lahko nadomestimo z bločnim diagramom tako, da napišemo diferencialno enačbo in na levi strani obdržimo najvišji odvod

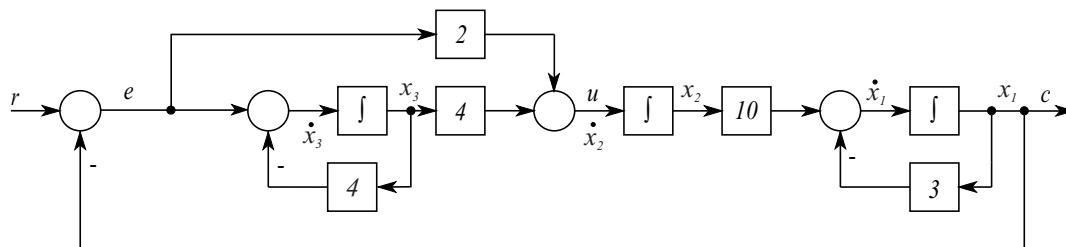
$$\dot{y} = -ay + Kx \quad (2.142)$$

Ustrezni bločni diagram prikazuje slika 2.46.



Slika 2.46: Bločni diagram sistema 1. reda

Z upoštevanjem slike 2.46 lahko bločni diagram 2.45 razgradimo tako, kot prikazuje slika 2.47. Izhode integratorjev izberemo kot spremenljivke stanj. Iz



Slika 2.47: Razgrajeni bločni diagram

bločnega diagrama 2.47 zapišemo enačbe

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -3x_1 + 10x_2 \\
\dot{x}_2 &= -2x_1 + 4x_3 + 2r \\
\dot{x}_3 &= -x_1 - 4x_3 + r \\
c &= x_1
\end{aligned} \tag{2.143}$$

oz. zapis v prostoru stanj

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 10 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} r \tag{2.144}$$

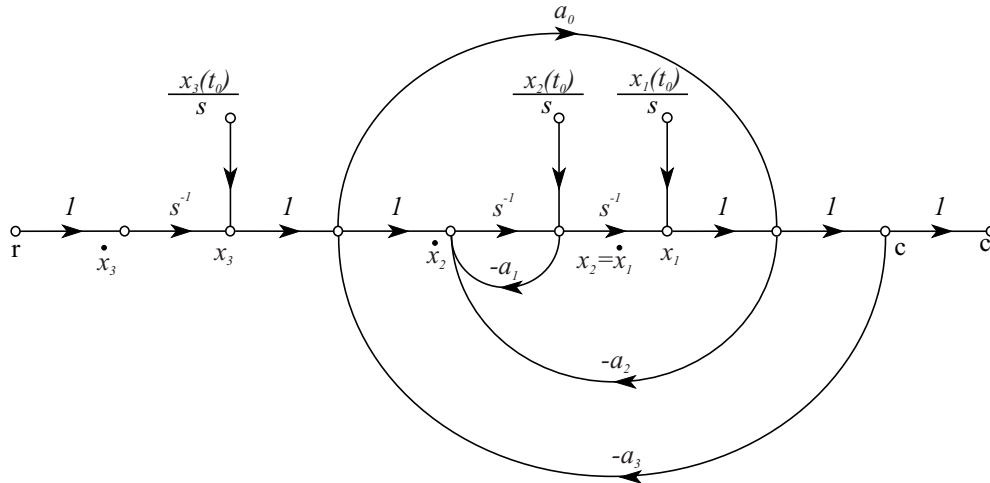
$$c = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

□

2.6.6 Uporaba diagramov poteka signalov pri zapisu sistemov v prostoru stanj

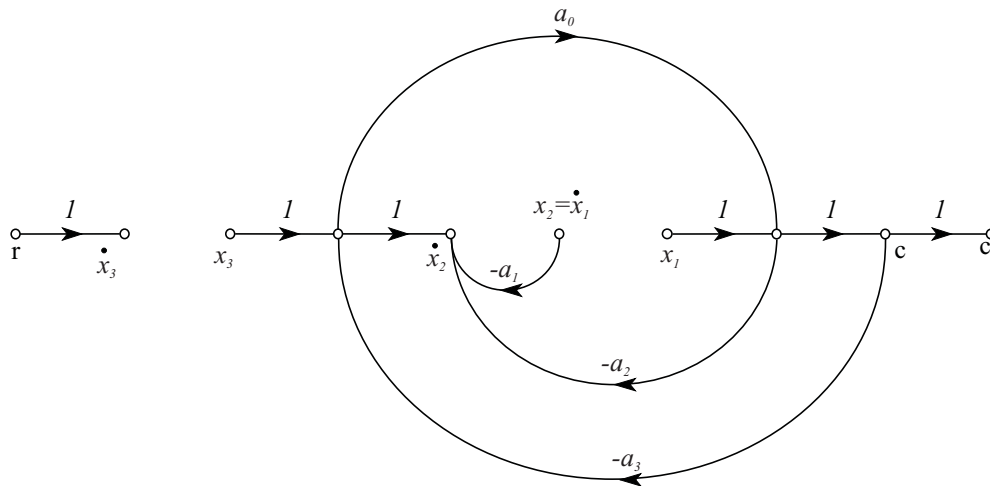
Omenili smo, da bločni diagram lahko koristno uporabimo za zapis sistema v prostoru stanj, če je le-ta razgrajen do nivoja integratorjev. Postopek je zelo ilustrativen, vendar se včasih računsko precej zaplete, ker je potrebno vse odvode spremenljivk stanj izraziti s spremenljivkami stanj in z vhodnim signalom. Ker pa diagrami poteka signalov vsebujejo enako informacijo kot bločni diagrami in ker je zvezo med dvema poljubnima spremenljivkama možno algoritmično izraziti s pomočjo Mason-ovega pravila, je diagram poteka signalov zelo primeren za zapis sistema v prostoru stanj. Vendar tudi za diagram poteka signalov velja, da mora biti razgrajen do nivoja integratorjev. Leva stran enačbe stanj vsebuje le prve odvode spremenljivk stanj, desna stran pa vsebuje spremenljivke stanj in vhodne signale. Torej v enačbah stanj ne nastopajo začetni pogoji in Laplace-ov operator s . Zato je priporočljivo, da v postopku pretvorbe diagrama poteka signalov v zapis v prostoru stanj iz diagrama izločimo vse veje, ki vsebujejo prenos $\frac{1}{s}$ in vse veje, ki v sistem vnašajo začetne pogoje. Predhodno moramo izbrati spremenljivke stanj, to so tista vozlišča, v katera vpadajo veje s prenosom $\frac{1}{s}$. Nato izračunamo zvezo med odvodi spremenljivk stanj ter spremenljivkami stanj in vhodnimi signali s pomočjo Mason-ovega pravila. Enako izračunamo zvezo med izhodi ter spremenljivkami stanj in vhodnimi signali.

Primer 2.16 Za sistem, ki ga prikazuje diagram poteka signalov na sliki 2.48, določimo zapis v prostoru stanj.



Slika 2.48: Diagram poteka signalov

Potem, ko smo določili spremenljivke stanj, odstranimo vse veje, ki vsebujejo integratorje in ki vnašajo začetne pogoje. S tem dobimo diagram, ki ga prikazuje slika 2.49. Nato začnemo s postopkom pisanja enačb. Upoštevamo, da je determinanta diagrama poteka signalov neodvisna od izbire vhoda in izhoda.



Slika 2.49: Diagram poteka signalov z odstranjenimi vejami

1. Prva enačba stanj je očitvidna

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.145)$$

2. $\dot{x}_2$ je odvisen od x_1, x_2 in x_3 . Zato moramo ločeno z Mason-ovim pravilom določiti vpliv x_1, x_2 in x_3 na $\dot{x}_2$ ter vplive sešteti.

a) x_1 vhod, $\dot{x}_2$ izhod

$$P_1 = -a_2, \quad P_2 = -a_3 \quad (2.146)$$

$$\Delta = 1 - (-a_0 a_3) = 1 + a_0 a_3 \quad (2.147)$$

$$\Delta_1 = 1, \quad \Delta_2 = 1 \quad (2.148)$$

$$T_1 = \frac{1}{\Delta}(P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2) = \frac{-(a_2 + a_3)}{1 + a_0 a_3} \quad (2.149)$$

b) x_2 vhod, $\dot{x}_2$ izhod

$$T_2 = -a_1 \quad (2.150)$$

c) x_3 vhod, $\dot{x}_2$ izhod

$$P_1 = 1, \quad P_2 = -a_0 a_2 \quad (2.151)$$

$$\Delta_1 = 1, \quad \Delta_2 = 1 \quad (2.152)$$

$$T_3 = \frac{1}{\Delta}(P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2) = \frac{1 - a_0 a_2}{1 + a_0 a_3} \quad (2.153)$$

3. $\dot{x}_3$ je odvisen le od r

$$\dot{x}_3 = r$$

S pomočjo gornjih izračunov napišemo zapis v prostoru stanj

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-(a_2 + a_3)}{1 + a_0 a_3} & -a_1 & \frac{1 - a_0 a_2}{1 + a_0 a_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (2.154)$$

Za določitev izhodne enačbe moramo določiti vpliv spremenljivk stanj x_1, x_2 in x_3 na izhodno spremenljivko c

a) x_1 vhod, c izhod

$$P_1 = 1, \quad \Delta_1 = 1 \quad (2.155)$$

$$T_1 = \frac{1}{\Delta} P_1 \Delta_1 = \frac{1}{1 + a_0 a_3} \quad (2.156)$$

b) x_2 vhod, c izhod

$$T_2 = 0 \quad (2.157)$$

c) x_3 vhod, c izhod

$$P_1 = a_0, \quad \Delta_1 = 1 \quad (2.158)$$

$$T_3 = \frac{1}{\Delta} P_1 \Delta_1 = \frac{a_0}{1 + a_0 a_3} \quad (2.159)$$

Torej se izhodna enačba glasi

$$c = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+a_0 a_3} & 0 & \frac{a_0}{1+a_0 a_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (2.160)$$

□

3.

Analiza regulacijskih sistemov v časovnem prostoru

Pri analizi regulacijskih sistemov nas pogosto zanima, kakšni so časovni poteki določenih signalov pri vzbujanju sistema. Pri tem je vzbujačni signal običajno sprememba referenčnega signala ali nastop motnje, opazovani odziv pa pogrešek regulacijskega sistema, regulirana ali regulirna veličina. V tem poglavju bomo obravnavali klasične metode časovne analize. Analizo v prostoru stanj, ki jo uvrščamo med t.i. sodobne metode v časovnem prostoru, pa bomo obravnavali v posebnem poglavju.

3.1 Osnovne lastnosti časovnega odziva

Časovni odziv regulacijskega sistema delimo v dva dela:

- v prehodni pojav in
- v ustaljeno (stacionarno) stanje,

kar lahko zapišemo z enačbo

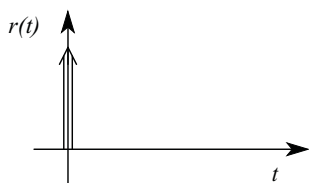
$$c(t) = c_t(t) + c_{ss}(t) \quad (3.1)$$

Pri tem je $c_t(t)$ prehodni pojav, $c_{ss}(t)$ pa ustaljeno stanje. Prehodni pojav je del odziva, ki s časom izzveni. Dobimo ga z upoštevanjem homogene diferencialne enačbe (levo stran diferencialne enačbe izenačimo z nič) in začetnih pogojev. Pod ustaljenim stanjem pa si predstavljamo vedenje sistema, ko gre čas proti neskončnosti. Torej je to del odziva, ki nastane potem, ko prehodni pojav izzveni. Izračunamo ga s pomočjo enačbe

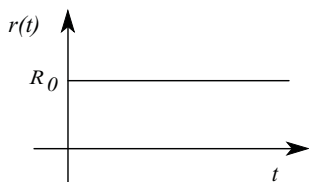
$$c_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s C(s) \quad (3.2)$$

ali pa s pomočjo diferencialne enačbe, tako da vse odvode signalov izenačimo z nič. Ni pa nujno, da se časovni signal v ustaljenem stanju s časom ne spreminja. Ta lastnost je odvisna od vrste sistema in od vrste vzbujanja.

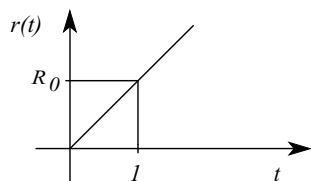
Odziv sistema lahko določimo le, če poznamo matematični model (diferencialna enačba, prenosna funkcija, prostor stanj) in vhodni signal. Za razliko od mnogih sistemov (npr. komunikacijskih, električnih, kemijskih, ...) pa pri regulacijskih sistemih običajno vhodnega signala vnaprej ne poznamo. Le-ta je včasih tudi naključnega značaja. Pri radarskem sledilnem sistemu se položaj in hitrost tarče, ki jo je potrebno slediti, spreminja na nepredvidljiv način, ki ga ni možno izraziti z determinističnim opisom. Za načrtovalca predstavlja to določen problem, saj je zelo težko načrtati ustrezen regulacijski sistem, ki bi se zadovoljivo odzival na poljuben vhodni signal. Zato pri analizi in načrtovanju uporabljamo take vhodne signale, ki čim bolj posnemajo dejanske signale med obratovanjem, hkrati pa omogočajo poenostavljen postopek analize in načrtovanja. Tako uporabljamo t.i. polinomske signale (δ impulz, stopnica, linearno naraščajoči signal, parabola, ...), periodične signale (sinusni signal, vlak impulzov), pa tudi nekatere naključne signale (pseudonaključni binarni šum, gaussov šum, šum z enakomerno verjetnostno porazdelitvijo, ...). Ustrezne signale prikazuje slika 3.1.



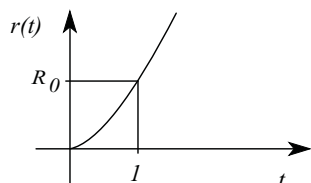
$$r(t) = \delta(t) \quad R(s) = 1$$



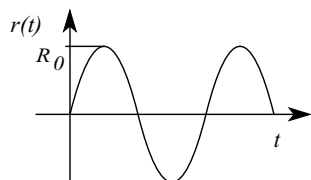
$$r(t) = \begin{cases} R_0 & ; \quad t \geq 0 \\ 0 & ; \quad t < 0 \end{cases} \quad R(s) = \frac{R_0}{s}$$



$$r(t) = \begin{cases} R_0 t & ; \quad t \geq 0 \\ 0 & ; \quad t < 0 \end{cases} \quad R(s) = \frac{R_0}{s^2}$$



$$r(t) = \begin{cases} R_0 t^2 & ; \quad t \geq 0 \\ 0 & ; \quad t < 0 \end{cases} \quad R(s) = \frac{2R_0}{s^3}$$



$$r(t) = \begin{cases} R_0 \sin \omega t & ; \quad t \geq 0 \\ 0 & ; \quad t < 0 \end{cases} \quad R(s) = \frac{R_0 \omega}{s^2 + \omega^2}$$

Slika 3.1: Tipični deterministični testni signali

Pri analizi prehodnega pojava in ustaljenega stanja običajno največ informacij nudi odziv na stopničasto vzbujanje. Odziv na stopničasto vzbujanje ali na δ impulz analiziramo v primeru, če je regulacijski sistem podvržen hitrim spremembam vhodnega signala. Če pa so te spremembe počasne, je smiselno uporabiti linearno naraščajoči ali sinusni signal ustrezno nizke frekvence. Posebno problematiko pa predstavlja izbira ustreznega preizkusnega signala pri identifikaciji sistemov. Izbrati je potrebno take preizkusne signale, ki čim bolj vzbujajo celotno frekvenčno področje sistema.

S pomočjo znanega zapisa (modela) regulacijskega sistema in znanega vhodnega signala lahko izračunamo odziv na različne načine. Če je podana prenosna funkcija sistema, dobimo odziv s pomočjo enačbe

$$C(s) = G(s) R(s) \quad (3.3)$$

kjer sta $C(s)$ in $R(s)$ Laplace-ova transformata izhodnega in vhodnega signala, $G(s)$ pa prenosna funkcija. Odziv $c(t)$ dobimo z inverzno Laplace-ovo transformacijo:

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(s)] \quad (3.4)$$

Namesto v frekvenčnem prostoru lahko izračunamo odziv tudi s pomočjo konvolucijskega integrala¹

$$c(t) = \int_0^t r(\tau)g(t - \tau) d\tau = \int_0^t g(\tau)r(t - \tau) d\tau \quad (3.5)$$

V konvolucijskem integralu nastopa razen vhodnega signala še inverzni Laplace-ov transform prenosne funkcije

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(s)] \quad (3.6)$$

Pri tem $g(t)$ predstavlja odziv sistema pri vzburjanju z δ impulzom, saj je Laplace-ov transform δ impulza enak 1

$$C(s) = G(s) \cdot 1 \Rightarrow g(t) = c(t) \quad \text{pri} \quad r(t) = \delta(t) \quad \text{oz.} \quad R(s) = 1 \quad (3.7)$$

Odzivu sistema na δ impulz pravimo naravni odziv sistema.

3.2 Vpliv polov in ničel na časovni odziv

Omenili smo, da je prenosna funkcija kvocient dveh polinomov spremenljivke s . Oglejmo si sistem, ki ga opisuje diferencialna enačba

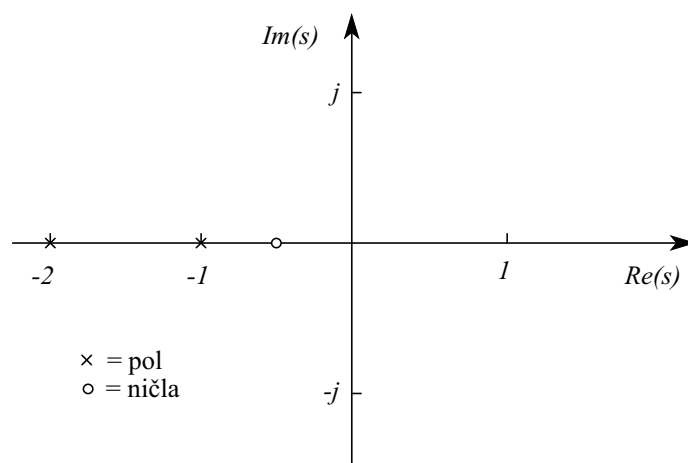
$$\ddot{c} + 3\dot{c} + 2c = 2\dot{r} + r \quad (3.8)$$

oz. prenosna funkcija

¹Lahko se integrira tudi do ∞ , ker je $g(t - \tau) = 0, \tau > t$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{2s + 1}{s^2 + 3s + 2} = \frac{2(s + \frac{1}{2})}{(s + 1)(s + 2)} \quad (3.9)$$

Če predpostavljamo, da $B(s)$ in $A(s)$ nimata skupnih korenov (to je običajen primer), potem vrednosti s , za katere velja $A(s) = 0$, naredijo vrednost prenosne funkcije $G(s)$ neskončno. Te vrednosti s imenujemo pole prenosne funkcije $G(s)$. V našem primeru sta pola pri $s = -1$ in $s = -2$. Vrednosti s , za katere pa velja $B(s) = 0$, pa naredijo vrednost prenosne funkcije $G(s) = 0$, zato jih imenujemo ničle prenosne funkcije. V našem primeru je ničla pri $s = -\frac{1}{2}$. Poli in ničle do multiplikativne konstante natančno določajo prenosno funkcijo, zato le to lahko predstavimo s sliko polov in ničel v ravnini s , kar prikazuje slika 3.2. Tudi to je torej možna predstavitev sistema.



Slika 3.2: Prikaz polov in ničel v s ravnini

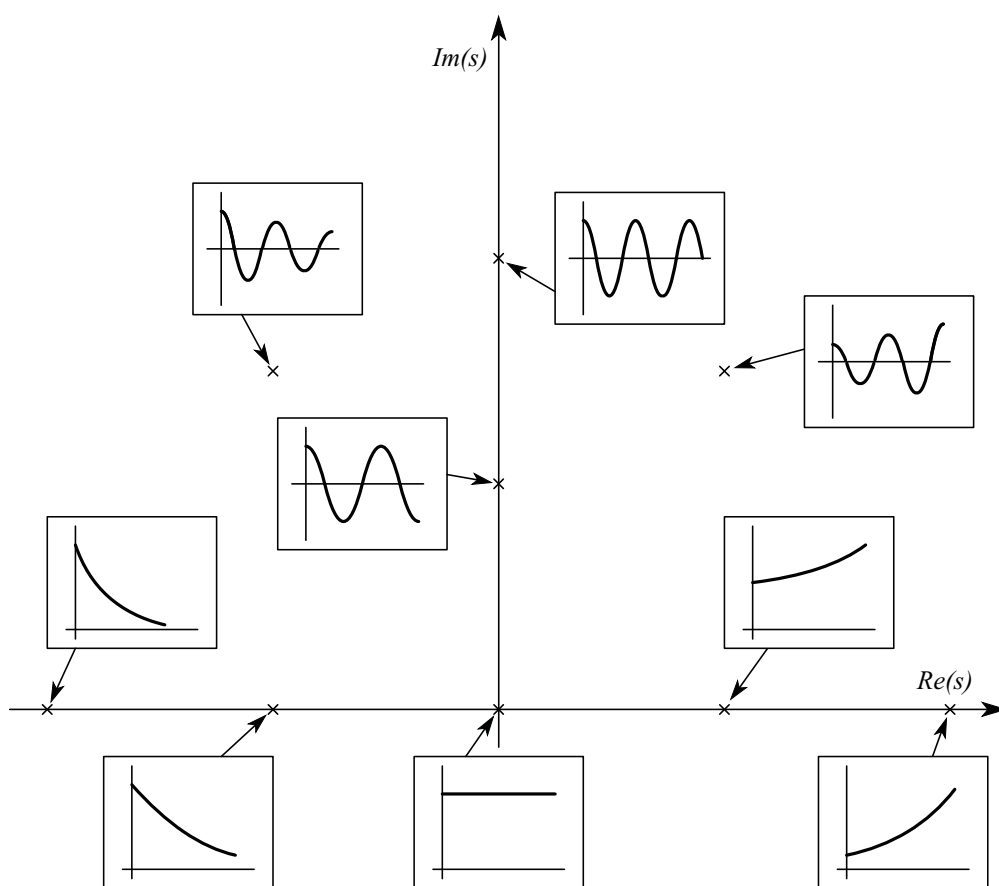
S pomočjo inverzne Laplace-ove transformacije izračunajmo iz prenosne funkcije odziv sistema na δ impulz. Slednje omogoča analizo vpliva polov in ničel na časovni odziv. Prenosno funkcijo $G(s)$ razvijemo v parcialne ulomke

$$G(s) = \frac{2s + 1}{(s + 1)(s + 2)} = \frac{-1}{s + 1} + \frac{3}{s + 2} \quad (3.10)$$

Ustrezni inverzni Laplace-ov transform pa se glasi

$$g(t) = -e^{-t} + 3e^{-2t} \quad (3.11)$$

Vidimo, da je oblika eksponencialnih funkcij, ki sestavljata odziv, odvisna le od polov pri $s = -1$ in $s = -2$. To velja v splošnem tudi za bolj kompleksne sisteme. Ničla sistema, ki oblikuje števec prenosne funkcije, pa skupaj s poli vpliva le na uteži, preko katerih oba člena (e^{-t} in e^{-2t}) vplivata na končni odziv. Slika 3.3 prikazuje vpliv lege polov na naravni odziv sistema.



Slika 3.3: Vpliv polov na naravni odziv sistema

Ker člen e^{-2t} izzveni hitreje kot člen e^{-t} , pravimo, da je pol pri $s = -2$ hitrejši kot pol $s = -1$. Zato včasih govorimo o hitrih in počasnih polih. Zapomniti si velja, da poli, ki so bolj oddaljeni od imaginarne osi, predstavljajo prehodni pojav, ki hitreje izzveni.

Dominantni zaprtozančni poli

Poli v regulacijskem sistemu so dominantni, če pretežno vplivajo na odziv sistema. V primeru, da sistem nima ničel, je relativna dominantnost definirana kot razmerje realnih delov zaprtozančnih polov. Na dominantnost pa vplivajo tudi uteži (nedoločeni koeficienti) v polih prenosne funkcije. Le-te pa dependirajo od lege polov in ničel. Če je razmerje realnih delov polov večje kot 4 in če v bližini pola, ki je bližje koordinatnemu izhodišču, ni ničel, potem pol, ki je bližje koordinatnemu izhodišču, dominantno vpliva na časovni potek, kajti predstavlja prehodni pojav, ki počasneje izzveni. Take pole imenujemo dominantni poli. Često nastopajo v konjugirano kompleksnih parih. Čeprav je koncept dominantnih polov koristen pri oceni dinamičnega obnašanja sistemov, pa moramo biti previdni in se prepričati, ali veljajo vse omenjene predpostavke.

Na primeru dveh prenosnih funkcij si oglejmo, kako zaradi ničle postane pol, ki je sicer bolj oddaljen od koordinatnega izhodišča, vplivnejši. Prva prenosna funkcija, ki vsebuje le dva pola, se glasi

$$G_1(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)} = \frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2} \quad (3.12)$$

Druga naj ima dodatno ničlo pri $s = -1.1$ a enako ojačenje ($G_1(0) = G_2(0)$)

$$G_2(s) = \frac{2(s+1.1)}{1.1(s+1)(s+2)} = \frac{0.18}{s+1} + \frac{1.64}{s+2} \quad (3.13)$$

Ničla pri $s = -1.1$ precej zmanjša vpliv pola pri $s = 1$, kar se vidi v tem, da se ustrezna utež v enačbi (3.12) zmanjša na 0.18 v enačbi (3.13), kajti ničla delno krajša pol. Ničla pri $s = -1$ pa bi povsem odstranila pol.

Opisana analiza je zelo primerna v kompleksnejših sistemih, saj dobimo člene, ki malo vplivajo na vedenje sistema. Tako lahko pridemo do enostavnejših modelov.

Če splošno prenosno funkcijo opišemo z enačbo

$$G(s) = \frac{R_1}{s + \sigma_1} + \frac{R_2}{s + \sigma_2 + j\omega_2} + \frac{\bar{R}_2}{s + \sigma_2 - j\omega_2} + \dots \quad (3.14)$$

potem imajo majhen vpliv na vedenje sistema tisti členi, katerih $\frac{|R_j|}{\sigma_j}$ so mnogo manjši od drugih. Ugotovili smo namreč, da pol tem bolj vpliva na časovni odziv, čim večja je pripadajoča utež in čim bliže je koordinatnemu izhodišču.

Pri poenostavljanju imamo tri možnosti:

- a) Zanemarimo člen, ki malo vpliva na časovni odziv.
- b) Člen, ki malo vpliva na časovni odziv, upoštevamo z njegovim ojačenjem $\frac{R_j}{\sigma_j \pm j\omega_j}$.
- c) Zanemarimo člen, ki malo vpliva na časovni odziv, ojačenje preostalega dela pa spremenimo tako, da je enako, kot je bilo pred poenostavljanjem.

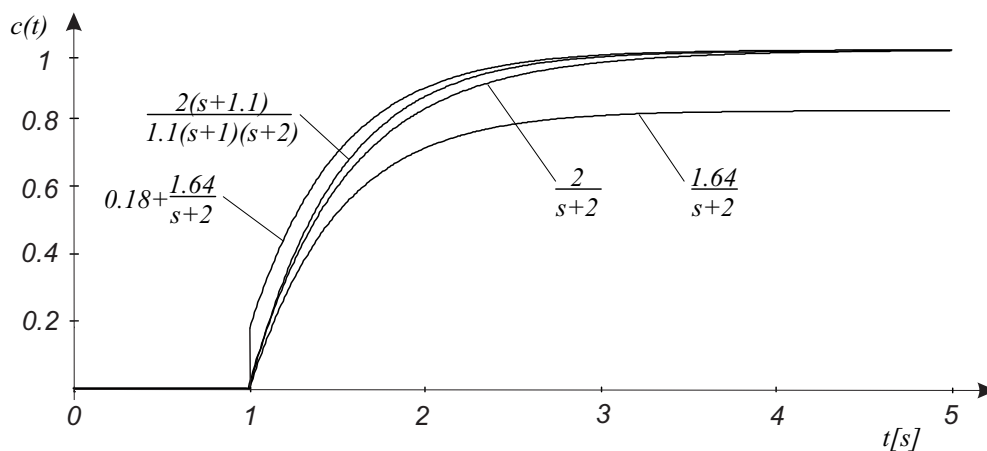
Ker v primeru prenosne funkcije, ki jo podaja enačba (3.13), velja

$$\frac{R_1}{\sigma_1} = 0.18 \ll \frac{R_2}{\sigma_2} = 0.82 \quad (3.15)$$

lahko prenosno funkcijo (3.13) poenostavimo v skladu s tremi navedenimi možnostmi:

- a) $G_2(s) \doteq \frac{1.64}{s+2}$
- b) $G_2(s) \doteq 0.18 + \frac{1.64}{s+2}$
- c) $G_2(s) \doteq \frac{2}{s+2}$

Slika 3.4 prikazuje odziv nepoenostavljenega sistema ter odzive treh poenostavljenih modelov na stopničasti vhodni signal velikosti 1. Model $G_2(s) \doteq \frac{1.64}{s+2}$ se dobro prilega nepoenostavljenemu modelu v začetku prehodnega pojava, v ustaljenem stanju pa ima zaradi spremenjenega ojačenja veliko odstopanje. Model $G_2(s) \doteq 0.18 + \frac{1.64}{s+2}$ se dobro ujema v ustaljenem stanju, v začetku prehodnega pojava pa je precejšnje odstopanje. Poenostavitev $G_2(s) \doteq \frac{2}{s+2}$ je v tem primeru še najbolj upravičena, saj omogoča dobro ujemanje v celotnem področju. V splošnem pa je izbira načina poenostavitve odvisna od vrste in namena modela.



Slika 3.4: Odzivi originalnega in poenostavljenega modela na stopničasto vzbu-
janje

Analiza stabilnosti

Stabilnost povratnozančnih sistemov lahko določimo glede na lego polov zaprtozančne prenosne funkcije v ravnini s . Če katerikoli pol leži v desnem delu ravnine s , potem časovni signali v regulacijskem sistemu naraščajo monotono ali pa nihajo z naraščajočo amplitudo. Taki sistemi so nestabilni. Če v takem sistemu ni ustrezne zaščite (nasičenje), potem je nevarnost, da se sistem poškoduje. Zato v regulacijskih sistemih poli v desni polravnini ravnine s niso dovoljeni. Prav tako običajno niso dovoljeni poli na imaginarni osi. Čeprav taki poli idealno gledano včasih predstavljajo signal, ki niti ne narašča, niti ne upada, pa moramo računati s tem, da v praksi vedno nastopajo motnje, ki se lahko zaradi pola na imaginarni osi preveč ojačijo.

Stabilnost linearnega dinamičnega sistema je lastnost samega sistema in ni odvisna od oblike in velikosti vhodnega signala. Sistem je absolutno stabilen, če ima vse pole v levi polravnini.

Z izbiro polov v levi polravnini pa še nismo zagotovili zadovoljivega prehodnega pojava. Ugotovili smo še, da poli v bližini imaginarne osi predstavljajo počasne prehodne pojave. Zato je za primeren prehodni pojav potrebna ustrezna lega polov v ravnini s , kar bomo podrobneje opisali pri analizi sistema drugega reda in pa pri analizi sistemov s pomočjo diagrama lege korenov.

3.3 Razvrstitev sistemov

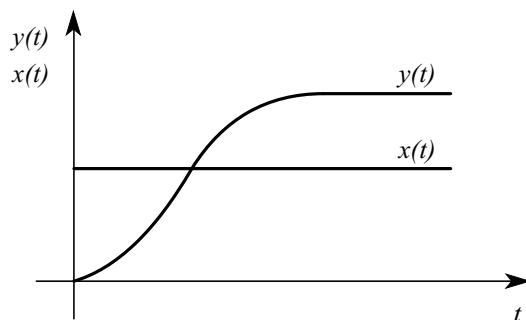
Razvrstitve sistemov, ki si jih bomo ogledali, so neodvisne od tega, ali obravnavamo sistem, ki predstavlja proces, regulator ali celotni regulacijski sistem.

Proporcionalni, integrirni in diferencirni sistemi

Proporcionalni sistem z vhomom $x(t)$ in izhodom $y(t)$ podaja prenosna funkcija

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} \quad m \leq n \quad (3.16)$$

pri čemer velja $B(0) \neq 0$ in $A(0) \neq 0$, torej polinoma v števcu in v imenovalcu ne vsebujeta korenov v koordinatnem izhodišču. Za take sisteme je značilen princip t.i. samoregulacije, kar pomeni, da pri stopničastem vzburjanju preidejo v neko novo, ustaljeno stanje, za katerega je značilna konstantna vrednost izhodnega signala. Tipičen primer predstavlja ogrevanje prostora, ko v njem vključimo grelnik neke konstantne moči. Karakteristični odziv proporcionalnega sistema $y(t)$ pri stopničastem vzburjanju $x(t)$ predstavlja slika 3.5.



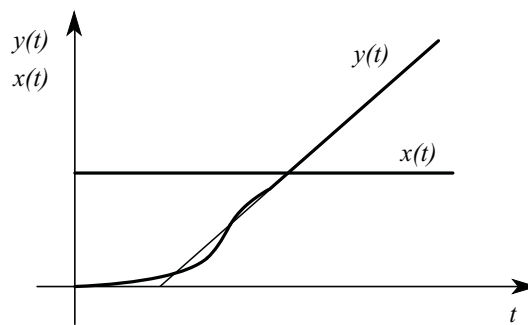
Slika 3.5: Karakteristični odziv proporcionalnega sistema

Če narišemo do integratorjev razgrajeni bločni diagram proporcionalnega sistema, opazimo, da imajo vsi integratorji povratne vezave.

Za *integrirne sisteme* pa je značilno, da vsebuje imenovalec prenosne funkcije enega ali več korenov v koordinatnem izhodišču. Prenosna funkcija ima obliko

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^j} \frac{N(s)}{D(s)} \quad (3.17)$$

Velja $N(0) \neq 0$ in $D(0) \neq 0$. Taki sistemi so mejno stabilni in nimajo pravega ustaljenega stanja, saj odziv po prehodnem pojavu narašča pri stopničastem vzbujujanju. Tipičen integrirni proces predstavljajo razne vrste enosmernih motorjev, katerih zasuk po prehodnem pojavu linearno narašča pri konstantni vzbujaalni napetosti. Slika 3.6 predstavlja karakterističen odziv integrirnega procesa.



Slika 3.6: Karakteristični odziv integrirnega sistema

Glede na število polov prenosne funkcije (3.17) v koordinatnem izhodišču (j), delimo sisteme na

- $j = 1$ sistemi prve vrste
- $j = 2$ sistemi druge vrste
- $\vdots$

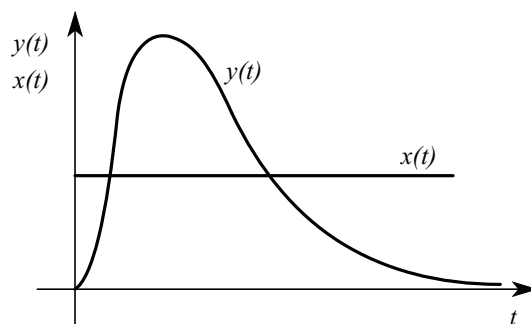
V skladu s tem lahko proporcionalne sisteme obravnavamo kot sisteme ničte vrste ($j = 0$).

Vrsta sistema odločilno vpliva na vedenje v povratni zanki. Temeljna lastnost vrste sistema je ta, da se z večanjem vrste zmanjšuje pogrešek v ustaljenem stanju oz. povečuje točnost regulacijskega sistema. Hkrati pa se povečujejo stabilnostni problemi, tako da je potrebno najti nek kompromis. Bločni diagram vsebuje toliko integratorjev brez povratnih zank, kolikor je vrsta sistema.

Pri *diferencirnih sistemih* vsebuje števec prenosne funkcije enega ali več korenov v koordinatnem izhodišču. Prenosna funkcija ima obliko

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^j N(s)}{D(s)} \quad (3.18)$$

pri čemer je $N(0) \neq 0$ in $D(0) \neq 0$. Taki sistemi kažejo močno reagiranje na stopničasti vhodni signal takoj na začetku prehodnega pojava. Slika 3.7 prikazuje tipični odziv diferencirnega sistema na stopničasto vzbujanje.



Slika 3.7: Karakteristični odziv diferencirnega sistema

Diferencirni značaj imajo predvsem regulatorji, ki morajo reagirati čim hitreje, medtem ko za procese to ni značilni tip reagiranja, saj imajo le-ti zaradi t.i. shranjevalnikov mase ali energije v odzivih precejšnje zakasnitve.

Obstajajo tudi sistemi, pri katerih preteče določen čas, predno se pokaže vpliv vhodne veličine na izhodno. Tej lastnosti rečemo *mrtvi čas* ali *transportna zakasnitev*. Vsi od prej obravnavanih vrst sistemov imajo lahko dodatno mrtvi čas.

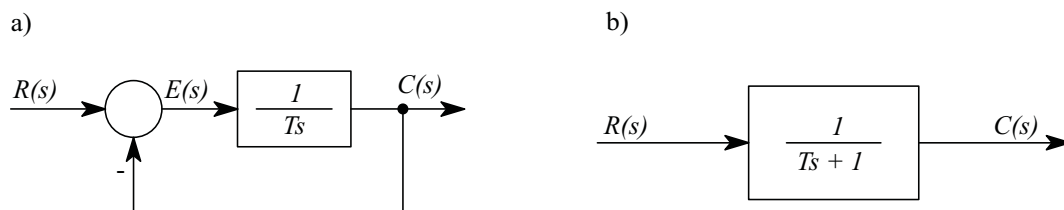
Red sistema

V časovnem prostoru je red sistema določen z redom najvišjega odvoda izhodne spremenljivke v diferencialni enačbi ali s številom spremenljivk stanja pri zapisu v prostoru stanj. Pri zapisu s prenosno funkcijo pa je red sistema določen s stopnjo polinoma v imenovalcu. Glede na to definicijo imamo sisteme ničtega, prvega, drugega in višjih redov.

3.4 Proporcionalni sistemi

3.4.1 Sistem prvega reda

Po zakonitostih sistema prvega reda se vedejo mnogi realni procesi in regulacijski sistemi. V literaturi srečamo tudi oznaki $P1$ ali $PT1$, kjer 1 pomeni eno časovno konstanto. Fizikalno gledano je sistem prvega reda lahko RC vezje, termični sistem, hidravlični sistem itd. Tipični regulacijski sistem (model motorja kot procesa v regulacijski zanki), ki ga je možno ponazoriti s sistemom prvega reda, prikazuje slika 3.8.



Slika 3.8: Bločni diagram sistema 1. reda: a) povratnozančni bločni diagram
b) poenostavljeni bločni diagram

Sistem 1. reda predstavimo v splošni obliki z diferencialno enačbo

$$T \dot{c}(t) + c(t) = k r(t) \quad (3.19)$$

ali s prenosno funkcijo

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k}{Ts + 1} \quad (3.20)$$

kjer je k ojačenje sistema, T pa njegova časovna konstanta.

Odziv sistema prvega reda na stopničasto vzbujanje

Ena od temeljnih značilnosti sistema 1. reda je njegov odziv na stopničasto vzbujanje $\frac{R_0}{s}$. Ustrezni Laplace-ov transform se glasi

$$C(s) = \frac{k}{T_s + 1} \cdot \frac{R_0}{s} \quad (3.21)$$

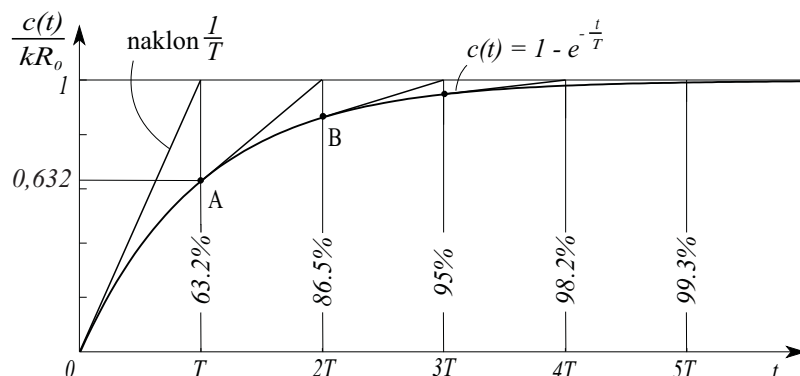
Če razvijemo $C(s)$ po parcialnih ulomkih, dobimo

$$C(s) = k R_0 \left[\frac{1}{s} - \frac{T}{T_s + 1} \right] \quad (3.22)$$

oz. odziv

$$c(t) = k R_0 (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad t \geq 0 \quad (3.23)$$

Slika 3.9 predstavlja karakteristične vrednosti odziva sistema 1. reda, kar s pridom uporabljamo v inženirski praksi.

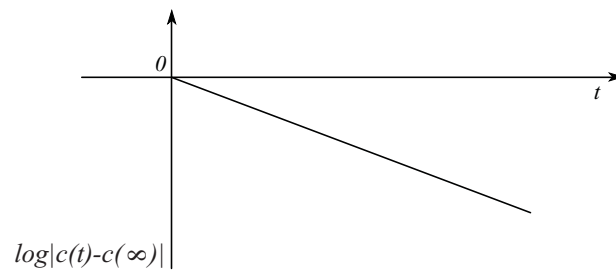


Slika 3.9: Odziv sistema 1. reda

Značilno je, da ima tangenta na krivuljo v koordinatnem izhodišču naklon $\frac{1}{T}$, ter da odziv doseže 63.2%, 86.5%, 95%, ... končne vrednosti, ko je čas enak $T, 2T, 3T, \dots$. V času $t \geq 4T$ ostane odziv znotraj 2% področja okoli končne vrednosti.

Če imamo meritve nekega sistema (posnet časovni odziv na stopnico), lahko iz meritev sklepamo na sistem 1. reda, če je odvod v trenutku $t = 0$ časovnega odziva različen od nič in če odziv nima prevojne točke. Lahko pa si pomagamo tudi z diagramom, kakršnega prikazuje slika 3.10.

Na ordinatno os nanašamo $\log |c(t) - c(\infty)|$, na abscisno os pa neodvisno spremenljivko t . Sistem je tembolj izrazljiv s sistemom 1. reda, čim bolj je krivulja ravna. Časovno konstanto T določimo iz izraza



Slika 3.10: Karakteristični odziv sistema 1. reda pri uporabi logaritemskega merila

$$c(T) - c(\infty) = 0.368 [c(0) - c(\infty)] \quad (3.24)$$

Ojačenje sistema določimo iz meritev tako, da ustaljeno vrednost izhodnega signala delimo s spremembo stopničastega vhodnega signala. Če je $c(0) = 0$, velja

$$k = \frac{c(\infty)}{R_0} = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} k R_0 (1 - e^{-\frac{t}{T}})}{R_0} \quad (3.25)$$

V primeru regulacijskega sistema na sliki 3.8 ($k = 1$) je regulirana veličina

$$c(t) = R_0 (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (3.26)$$

in pogrešek

$$e(t) = R_0 - c(t) = R_0 e^{-\frac{t}{T}} \quad (3.27)$$

oz. ustaljeni pogrešek

$$e(\infty) = 0 \quad (3.28)$$

Regulacijski sistem torej nima pogreška v ustaljenem stanju.

Odziv sistema prvega reda na linearno naraščajoči vhodni signal

Ker je Laplace-ov transform linearno naraščajočega vhodnega signala $R_0 t$ enak $\frac{R_0}{s^2}$, je odziv sistema 1. reda

$$C(s) = \frac{k}{Ts + 1} \cdot \frac{R_0}{s^2} \quad (3.29)$$

oz.

$$C(s) = k R_0 \left[\frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts + 1} \right] \quad (3.30)$$

kar da rešitev

$$c(t) = k R_0 [t - T + T e^{-\frac{t}{T}}] \quad t \geq 0 \quad (3.31)$$

V primeru regulacijskega sistema na sliki 3.8 ($k=1$) je regulirana veličina

$$c(t) = R_0 [t - T + T e^{-\frac{t}{T}}] \quad (3.32)$$

in pogrešek

$$e(t) = R_0 t - c(t) = R_0 T (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (3.33)$$

oz. ustaljeni pogrešek

$$e(\infty) = R_0 T \quad (3.34)$$

ki ima torej konstantno vrednost. Slika 3.11 prikazuje odziv pri vzbujujanju z linearno naraščajočim signalom.

Manjša kot je časovna konstanta T (večje je ojačenje zanke), manjši je pogrešek v ustaljenem stanju.

Odziv sistema prvega reda na δ impulz (naravni odziv)

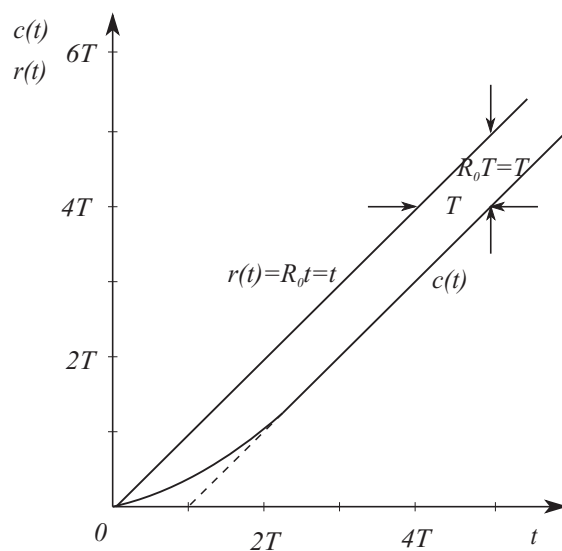
Ker je Laplace-ov transform δ impulza 1, določimo izhodni signal z enačbo

$$C(s) = \frac{k}{Ts + 1} \quad (3.35)$$

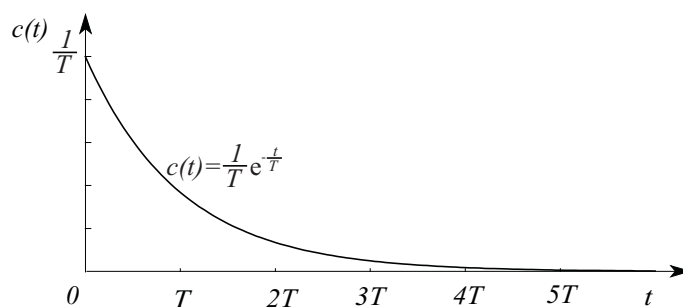
oz.

$$c(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} \quad t \geq 0 \quad (3.36)$$

Ustrezen odziv pri ojačenju $k = 1$ prikazuje slika 3.12.



Slika 3.11: Odziv pri linearno naraščajočem vhodnem signalu

Slika 3.12: Odziv sistema 1. reda na δ impulz

Če primerjamo vse tri odzive (pri δ impulzu, pri stopnici ($R_0 = 1$) in pri linearno naraščajočem signalu ($R_0 = 1$))

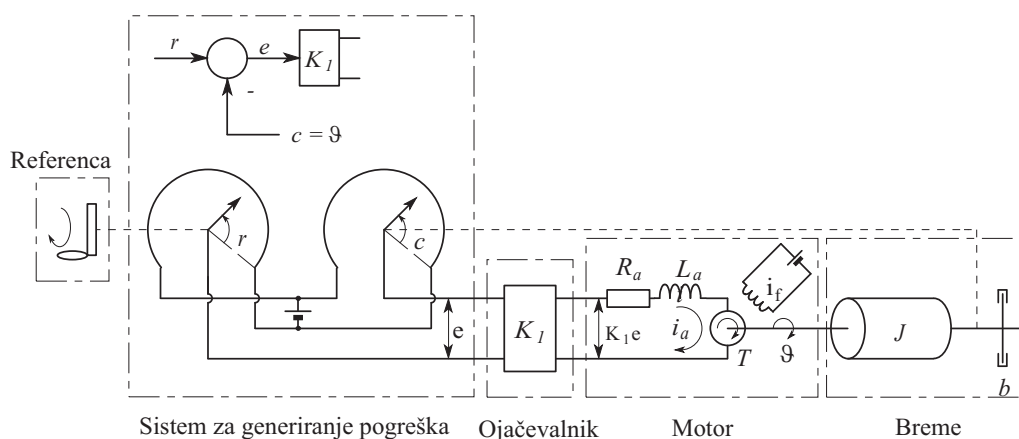
$$\begin{aligned}
 c(t) &= \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\
 c(t) &= k \left[1 - e^{-\frac{t}{T}} \right] & t \geq 0 \\
 c(t) &= k \left[t - T + T e^{-\frac{t}{T}} \right] & t \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

vidimo, da lahko odziv na odvod originalnega vhodnega signala dobimo z odvajanjem izhodnega signala pri originalnem vhodnem signalu. Prav tako vidimo, da

je odziv na integral originalnega vhodnega signala enak integralu odziva sistema pri originalnem vhodnem signalu. To je pomembna lastnost linearnih časovno nespremenljivih sistemov. Linearni časovno spremenljivi sistem in nelinearni sistemi nimajo te lastnosti.

3.4.2 Sistem drugega reda

Zakovitosti sistema drugega reda ($P2$ sistem) si bomo ogledali na primeru regulacije zasuka s pomočjo enosmernega motorja v servosistemu, ki ga prikazuje slika 3.13.



Slika 3.13: Regulacija zasuka

Pri konstantnem statorskem toku i_f je moment T , ki ga generira motor, proportionalen rotorskemu toku

$$T = k_2 i_a \quad (3.38)$$

pri čemer je k_2 momentna konstanta motorja. Za rotorski tokokrog pa velja enačba

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + k_3 \frac{d\vartheta}{dt} = k_1 e \quad (3.39)$$

kjer je k_3 induksijska konstanta in $k_3 \frac{d\vartheta}{dt}$ ustrezna inducirana napetost, ki je seveda

proporcionalna hitrosti vrtenja motorja. L_a je induktivnost, R_a pa upornost rotorskega tokokroga. Momentna ravnotežna enačba pa ima obliko

$$J \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + b \frac{d\vartheta}{dt} = T = k_2 i_a \quad (3.40)$$

Pri tem je J vztrajnostni moment motorja in bremena, b pa je ustrezni koeficient viskoznega dušenja. S pomočjo enačb (3.39) in (3.40) izpeljemo prenosno funkcijo med zasukom in pogreškom, tako da eliminiramo tok i_a

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{E(s)} = \frac{k_1 k_2}{s(L_a s + R_a)(Js + b) + k_2 k_3 s} \quad (3.41)$$

Ob zanemaritvi induktivnosti rotorja L_a , ki je običajno majhna, lahko prenosno funkcijo direktne veje napišemo v obliki

$$G(s) = \frac{\frac{k_1 k_2}{R_a}}{Js^2 + (b + \frac{k_2 k_3}{R_a})s} \quad (3.42)$$

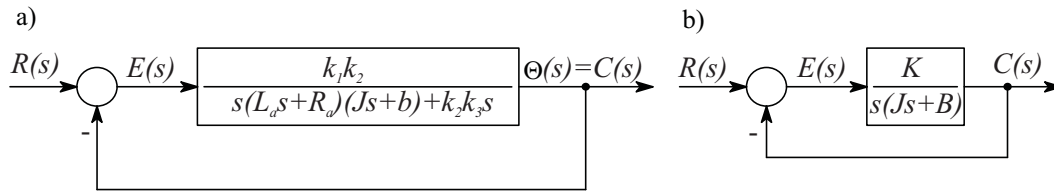
Če označimo

$$\begin{aligned} K &= \frac{k_1 k_2}{R_a} \\ B &= b + \frac{k_2 k_3}{R_a} \end{aligned} \quad (3.43)$$

velja prenosna funkcija direktne veje (motorja)

$$G(s) = \frac{K}{s(Js + B)} \quad (3.44)$$

Slika 3.14 prikazuje bločni in poenostavljeni bločni diagram servosistema. Ob



Slika 3.14: a) bločni diagram

b) poenostavljeni bločni diagram

upoštevanju zveze $E(s) = R(s) - \Theta(s) = R(s) - C(s)$ oz. z uporabo bločnega diagrama 3.14b pridemo do zaprtozančne prenosne funkcije

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2 + Bs + K} \quad (3.45)$$

Faktorizirana oblika prenosne funkcije (3.45) pa se glasi

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{J}}{\left[s + \frac{B}{2J} + \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}}\right] \left[s + \frac{B}{2J} - \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}}\right]} \quad (3.46)$$

Vidimo, da so povratnozančni poli kompleksni, če je $B^2 - 4JK < 0$ oz. realni, če je $B^2 - 4JK \geq 0$. Definirajmo

$$\frac{K}{J} = \omega_n^2, \quad \frac{B}{2J} = \zeta \omega_n = \sigma = \frac{1}{\tau} \quad (3.47)$$

Pri tem je ω_n lastna frekvenca nedušenega sistema in ζ dušilni koeficient, ki predstavlja razmerje med dušenjem sistema B proti kritičnemu dušenju $B_c = 2\sqrt{JK}$ ($B_c^2 - 4JK = 0$)

$$\zeta = \frac{B}{B_c} = \frac{B}{2\sqrt{JK}} \quad (3.48)$$

Z upoštevanjem omenjenih definicij lahko prenosno funkcijo zapišemo v standardni obliki za sistem drugega reda

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.49)$$

Torej na dinamično obnašanje sistema drugega reda vplivata dva parametra: dušilni koeficient ζ in lastna frekvenca nedušenega nihanja ω_n . Z ozirom na velikost parametra ζ lahko dinamično obnašanje razdelimo v štiri razrede:

$\zeta = 0$	nedušeno nihanje	$(B = 0)$
$\zeta < 1$	dušeno nihanje	$(B < B_c)$
$\zeta = 1$	meja aperiodičnosti	$(B = B_c)$
$\zeta > 1$	aperiodični odziv	$(B > B_c)$

a) Dušeno nihanje (podkritično dušenje $0 < \zeta < 1$)

V tem primeru lahko zapišemo $C(s)/R(s)$ kot

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + j\omega_d)(s + \zeta\omega_n - j\omega_d)} \quad (3.50)$$

pri čemer je

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3.51)$$

lastna frekvenca dušenega nihanja. Ustrezno lego polov prikazuje slika 3.15.

Časovni odziv sistema pri enotini stopnici ($R(s) = \frac{1}{s}$) podaja enačba

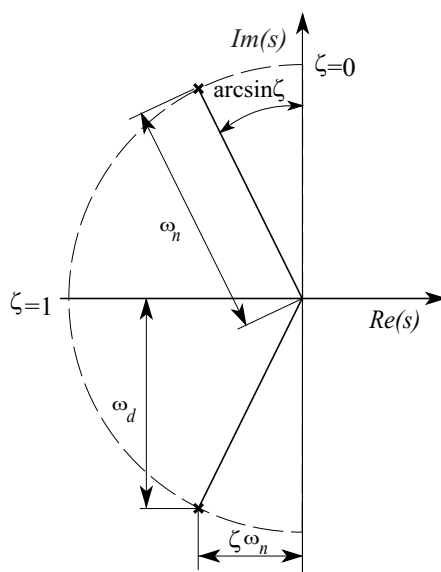
$$\begin{aligned} c(t) &= 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega_d t \right) = \\ &= 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \left(\omega_d t + \arctg \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right) \quad t \geq 0 \end{aligned} \quad (3.52)$$

V ustaljenem stanju gre odziv proti 1, torej ni nikakršnega pogreška.

b) Nedušeno nihanje ($\zeta = 0$)

V primeru, če je dušilni koeficient $\zeta = 0$, se pola nahajata na imaginarni osi in dobimo nedušeno nihanje

$$c(t) = 1 - \cos \omega_n t \quad t \geq 0 \quad (3.53)$$

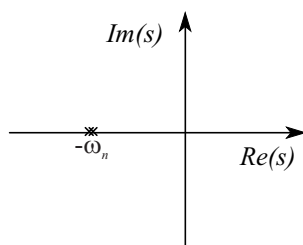
Slika 3.15: Lega polov pri sistemu drugega reda pri $0 < \zeta < 1$

Iz te enačbe nazorno vidimo, da je frekvenca ω_n tista frekvenca, s katero bi sistem nihalo, če ne bi imel dušenja. Ker pa ima vsak realni sistem določeno dušenje, dušeno niha s frekvenco $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$, ki je nekoliko nižja od frekvence ω_n . V praksi lahko merimo le lastno frekvenco dušenega nihanja ω_d .

c) Meja aperiodičnosti (kritično dušenje $\zeta = 1$)

Če sta dva pola prenosne funkcije $C(s)/R(s)$ približno enaka (slika 3.16), potem lahko sistem aproksimiramo s kritično dušenim sistemom

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \quad (3.54)$$

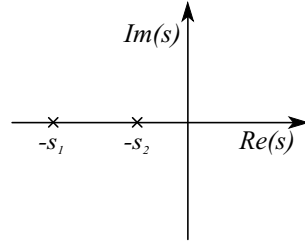
Slika 3.16: Lega polov pri $\zeta = 1$

Odziv pri vzbujujanju z enotino stopnico pa se glasi

$$c(t) = 1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t) \quad t \geq 0 \quad (3.55)$$

d) Aperiodični odziv (nadkritično dušenje $\zeta > 1$)

V tem primeru ležijo poli, kot prikazuje slika 3.17. Regulacijski sistem ima



Slika 3.17: Lega polov pri $\zeta > 1$

dva neenaka pola na negativni realni osi. Prenosna funkcija je

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})(s + \zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})} \quad (3.56)$$

oziroma odziv

$$c(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right) \quad t \geq 0 \quad (3.57)$$

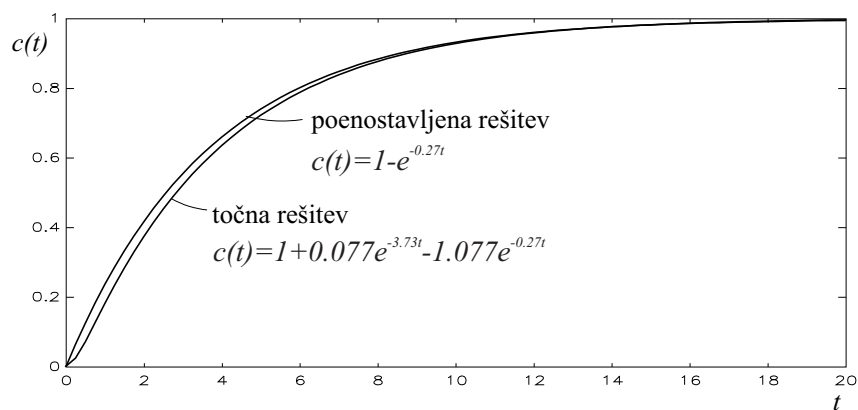
Pri tem je $s_1 = [\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}]\omega_n$ in $s_2 = [\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}]\omega_n$. Torej vsebuje odziv dva eksponentno upadajoča člena. Če je $\zeta \gg 1$, en eksponentni člen upada mnogo hitreje, kot drugi, tako da ga lahko zanemarimo (člen z manjšo časovno konstanto ima tudi precej manjšo utež). V obravnavanem primeru je pri $\zeta \gg 1$ pol $-s_2$ precej bližje koordinatnemu izhodišču kot pol $-s_1$. Zato lahko prenosno funkcijo (3.56) poenostavimo, tako da pola $-s_1$ ne upoštevamo, ojačenje preostalega dela pa spremenimo, da je enako vrednosti pred poenostavitvijo. Ojačenje sistema dobimo tako, da v prenosno funkcijo za s vstavimo 0. Ker je pri splošno definiranim sistemu drugega reda, iz katerega izhajamo, ojačenje $C(0)/R(0) = 1$, je prenosna funkcija poenostavljenega sistema

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s_2}{s + s_2} = \frac{\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}}{s + \zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (3.58)$$

in ustrezen časovni odziv pri vzbujanju z enotino stopnico

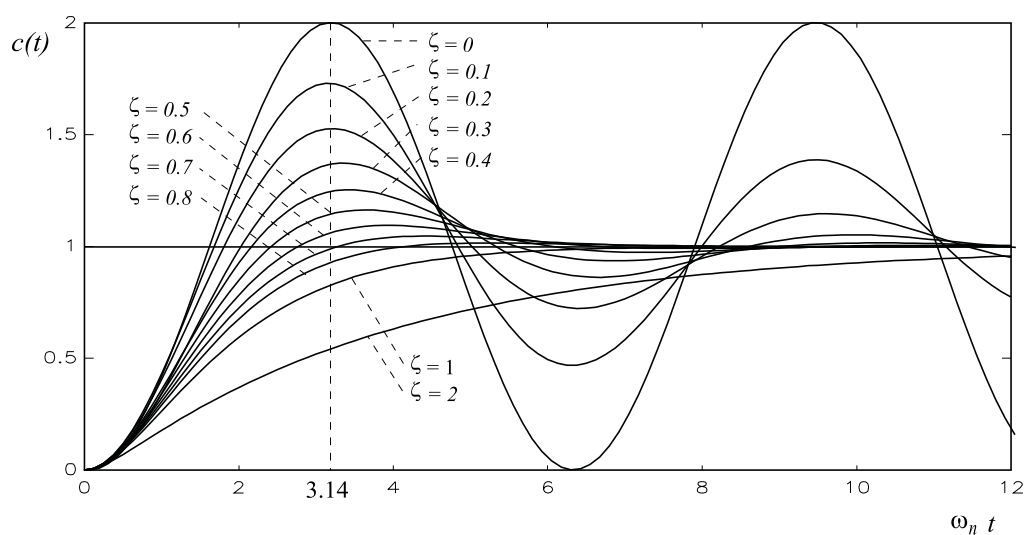
$$c(t) = 1 - e^{-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad t \geq 0 \quad (3.59)$$

Slika 3.18 prikazuje točno in poenostavljeno rešitev pri $\zeta = 2$ in $\omega_n = 1$.



Slika 3.18: Točna in poenostavljena rešitev sistema drugega reda pri vzbujanju z enotino stopnico ($\zeta = 2$, $\omega_n = 1$)

Družino krivulj $c(t)$ za različne ζ prikazuje slika 3.19. Pri tem je na abscisi brezdi-

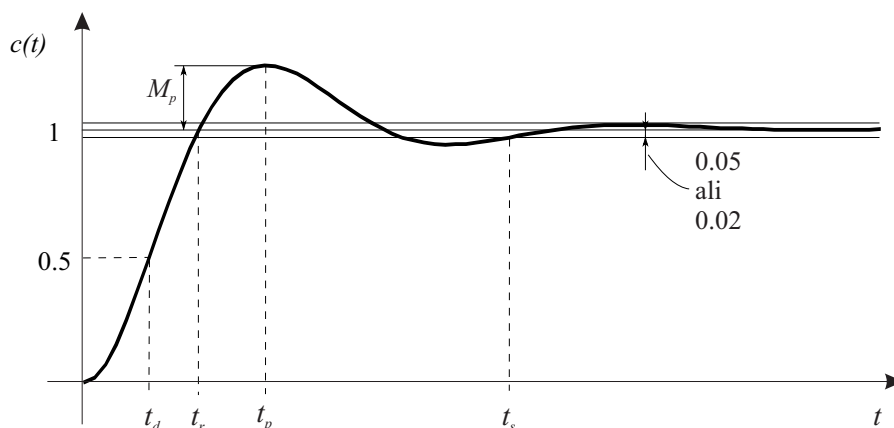


Slika 3.19: Odziv sistema drugega reda v odvisnosti od dušilnega koeficienta

menzijska veličina $\omega_n t$. Odziv je v takem koordinatnem sistemu torej odvisen le od dušilnega koeficienta. Opazimo, da sistemi z $0.5 < \zeta < 0.8$ najhitreje dosežejo bližino referenčne vrednosti in v bližini tudi ostanejo. Med aperiodičnimi odzivi pa je najhitrejši odziv pri kritičnem dušenju. Sicer aperiodično dušeni sistemi relativno počasi reagirajo na katerekoli vhodne signale.

3.4.3 Pokazatelji kvalitete regulacijskega sistema

Časovni odzivi, ki smo jih obravnavali, so precej zapleteni. Zato vedenje regulacijskega sistema raje opišemo na bolj inženirski način s t.i. pokazatelji kvalitete, ki so odvisni od lege polov. Ker se da v splošnem delovanje mnogih regulacijskih sistemov najbolje ponazoriti s sistemom drugega reda, bomo pokazatelje izračunali v odvisnosti od lege polov oz. od parametrov ζ in ω_n . Za analizo bomo uporabili nekoliko podkritično dušen sistem, saj le-ta predstavlja najpogostejše delovanje regulacijskega sistema. Pri analizi tudi predpostavimo, da so vsi začetni pogoji enaki nič. Slika 3.20 prikazuje tipičen odziv regulacijskega sistema na stopničasto spremembo reference.



Slika 3.20: Odziv regulacijskega sistema na stopničasto vzbujanje

Pokazatelji, ki opisujejo učinkovitost delovanja regulacijskega sistema, so naslednji:

t_d - čas zakasnitve. Čas zakasnitve je čas, v katerem regulirana veličina prvič doseže 50% končne vrednosti.

t_r - čas vzpona. Čas vzpona je čas, v katerem odziv sistema naraste iz 10% na 90%, iz 5% na 95% ali iz 0% na 100% končne vrednosti. Za podkritično dušene sisteme se običajno uporablja kriterij 0 - 100%, za nadkritično dušene pa kriterij 10% - 90%.

t_p - čas maksimalnega prevzpona. Čas maksimalnega prevzpona je čas, v katerem odziv doseže maksimalni prevzpon.

M_p - maksimalni (procentni) prevzpon. Maksimalni prevzpon je za odziv na sliki 3.20 določen z razliko med maksimalno vrednostjo odziva in vrednostjo 1. Če ustaljeno stanje ni določeno z vrednostjo ena, potem je prevzpon podan z enačbo

$$\text{maks. proc. prevzpon} = M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \cdot 100\% \quad (3.60)$$

Vrednost prevzpona omogoča učinkovito vrednotenje relativne stabilnosti sistema.

t_s - umiritveni čas. Umiritveni čas je čas, ki ga potrebuje odziv, da doseže in ostane znotraj tolerančnega področja okoli ustaljene vrednosti (običajno $\pm 2\%$ ali $\pm 5\%$). Umiritveni čas je odvisen od največje časovne konstante regulacijskega sistema.

Načrtovanje regulatorja je postopek, s pomočjo katerega dosežemo želene pokazatelje kvalitete. Običajno želimo doseči ζ med 0.5 in 0.8. Vrednosti $\zeta < 0.5$ povzročijo prevelik prevzpon, vrednosti $\zeta > 0.8$ pa prepočasen prehodni pojav.

Določitev ustreznih pokazateljev v sistemu drugega reda

Čas vzpona t_r . Izračunamo ga iz enačbe (3.52) s postavitvijo $c(t_r) = 1$

$$c(t_r) = 1 = 1 - e^{-\zeta\omega_d t_r} \left(\cos \omega_d t_r + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega_d t_r \right) \quad (3.61)$$

$$t_r = \frac{1}{\omega_d} \arctg \left(\frac{\omega_d}{-\sigma} \right) = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} \quad , \quad \beta = \arctg \frac{\omega_d}{\sigma} = \arctg \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \quad (3.62)$$

Za prvo aproksimacijo pa lahko uporabimo oceno

$$t_r \doteq \frac{2}{\omega_n} \quad \text{pri } \zeta < 0.5 \quad (3.63)$$

Čas maksimalnega prevzpona t_p in maksimalni prevzpon M_p . Čas prevzpona dobimo tako, da enačbo (3.52) odvajamo po t in vrednost odvoda izenačimo z nič

$$\dot{c}(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad (3.64)$$

Pri majhnih ζ ($\zeta < 0.4$) je $\omega_n \doteq \omega_d$ in velja $\omega_n t_p \doteq \pi$, torej so maksimumi v sliki 3.19 za manjše vrednosti ζ pri vrednosti abscise 3.14.

S pomočjo enačb (3.52) in (3.64) določimo tudi maksimalni prevzpon

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} = e^{-\zeta \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad 0 \leq \zeta < 1 \quad (3.65)$$

Če želimo prevzpon izraziti v procentih, je potrebno izraz pomnožiti s 100%

$$M_p[\%] = e^{-\zeta \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \cdot 100\% \quad (3.66)$$

Za $0 \leq \zeta \leq 0.4$ lahko izraz 3.65 aproksimiramo z linearno odvisnostjo

$$M_p \doteq 1 - \frac{\zeta}{0.5} \quad (3.67)$$

za $0.4 \leq \zeta \leq 0.9$ pa z odvisnostjo

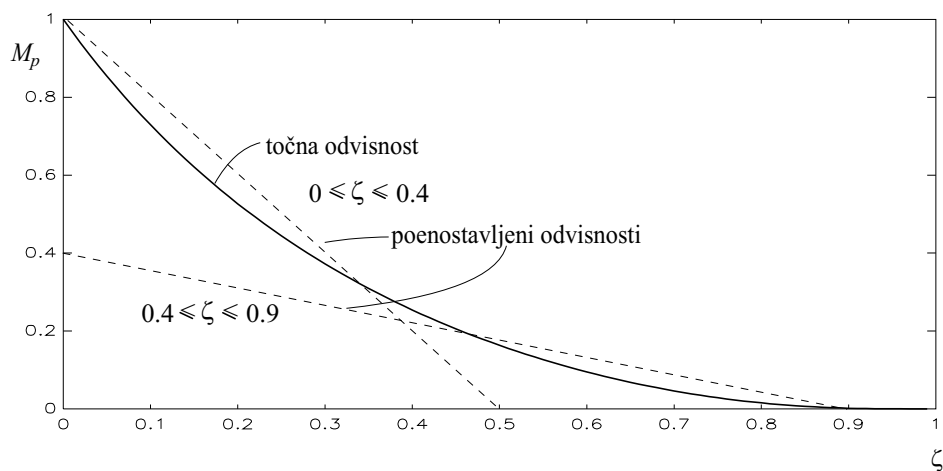
$$M_p \doteq 0.4 \left(1 - \frac{\zeta}{0.9}\right) \quad (3.68)$$

Točno in poenostavljeno odvisnost M_p od ζ prikazuje slika 3.21.

Umiritveni čas t_s . Umiritveni čas je odvisen od časovne konstante sistema oz. od eksponencialnega člena $e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\zeta \omega_n t}$, ki vpliva na to, kako hitro odziv teži proti ustaljenemu stanju. Če z x označimo tolerančno območje v %, potem velja

$$e^{-\zeta \omega_n t_s} = \frac{x}{100} \quad (3.69)$$

oz.



Slika 3.21: Odvisnost prevzpona od dušilnega koeficienta

$$t_s = \frac{\ln \frac{100}{x}}{\zeta \omega_n} \quad (3.70)$$

Če izberemo 2% tolerančno območje, je umiritveni čas

$$t_s \doteq \frac{4}{\zeta \omega_n} = 4\tau \quad (3.71)$$

oz. pri 5% območju

$$t_s \doteq \frac{3}{\zeta \omega_n} = 3\tau \quad (3.72)$$

Poudarimo naj, da velja zgornja enačba le za $\zeta < 1$. Pri $\zeta > 1$ se umiritveni čas z večanjem ζ povečuje.

Pri analizi regulacijskih sistemov iz znanih vrednosti polov (ζ, ω_n) izračunamo pokazatelje kvalitete regulacije. Pri načrtovanju pa običajno predpišemo pokazatelje, poiščemo ustrezno lego polov, ki zagotovi ustrezne pokazatelje kvalitete in na koncu določimo regulator, ki zagotovi zelene pole. Običajno želimo čas vzpona $\leq t_r$, maksimalni prevzpon $\leq M_p$ in umiritveni čas $\leq t_s$. Za podane vrednosti t_r , M_p in t_s ob upoštevanju enačb (3.63), (3.67) in (3.71) za pokazatelje kvalitete dobimo zveze

$$\begin{aligned}
\omega_n &\geq \frac{2}{t_r} \\
\zeta &\geq 0.5(1 - M_p) \\
\sigma = \zeta\omega_n &\geq \frac{4}{t_s}
\end{aligned} \tag{3.73}$$

Te neenačbe lahko predstavimo v ravnini s , kakor prikazuje slika 3.22. Le-ta nazorno prikazuje področje, kjer je potrebno izbrati pole.

3.4.4 Učinkovanje dodatne ničle ali dodatnega pola

Analiza, ki smo jo obravnavali, velja le za enostavne sisteme drugega reda. Pri bolj kompliciranih sistemih pa velja v toliko, da lahko upoštevamo: če ima sistem predolg čas vzpona, je potrebno povečati lastno frekvenco; če ima prevelik prevzpon, je potrebno povečati dušilni koeficient in če je umiritveni čas predolg, je potrebno pole premakniti v levo (slika 3.22). Omenili smo tudi, da ničle v prenosni funkciji vplivajo le na uteži eksponentnih členov, katerih oblika je odvisna le od polov. Prav tako smo ugotovili, da so dominantni poli tisti, ki so bližje koordinatnemu izhodišču, vendar v bližini ne sme biti ničel. Oglejmo si, kako vpliva dodatna ničla na vedenje sistema, ki ima konjugirano kompleksni par polov (obravnavani sistem drugega reda za $0 < \zeta < 1$). Uporabimo prenosno funkcijo v normirani obliki

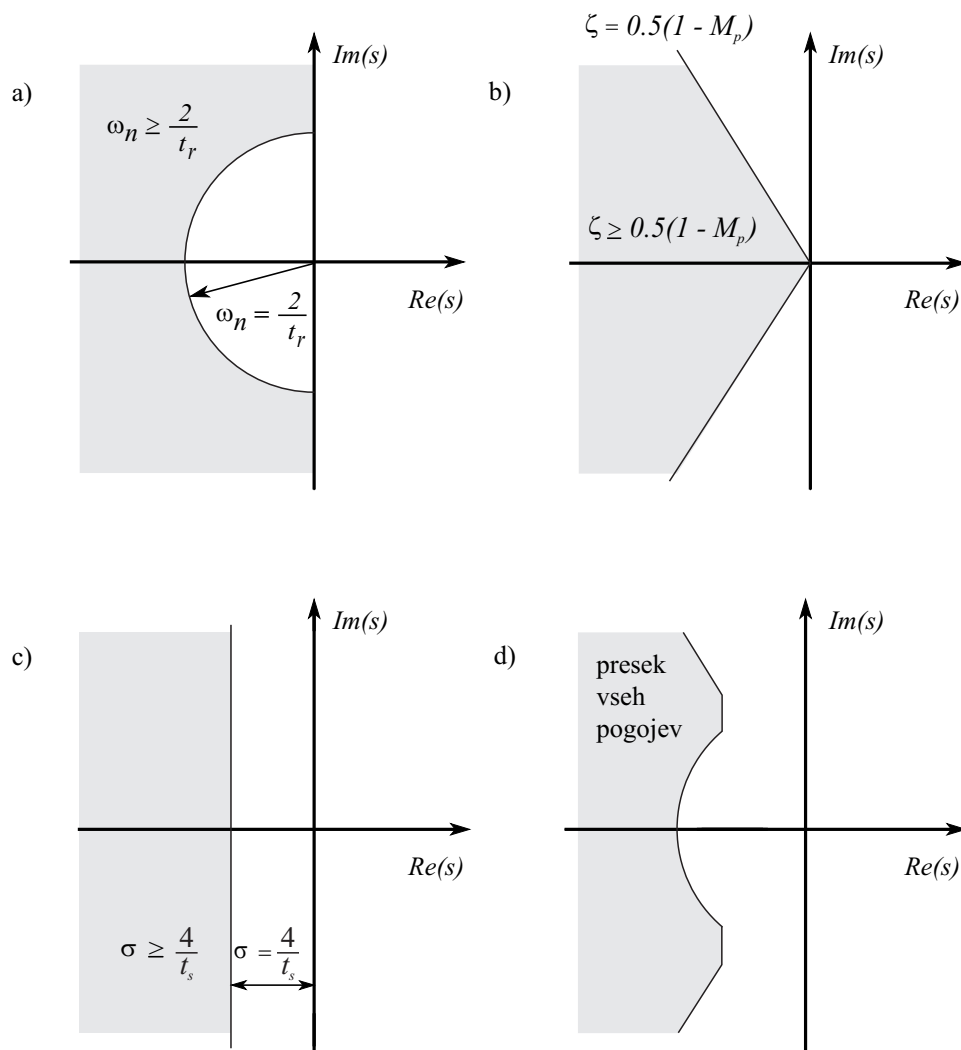
$$G(s) = \frac{\frac{s}{\alpha\zeta\omega_n} + 1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_n} + 1} \tag{3.74}$$

z ničlo in poloma, kot prikazuje slika 3.23. Ničla leži pri $s = -\alpha\zeta\omega_n = -\alpha\sigma$.

Če je α velik, je ničla daleč od polov in ima majhen vpliv na odziv. Ko pa se α približuje 1, postaja učinek ničle velik. Slika 3.24 prikazuje vpliv faktorja α na prehodni pojav pri $\zeta = 0.5$.

Ničla močno vpliva na povečanje prevzpona, le malo pa na umiritveni čas. Vpliv na prevzpon prikazuje slika 3.25.

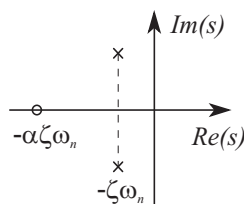
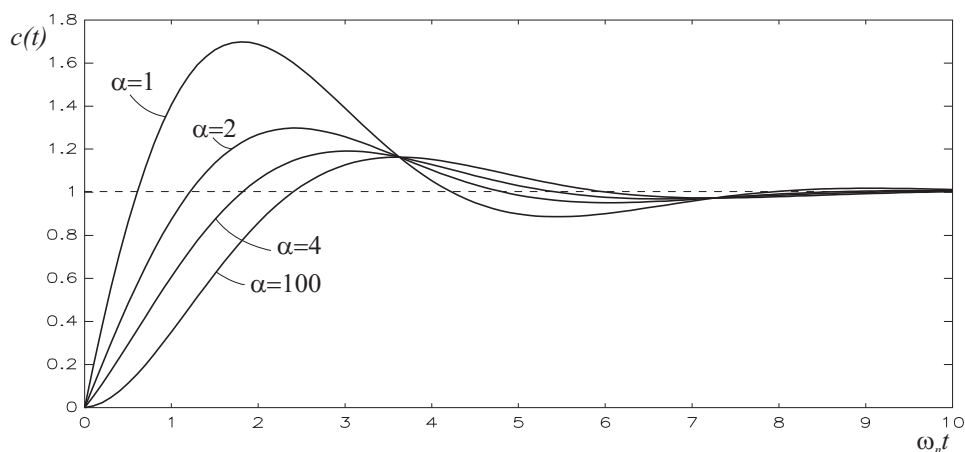
Pri $\alpha = 0$ je ničla v koordinatnem izhodišču in sistem ima lastnost diferencirnega sistema. Pri $\alpha \geq 4$ ničla ne vpliva na spremembo prevzpona.



Slika 3.22: Območje za določitev lege polov: a) zahteva za čas vzpona
b) zahteva za prevzpon
c) zahteva za umiritveni čas
d) presek vseh zahtev

Učinek ničle na spremembo prevzpona lahko nazorno predstavimo, če normalizirano prenosno funkcijo ($\omega_n = 1$)

$$G(s) = \frac{\frac{s}{\alpha\zeta} + 1}{s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (3.75)$$

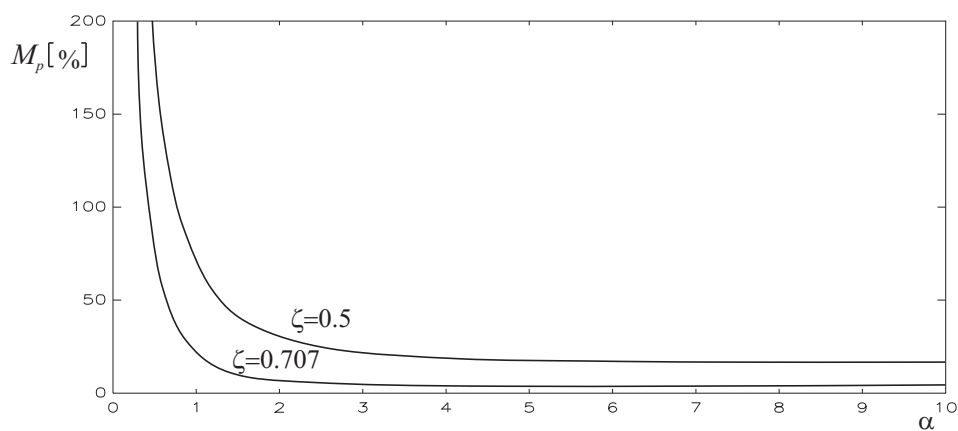
Slika 3.23: Lega ničle in polov v s ravniniSlika 3.24: Vpliv dodatne ničle v sistemu drugega reda ($\zeta = 0.5$)

zapišemo v obliki dveh členov

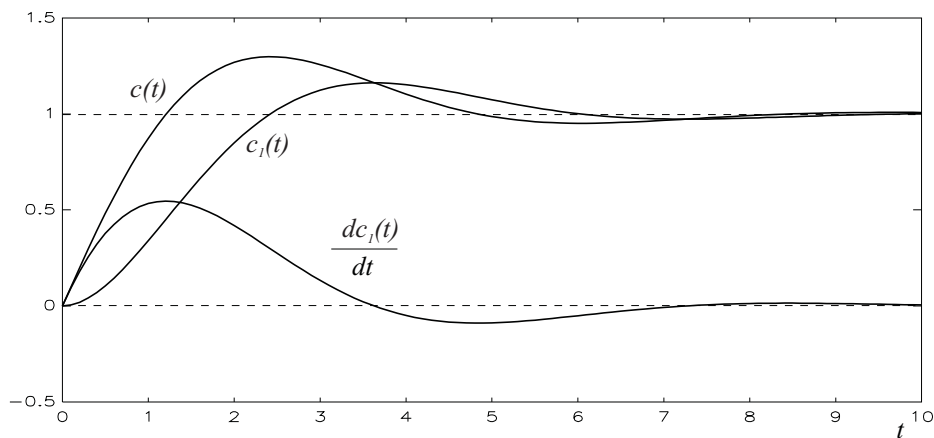
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1} + \frac{1}{\alpha\zeta} \frac{s}{s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (3.76)$$

Prvi člen predstavlja obravnavani normirani sistem drugega reda. Drugi člen je odvod prvega člena, pomnožen s konstanto $\frac{1}{\alpha\zeta}$. Slika 3.26 prikazuje odziv sistema drugega reda brez ničle $c_1(t)$, njegov odvod $\frac{dc_1}{dt}$ in njuno vsoto $c(t)$ pri $\zeta = 0.5$, $\omega_n = 1$, $\alpha = 2$ in nazorno prikazuje, zakaj dodatna ničla vpliva na povečanje prevzpona in le malo na spremembo umiritvenega časa.

Opisana analiza učinkovito prikaže tudi vpliv ničle v desni polravnini. Tak sistem imenujemo sistem z neminimalno fazo. V tem primeru je α negativen ($\zeta = 0.5$, $\omega_n = 1$, $\alpha = -2$), člen z odvodom je potrebno odšteti in nastane značilni odziv sistema z neminimalno fazo. Pri vzbujanju s pozitivnim stopničastim signalom tak sistem v začetku reagira z negativnim izhodnim signalom (z začetnim pod-



Slika 3.25: Vpliv ničle na prevzpon



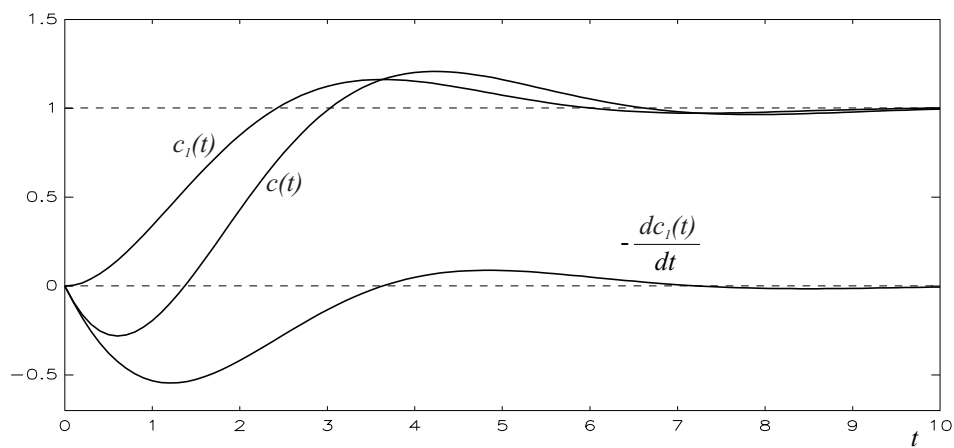
Slika 3.26: Odziv sistema drugega reda brez ničle, odvod odziva in vsota

nihačem). Ustrezne razmere prikazuje slika 3.27. Takšne sisteme je dokaj težko regulirati.

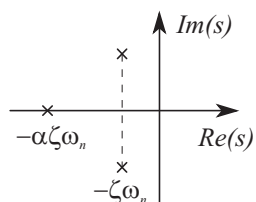
Podobno kot smo analizirali vpliv dodatne ničle, bomo analizirali tudi vpliv dodatnega pola. V tem primeru ima normirana prenosna funkcija naslednjo obliko:

$$G(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\alpha\zeta\omega_n} + 1\right) \left[\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\frac{s}{\omega_n} + 1\right]} \quad (3.77)$$

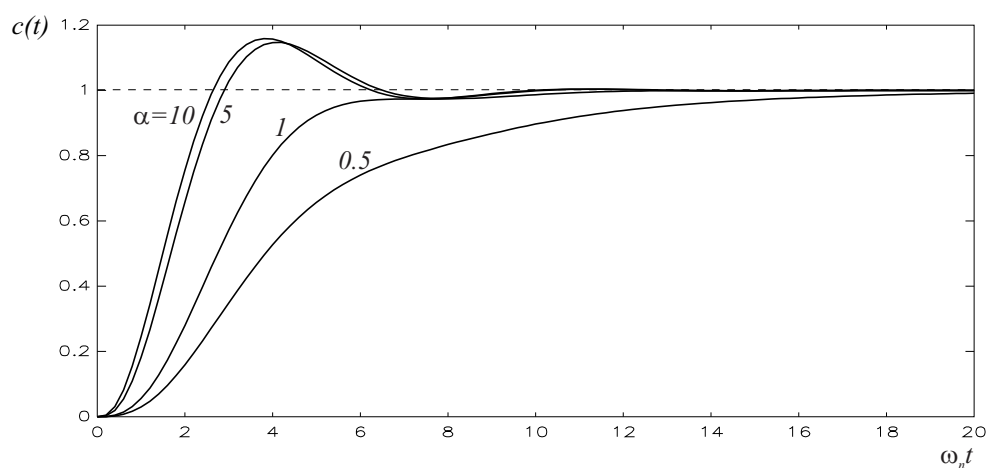
Ustrezno lego polov prikazuje slika 3.28.



Slika 3.27: Odziv sistema drugega reda z neminimalno fazo

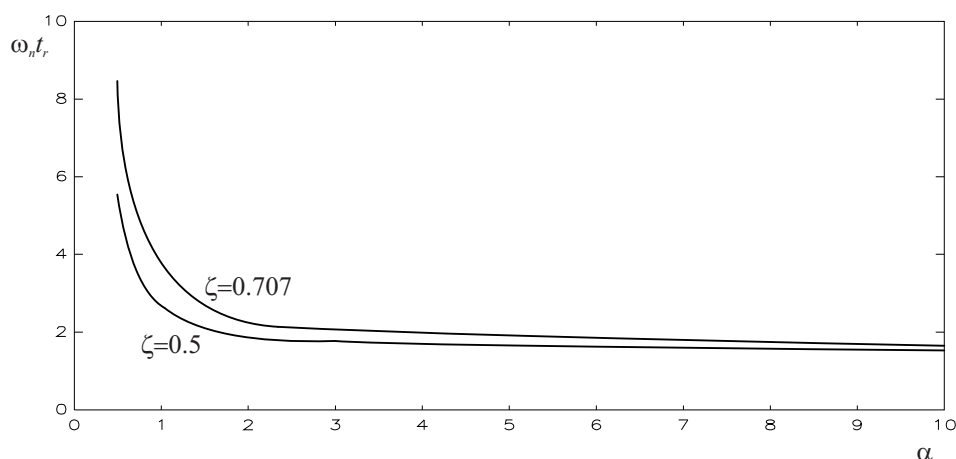
Slika 3.28: Lega polov v s ravnini

Vpliv lege pola pri $s = -\alpha\zeta\omega_n$ na odziv prikazuje slika 3.29 pri dušilnem koeficientu $\zeta = 0.5$.



Slika 3.29: Vpliv dodatnega pola v sistemu drugega reda na časovni odziv

V tem primeru dodatni pol posebno izrazito vpliva na spremembo prevzpona in časa vzpona. Slika 3.30 prikazuje vpliv lege pola na čas vzpona. V tem primeru smo uporabili za čas vzpona definicijo 10% – 90%, saj obravnavamo tudi aperioidične odzive (pri majhnem α).



Slika 3.30: Vpliv dodatnega pola na čas vzpona

Našo analizo bi zaključili z naslednjimi ugotovitvami:

1. Za sistem drugega reda brez ničel veljajo približne ocene

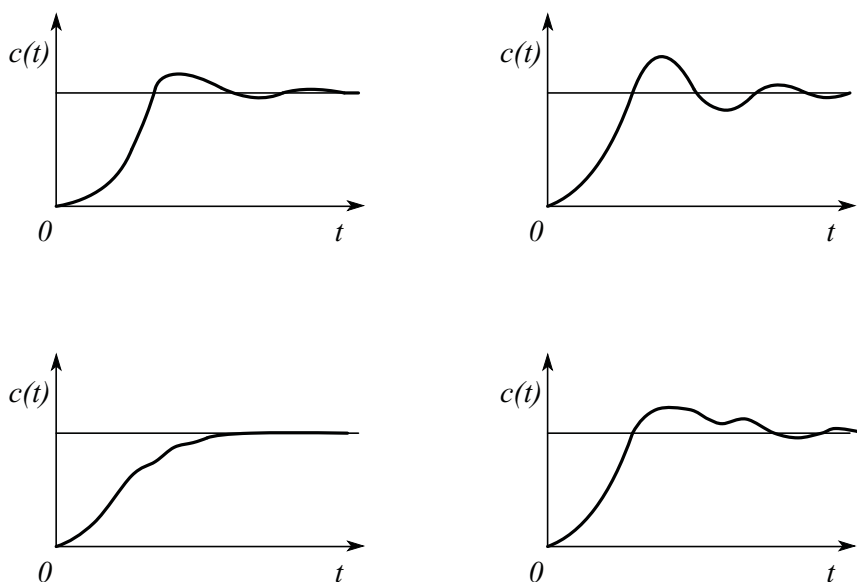
$$\begin{aligned}
 \text{čas vzpona} \quad t_r &\doteq \frac{2}{\omega_n} \\
 \text{prevzpon} \quad M_p &\doteq 1 - \frac{\zeta}{0.5} \quad 0 \leq \zeta \leq 0.4 \\
 M_p &\doteq 0.4\left(1 - \frac{\zeta}{0.9}\right) \quad 0.4 \leq \zeta \leq 0.9 \\
 \text{čas umiritve} \quad t_s &\doteq \frac{4}{\sigma} \quad \text{za 2\% tol. območje}
 \end{aligned} \tag{3.78}$$

2. Dodatna ničla v levi polravnini poveča prevzpon, če je razmerje med ničlo in realnim delom kompleksnega pola manjše od 4.
3. Dodatna ničla v desni polravnini zmanjša prevzpon in povzroči, da se sistem v začetku odziva z negativnim izhodnim signalom pri pozitivni spremembi vhodnega signala (fazno neminimalni sistem).
4. Dodatni pol v levi polravnini poveča čas vzpona in zmanjša prevzpon, če je razmerje med polom in realnim delom kompleksnega pola manjše od 4.

3.4.5 Sistemi višjega reda

Videli smo, kako vpliva dodatni pol v sistemu drugega reda oz., kako se vede sistem tretjega reda. V splošnem postajajo z večanjem reda analitične rešitve zapletene, zato si za natančne rezultate pomagamo z računalniško simulacijo. Zlasti se analiza zaplete, če imamo v sistemu večkratne pole. Običajen postopek analize je tak, da prenosno funkcijo zapišemo v faktorizirano obliko. Odziv sistema, ki temelji na tej obliki, razbijemo po metodi parcialnih ulomkov na osnovne že obravnavane člene. Taka oblika tudi pokaže, ali je možno odziv poenostaviti. Pri tem lahko zanemarimo pole, ki so daleč od koordinatnega izhodišča ali pa pole, ki so “delno” krajšani z ničlami in imajo zato majhno pripadajočo utež in s tem majhen vpliv na prehodni pojav.

Odziv stabilnega sistema višjega reda je torej vsota večih eksponencialk in dušenih sinusnih krivulj. Majhna nihanja so superponirana večjim nihanjem ali eksponentnim krivuljam. Komponente, ki hitro izzvenijo, vplivajo le v začetnem delu prehodnega pojava. Slika 3.31 prikazuje tipične odzive sistemov višjih redov pri vzbujujanju s stopničastimi signali.



Slika 3.31: Tipični odzivi sistemov višjih redov

3.5 Integrirni sistemi

Do sedaj obravnavani sistemi so imeli to skupno lastnost, da se je izhodna veličina približala neki konstantni vrednosti pri stopničastem vzbujujanju. To pa ne velja za integrirne sisteme. Za njih je značilno, da vsebuje prenosna funkcija enega ali več polov v koordinatnem izhodišču, torej je sistem mejno stabilen. Zato integrirni karakter delovanja nikoli ni značilen za vedenje celotnega regulacijskega sistema ampak le za določene komponente, npr. za regulator ali za proces. Najenostavnejši integrirni sistem je t.i. *I0* sistem ali integrirni sistem brez zakasnitve. Zaradi nezakasnjene delovanja srečamo tak sistem predvsem kot del regulatorja. Delovanje sistema določa enačba

$$y(t) = k_I \int x(t) dt \quad (3.79)$$

kjer je $y(t)$ izhodni signal, $x(t)$ vhodni signal, k_I pa ojačenje integrirnega sistema. Prenosna funkcija ima obliko

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k_I}{s} \quad (3.80)$$

Odziv na enotino stopnico pa je

$$y(t) = k_I t \quad (3.81)$$

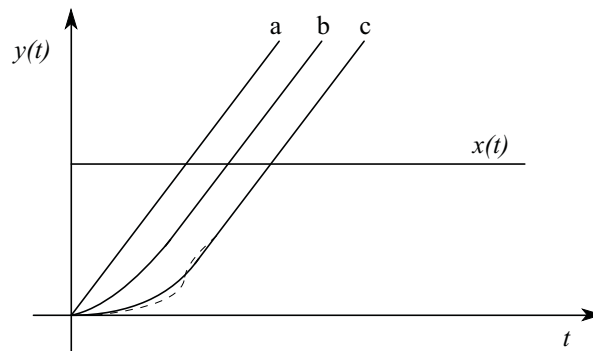
Kadar pa imajo integrirni značaj procesi, se zaradi shranjevalnikov energije pojavi zakasnjeno delovanje (dodatna zakasnitev prvega, drugega, ... višjega reda). Tipičen primer predstavlja prenosna funkcija enosmernega motorja, ki jo podaja enačba (3.44) oz. bločni diagram 3.14b

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{s(Js + B)} \quad (3.82)$$

To je integrirni sistem z zakasnitvijo prvega reda ali *I1* sistem. Odziv motorja (zasuk) pri stopničastem vzbujujanju v rotorskem tokokrogu pa podaja enačba

$$y(t) = \frac{KJ}{B^2} \left(\frac{B}{J}t - 1 + e^{-\frac{B}{J}t} \right) \quad (3.83)$$

Za vse integrirne sisteme, ki imajo en pol v koordinatnem izhodišču (sistem prve vrste), je torej značilno, da v “ustaljenem stanju” pri stopničastem vzbujujanju odziv linerano narašča. Ta lastnost je razvidna tudi iz slike 3.32, ki prikazuje odziv $I0$, $I1$ in $I2$ sistemov pri vzbujujanju s stopničastim signalom.



Slika 3.32: Odzivi različnih integrirnih sistemov prve vrste na stopnico:

- a) $I0$ sistem
- b) $I1$ sistem
- c) $I2$ sistem (nihajoči in aperioidični odziv)

Za $I2$ sistem je značilno, da v prehodnem pojavu deluje tudi sistem drugega reda, ki ima lahko nihajoč ali pa aperioidičen značaj.

Analizirali smo le sisteme prve vrste. Ustrezno tej analizi bi lahko analizirali tudi sisteme višje vrste.

3.6 Diferencirni sistemi

Medtem ko predstavnike integrirnih sistemov najdemo tako med regulatorji kot med procesi, pa se diferencirni člen zaradi hitrega odziva običajno uporablja le kot komponenta regulatorja ali krmilnega sistema. Značilnost takega sistema je v tem, da je izhodna veličina odvisna od odvoda vhodne veličine. Zato ima prenosna funkcija eno ali več ničel v koordinatnem izhodišču. Najenostavnejši diferencirni sistem je idealni diferenciator ali $D0$ sistem, ki ga opisuje diferencialna enačba

$$y(t) = k_D \frac{dx(t)}{dt} \quad (3.84)$$

oz. prenosna funkcija

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = k_D s \quad (3.85)$$

kjer je $y(t)$ izhodna spremenljivka, $x(t)$ vhodna spremenljivka in k_D ojačenje diferencirnega sistema. Odziv $D0$ sistema na enotino stopnico pa ima v časovnem prostoru obliko Dirac-ovega impulza

$$y(t) = k_D \delta(t) \quad (3.86)$$

Idealnega diferenciatorja v praksi ni možno realizirati. Sistem, ki ga je možno realizirati, ima dodatno zakasnitev (zakasnitev prvega reda) in ga imenujemo $D1$ sistem. Le-ta je opisan z diferencialno enačbo

$$T \dot{y}(t) + y(t) = k_D \dot{x}(t) \quad (3.87)$$

oz. s prenosno funkcijo

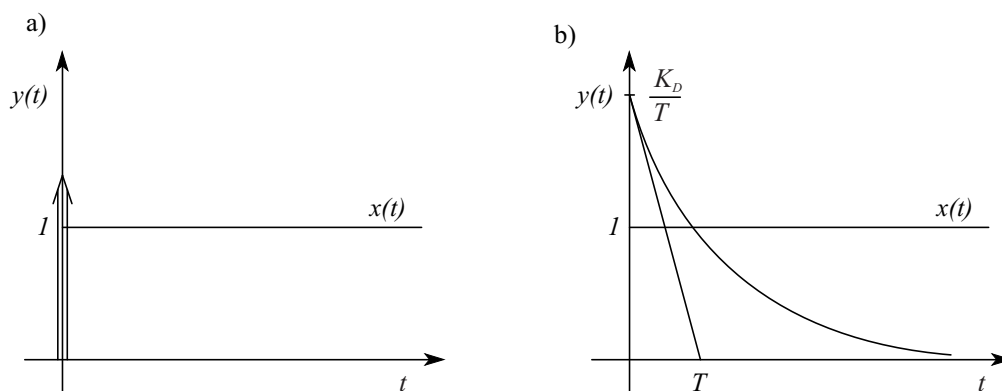
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s k_D}{Ts + 1} \quad (3.88)$$

Časovni odziv sistema $D1$ pri vzburjanju z enotino stopnico podaja izraz

$$y(t) = \frac{k_D}{T} e^{-\frac{t}{T}} \quad (3.89)$$

Slika 3.33 prikazuje odziv idealnega $D0$ in realnega diferencirnega sistema $D1$ pri vzburjanju s stopničastim signalom.

Čim bolj zmanjšamo časovno konstanto T , tem bolj se člen $D1$ približuje členu $D0$ oz. idealnemu diferenciatorju. Vendar moramo pri tem upoštevati, da so signali v praksi omejeni (npr. omejenost izvršnih členov). Slabost diferenciranja je tudi v tem, da ojačuje visokofrekvenčne motnje.

Slika 3.33: Odziv sistema $D0$ (a) in $D1$ (b) na stopnico

3.7 Sistemi z mrtvim časom

Obstajajo tudi sistemi, pri katerih preteče določen čas, preden se pokaže vpliv vhodne veličine na izhodno. Najpogosteje nastopajo mrtvi časi kot transportne zakasnitve (tekoči trakovi, elevatorji, polži, cevovodi,...). Sistem, ki vsebuje samo mrtvi čas, podaja enačba

$$y(t) = x(t - T_m) \quad (3.90)$$

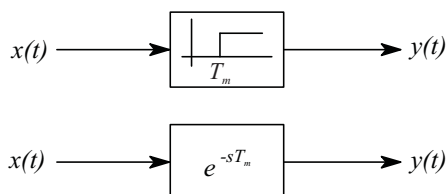
kjer je $y(t)$ izhodna veličina, $x(t)$ vhodna veličina in T_m mrtvi čas. Prenosna funkcija takega sistema ima obliko

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = e^{-sT_m} \quad (3.91)$$

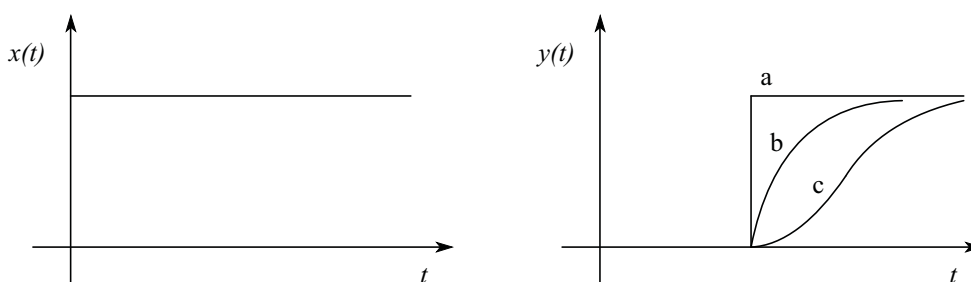
V bločnem diagramu ga predstavimo z eno od ikon, ki sta prikazani na sliki 3.34.

Razen samo mrtvega časa lahko sistemi dodatno (zaporedno) vsebujejo komponente vseh vrst do sedaj obravnavanih sistemov. Slika 3.35 prikazuje odzive proporcionalnih sistemov z mrtvim časom pri stopničastem vzbujanju.

Analitično reševanje sistemov z mrtvim časom je bistveno zahtevnejše od reševanja do sedaj obravnavanih sistemov.



Slika 3.34: Ikoni za sistem z idealnim mrtvim časom



Slika 3.35: Vhodni in izhodni signali sistemov z mrtvim časom:

- a) samo mrtvi čas
- b) mrtvi čas in $P1$ sistem
- c) mrtvi čas in $P2$ sistem

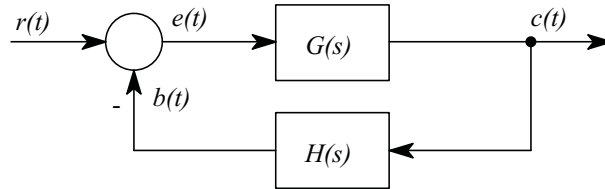
3.8 Ustaljeno stanje regulacijskih sistemov

Regulacijski sistem ni potrebno analizirati le v času prehodnega pojava ampak tudi v ustaljenem stanju. Običajno želimo, da je po določeni spremembi referenčnega signala ali po nastopu motnje pogrešek v ustaljenem stanju enak nič ali vsaj čim manjši, ker naj bi bil regulacijski sistem čim bolj točen. Če ima referenčni signal enake enote kot regulirana veličina (npr. napetostna referenca – napetostna regulirana veličina, pozicijska referenca – pozicijska regulirana veličina), pa tudi enak velikostni red, potem je signal pogreška definiran z enačbo

$$e(t) = r(t) - c(t) \quad (3.92)$$

Tak regulacijski sistem ima enotno povratno zanko. Vendar je v praksi to včasih težko izvedljivo. Če npr. reguliramo visoko napetost nekega močnostnega vira, potem referenčna in regulirana veličina nista istega velikostnega reda. Pri regulaciji hitrosti je dosti bolj praktično uporabiti napetostno ali pozicijsko referenco, kot referenco v obliki hitrosti. V takih primerih ni možno izračunati

pogreška po enačbi (3.92), ampak je treba regulirano vrednost ustrezno modificirati s prenosno funkcijo $H(s)$, tako da dobimo povratnozančni signal enakega velikostnega razreda in enakih enot kot je referenčni signal. Ustrezni bločni diagram prikazuje slika 3.36.



Slika 3.36: Bločni diagram povratnozančnega sistema

Signal pogreška je torej definiran z enačbo

$$\begin{aligned} e(t) &= r(t) - b(t) \quad \text{oz.} \\ E(s) &= R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s) \end{aligned} \quad (3.93)$$

Če npr. uporabljamo 10 V referenčno napetost za regulacijo 100 V napetosti, potem je $H = 0.1$, torej je konstanta. Ko je regulirana napetost natančno 100 V, je pogrešek $e(t) = 10 - 0.1 \cdot 100 = 0$. Ena od možnih izvedb hitrostne regulacije pa predstavlja primer, ko je $H(s)$ dinamična povratnozančna prenosna funkcija. V tem primeru je $r(t)$ zelena oz. referenčna vrednost izhodni hitrosti. Izhod $c(t)$ predstavlja zasuk motorja. Zato v povratni zanki potrebujemo tahometer, s prenosno funkcijo $H(s) = k_t s$, ki iz zasuka izračuna hitrost. V tem primeru je pogrešek v hitrosti definiran z izrazom $e(t) = r(t) - b(t) = r(t) - k_t \frac{dc(t)}{dt}$. Pogrešek je enak nič, če je $\frac{dc(t)}{dt} = \frac{r(t)}{k_t}$.

3.8.1 Pogrešek v ustaljenem stanju in konstante pogreškov

Pogrešek v ustaljenem stanju je definiran z enačbo

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (3.94)$$

Pogrešek pa lahko s pomočjo Laplace-ove transformacije izračunamo le, če $sE(s)$ ne vsebuje polov na imaginarni osi ali v desni polravnini. S pomočjo slike 3.36 lahko zapišemo enačbo

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.95)$$

oz. pogrešek v ustaljenem stanju

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.96)$$

Iz enačbe (3.96) vidimo, da je pogrešek v ustaljenem stanju odvisen od referenčne veličine ter od odprtozančne prenosne funkcije $G(s)H(s)$.

Zapišimo odprtozančno prenosno funkcijo $G(s)H(s)$ v faktorizirani obliki, iz katere so razvidne časovne konstante, vrsta sistema in ojačenje sistema.

$$G(s)H(s) = \frac{K (T_{b_1}s + 1)(T_{b_2}s + 1) \dots (T_{b_m}s + 1)}{s^j (T_{a_1}s + 1)(T_{a_2}s + 1) \dots (T_{a_n}s + 1)} \quad (3.97)$$

K je ojačenje sistema, T_{b_i} so časovne konstante v števcu, T_{a_i} so časovne konstante v imenovalcu, j pa je število polov v koordinatnem izhodišču oz. vrsta sistema. Vrsta sistema odločilno vpliva na pogrešek v ustaljenem stanju. Prav tako pa na pogrešek vpliva tudi vrsta referenčnega signala.

Pogrešek v ustaljenem stanju pri stopničastem referenčnem signalu

Če je referenčni signal stopničaste oblike velikosti R_0 , je ustrezni Laplace-ov transform $\frac{R_0}{s}$ in enačba (3.96) se spremeni v obliko

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{R_0}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s)} \quad (3.98)$$

Definirajmo konstanto pozicijskega pogreška kot

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) \quad (3.99)$$

Pogrešek v ustaljenem stanju izrazimo s konstanto pozicijskega pogreška z upoštevanjem enačb (3.98) in (3.99)

$$e_{ss} = \frac{R_0}{1 + K_p} \quad (3.100)$$

Pri stopničastem referenčnem signalu je torej pogrešek odvisen od konstante pozicijskega pogreška. Za sistem ničte vrste ($j = 0$, proporcionalni sistem) velja

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K (T_{b_1}s + 1)(T_{b_2}s + 1) \dots (T_{b_m}s + 1)}{(T_{a_1}s + 1)(T_{a_2}s + 1) \dots (T_{a_n}s + 1)} = K \quad (3.101)$$

Za sistem prve ali višje vrste pa je

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K (T_{b_1}s + 1)(T_{b_2}s + 1) \dots (T_{b_m}s + 1)}{s^j (T_{a_1}s + 1)(T_{a_2}s + 1) \dots (T_{a_n}s + 1)} = \infty \quad j \geq 1 \quad (3.102)$$

Zato je pogrešek za sistem ničte vrste (proporcionalni sistem)

$$e_{ss} = \frac{R_0}{1 + K} \quad (3.103)$$

za sistem prve ali višje vrste (integrirni sistem) pa

$$e_{ss} = 0 \quad (3.104)$$

Iz opisane analize sledi, da nastopi pogrešek v ustaljenem stanju pri stopničastem vhodnem signalu v primeru, če odprtozančna prenosna funkcija ne vsebuje vsaj enega pola v koordinatnem izhodišču. V takem primeru zmanjšamo pogrešek le z ustreznim povečanjem ojačenja K , kar pa običajno povzroči stabilnostne probleme.

Tudi s povečanjem števila polov v koordinatnem izhodišču se poslabšajo stabilnostne razmere. Zato je potrebno izbrati čim nižjo vrsto, ki še zagotavlja ničelni pogrešek v ustaljenem stanju (v obravnavanem primeru 1. vrsta).

Pogrešek v ustaljenem stanju pri linearno naraščajočem referenčnem signalu

Laplace-ov transform linearno naraščajočega signala $r(t) = R_0 t$ ($t \geq 0$) je $R(s) = \frac{R_0}{s^2}$, zato je pogrešek

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{R_0}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s)} \quad (3.105)$$

Definirajmo konstanto hitrostnega pogreška kot

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) \quad (3.106)$$

Z upoštevanjem te definicije je pogrešek v ustaljenem stanju

$$e_{ss} = \frac{R_0}{K_v} \quad (3.107)$$

Za sistem ničte vrste velja

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s K (T_{b_1} s + 1)(T_{b_2} s + 1) \dots (T_{b_m} s + 1)}{(T_{a_1} s + 1)(T_{a_2} s + 1) \dots (T_{a_n} s + 1)} = 0 \quad (3.108)$$

in za sistem prve vrste

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s K (T_{b_1} s + 1)(T_{b_2} s + 1) \dots (T_{b_m} s + 1)}{s (T_{a_1} s + 1)(T_{a_2} s + 1) \dots (T_{a_n} s + 1)} = K \quad (3.109)$$

Za sistem druge ali višje vrste pa velja

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s K (T_{b_1} s + 1)(T_{b_2} s + 1) \dots (T_{b_m} s + 1)}{s^j (T_{a_1} s + 1)(T_{a_2} s + 1) \dots (T_{a_n} s + 1)} = \infty \quad (j \geq 2) \quad (3.110)$$

Zato je pogrešek za sistem ničte vrste

$$e_{ss} = \infty \quad (3.111)$$

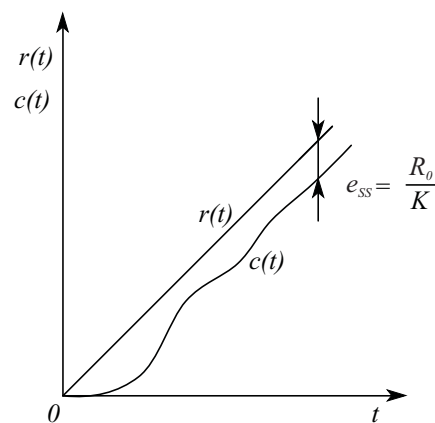
za sistem prve vrste

$$e_{ss} = \frac{R_0}{K} \quad (3.112)$$

za sistem druge ali višje vrste pa

$$e_{ss} = 0 \quad (3.113)$$

Analiza je pokazala, da sistem ničte vrste ni zmožen slediti linearno naraščajočemu referenčnemu signalu. Sistem prve vrste lahko sledi referenčnemu signalu s konstantnim pogreškom, ki je sorazmeren hitrosti reference (R_0) in obratnosorazmeren ojačenju (K). Slika 3.37 prikazuje tipičen odziv sistema prve vrste na linearno naraščajoči referenčni signal pri enotini povratni zanki. Sistemi višje vrste nimajo pogreška v ustaljenem stanju.



Slika 3.37: Odziv sistema prve vrste na linearno naraščajoči referenčni signal pri enotini povratni zanki

Pogrešek v ustaljenem stanju pri paraboličnem referenčnem signalu

Laplace-ov transform paraboličnega referenčnega signala $r(t) = \frac{R_0 t^2}{2}$ ($t \geq 0$) je $\frac{R_0}{s^3}$, zato je pogrešek v ustaljenem stanju

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{R_0}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s)} \quad (3.114)$$

Definirajmo konstanto pospeškovnega pogreška kot

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) \quad (3.115)$$

Z upoštevanjem te definicije je pogrešek v ustaljenem stanju

$$e_{ss} = \frac{R_0}{K_a} \quad (3.116)$$

S podobno analizo kot pri stopničastem in linearno naraščajočem referenčnem signalu izračunamo, da je konstanta pospeškovnega pogreška za sistem ničte vrste

$$K_a = 0 \quad (3.117)$$

za sistem prve vrste

$$K_a = 0 \quad (3.118)$$

za sistem druge vrste

$$K_a = K \quad (3.119)$$

in za sistem višje vrste

$$K_a = \infty \quad (j \geq 3) \quad (3.120)$$

Zato je pogrešek za sistem ničte in prve vrste

$$e_{ss} = \infty \quad (3.121)$$

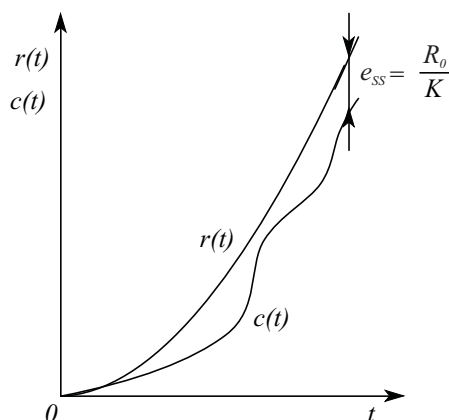
za sistem druge vrste

$$e_{ss} = \frac{R_0}{K} \quad (3.122)$$

in za sistem tretje ali višje vrste

$$e_{ss} = 0 \quad (3.123)$$

Torej sta sistema ničte in prve vrste nezmožna slediti paraboličnemu referenčnemu signalu. Sistem druge vrste ima konstantni pogrešek, ki je sorazmeren pospešku referenčnega signala (R_0) in obratnosorazmeren ojačenju (K). Slika 3.38 prikazuje tipičen odziv sistema druge vrste na parabolični referenčni signal pri enotini povratni zanki. Sistemi višje vrste nimajo pogreška v ustaljenem stanju.



Slika 3.38: Odziv sistema druge vrste na parabolični referenčni signal pri enotini povratni zanki

Tabela 3.1 prikazuje zveze med konstantami pogreškov, pogreški v ustaljenem stanju, vrstami referenčnih signalov ter vrstami sistemov.

Poudariti je potrebno, da obravnavani izrazi konstante pozicijskega, hitrostnega in pospeškovnega pogreška ne pomenijo, da govorimo o poziciji, hitrosti in pospešku kot fizikalnih veličinah, ampak imamo v mislih neko poljubno regulirano veličino, njeni prvi in drugi odvod. Uporabljeni izrazi so zgodovinsko pogojeni z dejstvom, da so bili prvi regulacijski sistemi pozicijski servosistemi. Glavni smisel definiranih konstant pogreškov je v tem, da konstanta pozicijskega pogreška definira pogrešek v ustaljenem stanju pri stopničastem referenčnem signalu (konstantna pozicija referenčnega signala), konstanta hitrostnega pogreška definira pogrešek v ustaljenem stanju pri linearno naraščajočem referenčnem signalu (konstantna hitrost referenčnega signala), konstanta pospeškovnega pogreška

Tabela 3.1: Konstante pogreškov in pogreški v ustaljenem stanju

	Vrsta vhodnega signala			Stopničasta referenca	Lin. narašč. referenca	Parabolična referenca
Vrsta sistema (j)	K_p	K_v	K_a	$e_{ss} = \frac{R_0}{1+K_p}$	$e_{ss} = \frac{R_0}{K_v}$	$e_{ss} = \frac{R_0}{K_a}$
0	K	0	0	$\frac{R_0}{1+K}$	∞	∞
1	∞	K	0	0	$\frac{R_0}{K}$	∞
2	∞	∞	K	0	0	$\frac{R_0}{K}$
3	∞	∞	∞	0	0	0

pa definira pogrešek v ustaljenem stanju pri paraboličnem referenčnem signalu (konstanten pospešek referenčnega signala).

Potrebno je tudi poudariti, da opisana analiza velja le v primeru, če je pogrešek definiran tako, kot prikazuje slika 3.36 oz. enačbi (3.93). To velja zlasti v primerih, če povratnozančna prenosna funkcija pripada merilnemu sistemu. Če le-ta pripada morebitni povratnozančni regulacijski strukturi, pa je običajno potrebno definirati pogrešek kot

$$e(t) = r(t) - c(t) \quad (3.124)$$

V tem primeru je Laplace-ov transform pogreška

$$E(s) = \frac{1 + G(s)[H(s) - 1]}{1 + G(s)H(s)} R(s) \quad (3.125)$$

in pogrešek v ustaljenem stanju je

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1 + G(s)[H(s) - 1]}{1 + G(s)H(s)} R(s) \quad (3.126)$$

Tudi tu je potrebno preveriti, če izraz $sE(s)$ ne vsebuje polov v desni polravnini ali na imaginarni osi, saj v tem primeru ne velja teorem končne vrednosti. Če ima

sistem enotino povratno zanko ($H(s) = 1$), je enačba (3.126) enaka enačbi (3.96) in obe obravnavi postaneta identični.

Slabost obravnave s pomočjo konstant pogreškov je v tem, da ne dajo nobene informacije, če referenčni signali niso v obliki polinomskih signalov. Pa tudi, če referenčni signali so polinomski, ne dobimo celotne informacije, če je konstanta pogreška enaka nič (vemo le, da je pogrešek neskončen, ne vemo pa, kako se spreminja s časom). V tem primeru si lahko pomagamo s t.i. pogreškovno vrsto, v kateri uporabljamo t.i. splošene koeficiente pogreškov.

3.8.2 Posplošeni koeficienti pogreškov

Posplošeni koeficienti pogreškov omogočajo oceno napake v ustaljenem stanju tudi pri nepolinomskih referenčnih signalih. Prenosna funkcija med referenčnim signalom in pogreškom je (slika 3.36).

$$G_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.127)$$

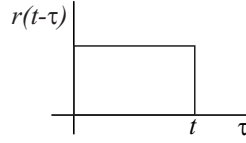
Ustrezen odziv na enotin impulz označimo z $g_e(t)$. Z uporabo konvolucije lahko izračunamo pogrešek s pomočjo enačbe

$$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_e(\tau) r(t - \tau) d\tau \quad (3.128)$$

Če je referenčni signal $r(t)$ n -krat odvedljiv v točki t , lahko funkcijo $r(t - \tau)$ zapišemo v Taylor-jevo vrsto

$$r(t - \tau) = r(t) - \tau \dot{r}(t) + \frac{\tau^2}{2!} \ddot{r}(t) - \frac{\tau^3}{3!} \dddot{r}(t) + \dots \quad (3.129)$$

Ob upoštevanju, da je $g_e(\tau)$ nič za negativne čase τ in da je signal $r(t - \tau)$ nič za $\tau > t$ (glej sliko 3.39, ki prikazuje stopničasto referenco), se enačba (3.128) glasi

Slika 3.39: Signal $r(t - \tau)$ v primeru stopničaste reference

$$\begin{aligned}
 e(t) &= \int_0^t g_e(\tau) [r(t) - \tau \dot{r}(t) + \frac{\tau^2}{2!} \ddot{r}(t) - \frac{\tau^3}{3!} \dddot{r}(t) + \dots] d\tau = \\
 &= r(t) \int_0^t g_e(\tau) d\tau - \dot{r}(t) \int_0^t \tau g_e(\tau) d\tau + \ddot{r}(t) \int_0^t \frac{\tau^2}{2!} g_e(\tau) d\tau - \dots
 \end{aligned} \tag{3.130}$$

Definirajmo $e_s(t)$ kot ustaljeni del rešitve $e(t)$ (v tem primeru ni nujno, da je to konstantna vrednost)

$$e_s(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \tag{3.131}$$

Z upoštevanjem enačbe (3.130) v enačbi (3.131) dobimo izraz

$$e_s(t) = r_s(t) \int_0^\infty g_e(\tau) d\tau - \dot{r}_s(t) \int_0^\infty \tau g_e(\tau) d\tau + \ddot{r}_s(t) \int_0^\infty \frac{\tau^2}{2!} g_e(\tau) d\tau - \dots \tag{3.132}$$

pri čemer je $r_s(t)$ ustaljeni del referenčnega signala $r(t)$. Definirajmo posplošene koeficiente pogreškov

$$\begin{aligned}
 c_0 &= \int_0^\infty g_e(\tau) d\tau \\
 c_1 &= - \int_0^\infty \tau g_e(\tau) d\tau \\
 c_2 &= \int_0^\infty \tau^2 g_e(\tau) d\tau \\
 &\vdots \\
 c_n &= (-1)^n \int_0^\infty \tau^n g_e(\tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{3.133}$$

S pomočjo posplošenih koeficientov definiramo pogreškovno vrsto

$$e_s(t) = c_0 r_s(t) + c_1 \dot{r}_s(t) + \frac{c_2}{2!} \ddot{r}_s(t) + \cdots + \frac{c_n}{n!} r_s^{(n)}(t) + \cdots \quad (3.134)$$

Posplošene koeficiente pogreškov lahko izračunamo tudi s pomočjo prenosne funkcije $G_e(s)$. Ker je Laplace-ov transform $g_e(t)$ enak

$$G_e(s) = \int_0^\infty g_e(\tau) e^{-\tau s} d\tau \quad (3.135)$$

velja, da lahko ob primerjavi enačb (3.135) in (3.133) koeficient C_0 izračunamo iz enačbe

$$c_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G_e(s) = \int_0^\infty g_e(\tau) d\tau \quad (3.136)$$

Ker velja tudi

$$\frac{dG_e(s)}{ds} = - \int_0^\infty \tau g_e(\tau) e^{-\tau s} d\tau \quad (3.137)$$

je koeficient c_1

$$c_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{dG_e(s)}{ds} \quad (3.138)$$

Analogno izračunamo preostale posplošene koeficiente pogreškov

$$\begin{aligned} c_2 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^2 G_e(s)}{ds^2} \\ c_3 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^3 G_e(s)}{ds^3} \\ &\vdots \\ c_n &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^n G_e(s)}{ds^n} \end{aligned} \quad (3.139)$$

Primer bo prikazal uporabnost posplošenih koeficientov pogreškov.

Primer 3.1 Regulacijski sistem z enotino povratno zanko ima odprtozančno prenosno funkcijo

$$G(s) = \frac{k}{s+1} \quad (3.140)$$

Sistem je torej ničte vrste, konstante pogreškov pa so $K_p = k, K_v = 0, K_a = 0$. Zato je pogrešek v ustaljenem stanju pri enotinem stopničastem referenčnem signalu $e_{ss} = \frac{1}{1+k}$, pri enotinem linearno naraščajočem in paraboličnem signalu pa $e_{ss} = \infty$. V takšnih primerih zato koeficienti pogreškov malo povedo o obliki pogreška v ustalje stanju. Pravo informacijo bi dobili šele z reševanjem ustreznih diferencialnih enačb. Lahko pa si pomagamo s posplošenimi koeficienti pogreškov.

Ker je v našem primeru

$$G_e(s) = \frac{1}{1+G(s)} = \frac{s+1}{s+k+1} \quad (3.141)$$

so posplošeni koeficienti

$$\begin{aligned} c_0 &= \lim_{s \rightarrow 0} G_e(s) = \frac{1}{1+k} \\ c_1 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{dG_e(s)}{ds} = \frac{k}{(1+k)^2} \\ c_2 &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^2G_e(s)}{ds^2} = \frac{-2k}{(1+k)^3} \end{aligned} \quad (3.142)$$

Za poljuben referenčni signal, katerega ustaljeni del označimo z $r_s(t)$, velja

$$e_s(t) = \frac{1}{1+k}r_s(t) + \frac{k}{(1+k)^2}\dot{r}_s(t) + \frac{-k}{(1+k)^3}\ddot{r}_s(t) + \dots \quad (3.143)$$

Če je referenčni signal stopničaste oblike, so vsi odvodi enaki nič. Pogrešek v ustaljenem stanju je

$$e_s(t) = \frac{1}{1+k} \quad (3.144)$$

kar se sklada tudi z rezultati, ki bi jih dobili s pomočjo konstant pogreškov. Če pa uporabimo enotin linearno naraščajoči referenčni signal $r(t) = t$ ($t \geq 0$), je $r_s(t) = t$ in $\dot{r}_s(t) = 1$. Pogrešek v ustaljenem stanju tako zapišemo z izrazom

$$e_s(t) = \left[\frac{1}{1+k}t + \frac{k}{(1+k)^2} \right] \quad t \geq 0 \quad (3.145)$$

Torej smo s pomočjo posplošenih koeficientov dobili kvalitativno boljše izračune za pogrešek v ustaljenem stanju. Konstanta hitrostnega pogreška namreč pove le-to, da je pogrešek v ustaljenem stanju neskončen. $\square$

3.9 Stabilnost regulacijskih sistemov

Pri načrtovanju kakršnega koli regulacijskega sistema je najpomembnejše, da je le-ta stabilen. Zato je preučevanje stabilnosti osrednjega pomena tudi pri analizi regulacijskih sistemov.

3.9.1 Pogoji za stabilnost linearnih, časovno nespremenljivih sistemov

V tem poglavju bomo obravnavali stabilnost linearnih časovno nespremenljivih sistemov, ki so vzbužani z vhodnimi signali. Analiza stabilnosti bo temeljila na legi polov regulacijskega sistema

$$G_r(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.146)$$

oz. na legi korenov karakteristične enačbe

$$1 + G(s)H(s) = 0 \quad (3.147)$$

Analiza stabilnosti nelinearnih in časovno spremenljivih sistemov je zahtevna in si jo bomo ogledali pri analizi sistemov v prostoru stanj.

V tem poglavju se bomo omejili na eno izmed osnovnih definicij stabilnosti. Sistem je stabilen, če je izhodni signal omejen pri kakršnem koli omejenem vhodnem signalu (BIBO stabilnost; bounded input, bounded output). Označimo s $c(t)$ regulirano veličino in z $r(t)$ referenčno veličino. Če velja

$$|r(t)| \leq N < \infty \quad \text{za } t \geq t_0 \quad (3.148)$$

potem mora za stabilen sistem veljati

$$|c(t)| \leq M < \infty \quad \text{za } t \geq t_0 \quad (3.149)$$

Pri tem je t_0 čas začetka opazovanja, t pa poljubni čas, N in M pa sta realni števili. Vendar obstaja nekaj izjem, t.j. nekaj sistemov, ki bi jih po zgornji definiciji morali uvrstiti med nestabilne, a jih vseeno običajno obravnavamo kot stabilne sisteme. Tak sistem je npr. idealni diferenciator, ki se na stopničasto vzbujanje odzove z δ -impulzom (neskončna vrednost pri $t = 0$). Pokazali bomo, da BIBO stabilnost vodi do zahtev, ki jih že poznamo v zvezi s stabilnostjo sistemov, t.j. da koreni karakteristične enačbe v primeru stabilnega sistema ležijo v levem delu ravnine s .

Vhodno – izhodno obnašanje linearne časovno nespremenljivega sistema lahko izrazimo s pomočjo konvolucije

$$c(t) = \int_0^\infty r(t - \tau)g_r(\tau)d\tau \quad (3.150)$$

pri čemer je $r(\tau)$ referenčni signal, $g_r(\tau)$ pa odziv sistema na enotin impulz (prenosna funkcija sistema je $G_r(s)$). Če na obeh straneh enačbe (3.150) upoštevamo absolutno vrednost, dobimo enačbo

$$|c(t)| = \left| \int_0^\infty r(t-\tau)g_r(\tau)d\tau \right| \quad (3.151)$$

Ker absolutna vrednost integrala produkta ni večja kot integral produkta absolutnih vrednosti, velja

$$|c(t)| \leq \int_0^\infty |r(t-\tau)| |g_r(\tau)| d\tau \quad (3.152)$$

Če je $r(t)$ omejen signal (enačba (3.148)), lahko napišemo neenačbo

$$|c(t)| \leq \int_0^\infty N |g_r(\tau)| d\tau = N \int_0^\infty |g_r(\tau)| d\tau \quad (3.153)$$

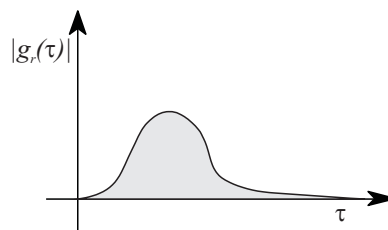
Da je signal $c(t)$ omejen, mora biti torej izpolnjena neenačba

$$N \int_0^\infty |g_r(\tau)| d\tau \leq P < \infty \quad (3.154)$$

oz.

$$\int_0^\infty |g_r(\tau)| d\tau \leq Q < \infty \quad (3.155)$$

Primer takšnega odziva na enotin impulz prikazuje slika 3.40.



Slika 3.40: Absolutna vrednost odziva na enotin impulz

Površina pod krivuljo $|g_r(\tau)|$ mora biti torej končna.

Zvezo med zaprtozančno prenosno funkcijo $G_r(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ in med odzivom na enotin impulz $g_r(\tau)$ podaja definicija Laplace-ove transformacije

$$G_r(s) = \int_0^{\infty} g_r(\tau) e^{-s\tau} d\tau \quad (3.156)$$

Če na obeh straneh enačbe upoštevamo absolutno vrednost, dobimo neenačbo

$$|G_r(s)| \leq \int_0^{\infty} |g_r(\tau)| |e^{-s\tau}| d\tau \quad (3.157)$$

Koreni karakteristične enačbe (3.147) so hkrati poli prenosne funkcije $G_r(s)$ in če s zavzame vrednost polov, je $|G_r(s)| = \infty$. Ker pa je pol $s = \sigma + j\omega$ in je $|e^{-s\tau}| = |e^{-\sigma\tau}|$, dobi neenačba (3.157) v polih obliko

$$\infty \leq \int_0^{\infty} |g_r(\tau)| |e^{-\sigma\tau}| d\tau \quad (3.158)$$

Če en ali več korenov karakteristične enačbe leži v desnem delu ravnine s ali na imaginarni osi, potem je $\sigma \geq 0$ in $|e^{-\sigma\tau}| \leq 1$. Zato lahko neenačbo (3.158) zapišemo v obliko

$$\infty \leq \int_0^{\infty} |g_r(\tau)| d\tau \quad (3.159)$$

Neenačba (3.159) je v kontradikciji z neenačbo (3.155), zato lahko zaključimo, da morajo biti pri stabilnem sistemu poli zaprtiozančne prenosne funkcije oz. koreni karakteristične enačbe v levem delu ravnine s .

Pogoj, da morajo poli ležati v levi polravnini, velja splošno za linearne časovno nespremenljive sisteme. Čeprav smo sistem analizirali pri referenčnem vhodnem signalu, je stabilnost lastnost sistema in je neodvisna od tega, kje je sistem vzbujan. To je razvidno tudi iz dejstva, da je karakteristični polinom neodvisen od mesta izbire vhodnega in izhodnega signala v regulacijski zanki. Vendar je uporabnost tega postopka precej omejena, saj je lego polov za sisteme višjega reda relativno težko določiti brez ustrezne računalniške podpore. Zato obstajajo razni drugi stabilnostni kriteriji. Eni so uporabni za kakršne koli dinamične sisteme, drugi pa so primerni le za analizo stabilnosti povratnozančnih sistemov. Splošno uporaben kriterij je Routh-ov stabilnostni kriterij.

3.9.2 Routh-ov stabilnostni kriterij

Routh-ov stabilnostni kriterij omogoča določiti število polov zaprtozančnega regulacijskega sistema oz. število korenov karakteristične enačbe, ki ležijo na desni strani ravnine s , ne da bi določili lego teh polov. Postopek je naslednji:

1. Napišemo karakteristično enačbo $1 + G(s)H(s) = 0$ v obliki

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \dots + a_n = 0 \quad (3.160)$$

2. Potreben, ne pa tudi zadosten pogoj za stabilnost je ta, da so vsi koeficienti enačbe (3.160) pozitivni (lahko so tudi vsi negativni, saj v tem primeru z množenjem polinoma z -1 vsi postanejo pozitivni). Pogoj je razumljiv, če si predstavljamo polinom (3.160) v faktorizirani obliki, v kateri nastopajo členi prvega reda v obliki $s + a$ in členi drugega reda v obliki $s^2 + bs + c$. Da ležijo koreni v levem delu ravnine s , morajo biti a , b in c pozitivni, z množenjem poljubnih kombinacij takih členov pa dobimo tudi karakteristični polinom s pozitivnimi koeficienti. Če nas zanima le stabilnost sistema, lahko v primeru, če niso vsi koeficienti enakega predznaka, postopek prekinemo.
3. V primeru, da nadaljujemo postopek, uredimo koeficiente v Routh-ovo shemo, kot prikazuje naslednji vzorec:

$$\begin{array}{cccccc}
 s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots \\
 s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots \\
 s^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \dots \\
 s^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \dots \\
 s^{n-4} & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \\
 s^3 & e_1 & e_2 & e_3 & & \\
 s^2 & f_1 & f_2 & & & \\
 s^1 & g_1 & & & & \\
 s^0 & h_1 & & & &
 \end{array}$$

Koeficiente b_1, b_2 in b_3 izračunamo s pomočjo enačb

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$\begin{aligned}
 b_2 &= \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} \\
 b_3 &= \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{3.161}$$

Koeficiente b_i računamo, dokler ne upoštevamo vseh a_i iz predhodnih vrstic. Enak postopek se uporablja za izračun ostalih koeficientov:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1} & d_1 &= \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1} \\
 c_2 &= \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1} & d_2 &= \frac{c_1 b_3 - b_1 c_3}{c_1} \\
 c_3 &= \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1} & &\vdots \\
 &\vdots & &
 \end{aligned} \tag{3.162}$$

Postopek nadaljujemo tako dolgo, da dobimo $n + 1$ vrstic. Tako dobimo Routh-ovo shemo trikotne oblike. Vse elemente v eni vrstici lahko zaradi enostavnejšega nadaljnjega računanja množimo ali delimo s poljubnim pozitivnim številom.

Routh-ov stabilnostni kriterij pravi, da je število korenov karakteristične enačbe (3.160) s pozitivnimi realnimi deli enako številu menjav predznaka v prvi koloni trikotne sheme. Zato je potreben in zadosten pogoj za stabilnost sistema, da so vsi koeficienti karakterističnega polinoma pozitivni in da so vsi elementi v prvi koloni trikotne sheme pozitivni.

Primer 3.2 Karakteristična enačba sistema ima obliko

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0 \tag{3.163}$$

Ker so vsi koeficienti pozitivni, je izpolnjen potreben pogoj za stabilnost sistema. Izračunana Routh-ova shema pa ima obliko

$$\begin{array}{rrrr}
s^4 & 1 & 3 & 5 \\
s^3 & 2 & 4 & 0 \quad / \cdot \frac{1}{2} \\
& 1 & 2 & 0 \\
s^2 & 1 & 5 & \\
s^1 & -3 & & \\
s^0 & 5 & &
\end{array}$$

Ker se predznak v prvi koloni dvakrat zamenja (upoštevati moramo prehod iz + v - in nato iz - v +), ni izpolnjen zadostni pogoj za stabilnost, sistem ima dva pola v desnem delu ravnine s . Primer tudi prikazuje, kako smo drugo vrstico zaradi lažjega nadaljnjega računanja pomnožili z $\frac{1}{2}$. $\square$

Posebni primeri

Če je element prve kolone katerekoli vrstice v Routh-ovi shemi enak nič, nadomestimo element s poljubno majhno konstanto ε in nadaljujemo postopek. Na koncu limitiramo ε proti 0.

Primer 3.3 Če imamo polinom

$$s^4 + 5s^3 + 7s^2 + 5s + 6 = 0 \quad (3.164)$$

je Routh-ova shema

$$\begin{array}{rrrr}
s^4 & 1 & 7 & 6 \\
s^3 & 5 & 5 & \\
s^2 & 6 & 6 & \\
s^1 & \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon & & \\
s^0 & 6 & &
\end{array}$$

Če je $\varepsilon > 0$, ni spremembe predznaka v prvi koloni, sistem je stabilen. Če je $\varepsilon < 0$, imamo dve spremembi znaka, torej dva korena v desnem delu ravnine s . Ker pa je $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon = 0$, to pomeni, da sta dva korena na imaginarni osi (konjugirano kompleksni par). $\square$

Drug postopek priporoča, da v takem primeru naredimo transformacijo $z = \frac{1}{s}$ in analiziramo polinom spremenljivke z . Na ta način se običajno izognemo ničelnim elementom v prvi koloni.

Drugi posebni primer predstavljajo razmere, ko vsi koeficienti v eni vrstici Routh-ove sheme postanejo nič. To se dogodi v primeru, če karakteristična enačba vsebuje pare korenov, ki so simetrični na realno ali imaginarno os ravnine s . V takem primeru se nadaljuje postopek tako, da se s pomočjo koeficientov v predhodni vrstici napiše pomožni polinom. Polinom v predhodni vrstici je potrebno odvesti po s in ustrezno dobljene koeficiente prepisati v vrstico, kjer so bile same ničle. Koreni pomožnega polinoma, ki je vedno sod, so tisti koreni karakteristične enačbe, ki so simetrični na realno ali imaginarno os.

Primer 3.4 Karakteristična enačba ima obliko

$$s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0 \quad (3.165)$$

V Routh-ovi shemi dobimo v tretji vrstici same ničle

$$\begin{array}{cccc} s^5 & 1 & 24 & -25 \\ s^4 & 2 & 48 & -50 \\ s^3 & 0 & 0 & \end{array}$$

Zato iz vrstice pri s^4 tvorimo pomožni polinom

$$P(s) = 2s^4 + 48s^2 - 50 \quad (3.166)$$

Ker je polinom četrtega reda, sta dva para korenov, ki ležita simetrično na realno in imaginarno os. Ta para bi dobili z rešitvijo enačbe $P(s) = 0$. Nato polinom $P(s)$ odvajamo po s

$$\frac{dP(s)}{ds} = 8s^3 + 96s \quad (3.167)$$

Elemente v vrstici pri s^3 , ki so bili nič, zamenjamo s koeficienti polinoma $\frac{dP(s)}{ds}$ in nadaljujemo postopek

s^5	1	24	-25
s^4	2	48	-50
s^3	8	96	
s^2	24	-50	
s^1	112.7	0	
s^0	-50		

Ker v prvi koloni enkrat pride do menjave predznaka, ima karakteristična enačba en koren v desnem delu ravnine s . V to se lahko prepričamo, če poiščemo korene pomožnega polinoma $P(s)$

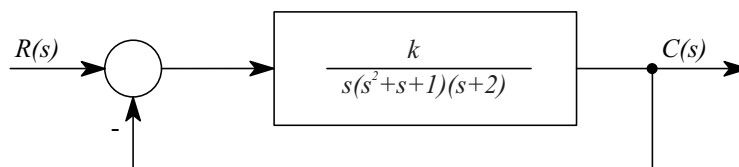
$$P(s) = 2s^4 + 48s^2 - 50 = (s + 1)(s - 1)(s + j5)(s - j5) \quad (3.168)$$

Ker je peti koren karakteristične enačbe pri $s = -2$, ima le-ta torej res en koren s pozitivnim realnim delom. $\square$

Uporaba Routh-ovega stabilnostnega kriterija pri analizi regulacijskih sistemov

Slabost Routh-ovega stabilnostnega kriterija pri analizi regulacijskih sistemov je v tem, da daje le informacijo o absolutni stabilnosti, ne daje pa informacije o relativni stabilnosti (koliko je sistem stabilen oz. nestabilen) in ne pove, kako sistem stabilizirati. Možno pa je proučevati vpliv enega ali dveh parametrov regulacijskega sistema, tako da s pomočjo kriterija ugotovimo tiste vrednosti parametrov, za katere je sistem stabilen.

Primer 3.5 Izračunajmo vrednosti ojačenja k , za katere je regulacijski sistem na sliki 3.41 stabilen.



Slika 3.41: Regulacijski sistem

Karakteristično enačbo zaprtozančnega sistema dobimo iz izraza

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k}{s(s^2 + s + 1)(s + 2) + k} \quad (3.169)$$

v obliki

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0 \quad (3.170)$$

Routh-ova shema pa je

$$\begin{array}{cccc} s^4 & 1 & 3 & k \\ s^3 & 3 & 2 & 0 \\ s^2 & \frac{7}{3} & k & \\ s^1 & 2 - \frac{9}{7}k & & \\ s^0 & k & & \end{array}$$

Da je regulacijski sistem stabilen, morajo biti vsi koeficienti karakterističnega polinoma pozitivni. Torej mora veljati

$$k > 0 \quad (3.171)$$

Pozitivni pa morajo biti tudi vsi elementi v prvi koloni Routh-ove sheme

$$2 - \frac{9}{7}k > 0 \quad \implies \quad k < \frac{14}{9} \quad (3.172)$$

Celotna rešitev za parameter k je

$$0 < k < \frac{14}{9} \quad (3.173)$$

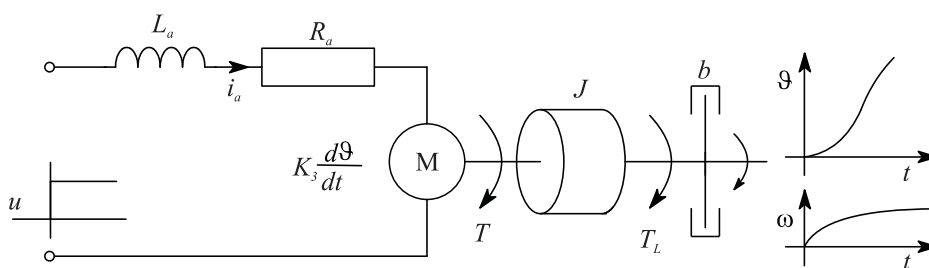
Pri ojačenju $\frac{14}{9}$ sistem nedušeno niha.

□

3.10 Nekateri preostali učinki povratne zanke

O lastnostih in učinkih povratne zanke smo sedaj že marsikaj povedali. Tako smo v 1. poglavju omenili razliko med odprtozančnim in zaprtozančnim vodenjem ter med sledilnim in regulacijskim delovanjem. Razliko med sledenjem in regulacijo smo prikazali tudi pri obravnavi bločnih diagramov v 2. poglavju. V poglavjih 3.8 in 3.9 smo nato obravnavali problematiko ustaljenega stanja in stabilnosti regulacijskih sistemov. To sta bistveni zahtevi, ki ju moramo izpolniti pri načrtovanju vsakega regulacijskega sistema. Povratna zanka pa omogoča še razne druge spremembe in izboljšave. Te si bomo ogledali na primeru regulacije hitrosti enosmernega motorja.

Enačbe enosmernega motorja smo podali v podpoglavju 3.4.2. Ustrezen model prikazuje slika 3.42. Ob zanemaritvi induktivnosti velja enačba za rotorski tokokrog



Slika 3.42: Model enosmernega motorja

$$R_a i_a + K_3 \frac{d\vartheta}{dt} = u \quad (3.174)$$

in momentna ravnotežna enačba

$$J\ddot{\vartheta} + b\dot{\vartheta} = J\dot{\omega} + b\omega = T + T_L = K_2 i_a + T_L \quad (3.175)$$

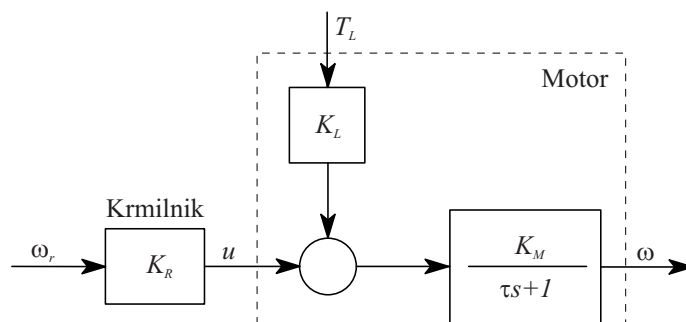
Pri tem smo dodali moment bremena T_L , ki ga bomo obravnavali kot motnjo. Namesto zasuka pa smo kot izhodno veličino uvedli kotno hitrost, saj bomo proučevali regulacijo hitrosti. Če izrazimo tok i_a v enačbi (3.175) s pomočjo

enačbe (3.174) in zapišemo nato enačbo v obliki sistema 1. reda (časovna konstanta, ojačenje), dobimo izraz

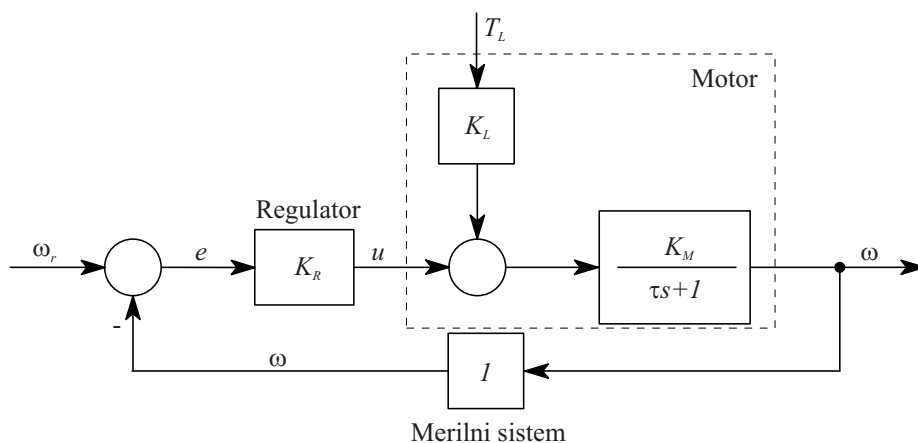
$$\tau \dot{\omega} + \omega = K_M(u + K_L T_L) \quad (3.176)$$

$$\tau = \frac{J}{b + \frac{K_2 K_3}{R_a}} \quad K_M = \frac{K_2}{R_a(b + \frac{K_2 K_3}{R_a})} \quad K_L = \frac{R_a}{K_2}$$

Na modelu enosmernega motorja bomo prikazali primerjavo nekaterih učinkov krmiljenja in regulacije. Zaradi nazornosti in enostavnosti bomo uporabili proporcionalni krmilnik in proporcionalni regulator. Ustrezna bločna diagrama prikazujeta sliki 3.43 in 3.44.



Slika 3.43: Bločni diagram krmiljenja hitrosti



Slika 3.44: Bločni diagram regulacije hitrosti

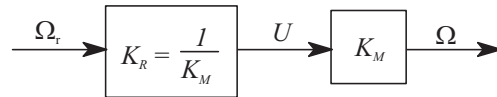
Predpostavili smo tudi, da je merilni sistem idealen, torej ima prenosno funkcijo $H(s) = 1$.

3.10.1 Zmanjšanje občutljivosti na spremembe parametrov

Pri odprtozančnem vodenju (krmiljenju), ki ga prikazuje slika 3.43, je napetost, ki jo daje krmilnik

$$u = K_R \omega_r \quad (3.177)$$

Razmere v ustaljenem stanju pri $T_L = 0$ prikazuje slika 3.45.



Slika 3.45: Bločni diagram odprtozančnega krmiljenja

Očitno je, da je potrebno izbrati za ojačenje krmilnika $K_R = \frac{1}{K_M}$, da v ustaljenem stanju dobimo želeno kotno hitrost

$$\Omega = K_M U = \frac{1}{K_M} K_M \Omega_r = \Omega_r \quad (3.178)$$

Pri povratnozančnem vodenju (regulaciji), ki ga prikazuje slika 3.44, je napetost, ki jo daje regulator

$$u = K_R(\omega_r - \omega) \quad (3.179)$$

Če to upoštevamo v enačbi (3.176), dobimo izraz

$$\tau \dot{\omega} + (1 + K_R K_M) \omega = K_M (K_R \omega_r + K_L T_L) \quad (3.180)$$

Če ni bremenskega momenta, je hitrost v ustaljenem stanju ($\dot{\omega} = 0$)

$$\Omega = \frac{K_R K_M}{1 + K_R K_M} \Omega_r \quad (3.181)$$

Če je ojačenje regulatorja $K_R \gg 1$, potem je $K_R K_M \gg 1$ in $\Omega \doteq \Omega_r$. Torej v idealnem primeru, ko ni bremenske motnje, pri krmiljenju dobimo želeno hitrost, pri regulaciji pa se le-tej približamo (op. to nikakor ne pomeni, da ima krmiljenje kakšno prednost, saj smo tu analizirali le razmere v ustaljenem stanju v nekem idealnem, nemotenem okolju, kar je v praksi zelo redko).

Predpostavimo, da ojačenje motorja K_M ni točno poznano vnaprej ali pa se med delovanjem spreminja. Iz vrednosti K_M se spremeni v $K_M + \Delta K_M$. Pri krmiljenju bi taka vrednost povzročila kotno hitrost v ustaljenem stanju

$$\Omega = \frac{1}{K_M} (K_M + \Delta K_M) \Omega_r = \left(1 + \frac{\Delta K_M}{K_M}\right) \Omega_r \quad (3.182)$$

Napaka v kotni hitrosti je torej

$$\Delta \Omega = \frac{\Delta K_M}{K_M} \Omega_r \quad (3.183)$$

oziroma v relativni obliki

$$\frac{\Delta \Omega}{\Omega_r} = \frac{\Delta K_M}{K_M} \quad (3.184)$$

To pomeni, da npr. 10% sprememba v ojačenju motorja K_M povzroči 10% napako v kotni hitrosti Ω .

V primeru regulacije pa velja izraz

$$\Omega = \frac{(K_M + \Delta K_M) K_R}{1 + (K_M + \Delta K_M) K_R} \Omega_r \quad (3.185)$$

Če v imenovalcu izpostavimo $1 + K_R K_M$ in delimo števec in imenovalec z $1 + K_R K_M$, dobimo izraz

$$\Omega = \frac{\frac{K_R K_M}{1 + K_R K_M} + \frac{\Delta K_M K_R}{1 + K_R K_M}}{1 + \frac{\Delta K_M K_R}{1 + K_R K_M}} \Omega_r \quad (3.186)$$

Imenovalec ima obliko $1 + x$, kjer je x majhen. Ker velja

$$\frac{1}{1+x} \doteq 1-x \quad x = \frac{\Delta K_M K_R}{1+K_R K_M} \quad (3.187)$$

lahko enačbo (3.186) preuredimo v obliko

$$\Omega \doteq \left(\frac{K_R K_M}{1+K_R K_M} + \frac{\Delta K_M K_R}{1+K_R K_M} \right) \left(1 - \frac{\Delta K_M K_R}{1+K_R K_M} \right) \Omega_r \quad (3.188)$$

Po množenju, zanemaritvi člena $\Delta^2 K_M$ (predpostavimo, da je sprememba ΔK_M majhna) in z vpeljavo $\Omega' = \frac{K_R K_M}{1+K_R K_M} \Omega_r$, ki predstavlja kotno hitrost nemotenega sistema, dobimo enačbo

$$\Omega \doteq \Omega' + \Omega' \frac{1}{1+K_R K_M} \frac{\Delta K_M}{K_M} \quad (3.189)$$

Sprememba hitrosti zaradi spremembe parametra je torej

$$\Delta \Omega = \Omega' \frac{1}{1+K_R K_M} \frac{\Delta K_M}{K_M} \quad (3.190)$$

oziroma v relativni obliki

$$\frac{\Delta \Omega}{\Omega'} = \frac{1}{1+K_R K_M} \frac{\Delta K_M}{K_M} \quad (3.191)$$

Vidimo, da npr. 10% sprememba v K_M povzroči samo $\frac{1}{1+K_R K_M} \cdot 10\%$ spremembo v hitrosti $\Omega' \doteq \Omega_r$. To pa je zelo malo, če je $K_R K_M \gg 1$. Izraz $\frac{1}{1+K_R K_M}$ imenujemo občutljivost hitrosti glede na ojačenje sistema

$$S_{K_M}^\Omega = \frac{1}{1+K_R K_M} \quad (3.192)$$

Torej je relativna sprememba kotne hitrosti

$$\frac{\Delta \Omega}{\Omega'} = S_{K_M}^\Omega \frac{\Delta K_M}{K_M} \quad (3.193)$$

Rezultat prikazuje bistveno prednost regulacijskih sistemov: zaprtozančni sistem je manj občutljiv na spremembe parametrov kot odprtozančni sistem. Zato za točno regulacijo ni potrebno zelo točno poznavanje sistema (procesa). To spoznanje ni pomembno le pri regulaciji procesov, ki jim težko določimo parametre ampak tudi v primeru, če se le-ti med obratovanjem spreminjajo. Čeprav smo celotno izpeljavo naredili le za parameter procesa K_M , pa vsi zaključki veljajo tudi za ojačenje regulatorja K_R , saj imamo v vseh enačbah produkt $K_R K_M$.

3.10.2 Zmanjšanje občutljivosti na motnje

V nadaljevanju bomo analizirali učinek motnje (bremenskega momenta) na kotno hitrost pri odprtozančnem in zaprtozančnem vodenju. Iz enačbe (3.176) in slike 3.43 je razvidno, da v primeru odprtozančnega vodenja velja v ustaljenem stanju enačba

$$\Omega = K_M (K_R \Omega_r + K_L T_L) \quad (3.194)$$

Če izberemo $K_R = \frac{1}{K_M}$, velja

$$\Omega = \Omega_r + K_M K_L T_L \quad (3.195)$$

Sprememba kotne hitrosti zaradi motilnega momenta T_L pa je

$$\Delta\Omega = K_M K_L T_L \quad (3.196)$$

Zato je sprememba sorazmerna motnji T_L in načrtovalec nima nobenih možnosti, da bi s krmilnikom vplival na zmanjšanje pogreška. Za zaprtozančno vodenje pa velja, da je regulirana veličina (kotna hitrost) v ustaljenem stanju enaka

$$\Omega = \frac{K_R K_M}{1 + K_R K_M} \Omega_r + \frac{K_L K_M}{1 + K_R K_M} T_L \quad (3.197)$$

kar je razvidno iz bločnega diagrama na sliki 3.44. Sprememba kotne hitrosti zaradi motilnega momenta je

$$\Delta\Omega = \frac{K_L K_M}{1 + K_R K_M} T_L \quad (3.198)$$

Če načrtovalec izbere $K_R K_M \gg 1$ in $K_R K_M \gg K_L K_M$, potem motnja malo vpliva na regulirano veličino. Vidimo, da pri regulaciji motnja vpliva na kotno hitrost $(1 + K_R K_M)$ -krat manj kot pri krmiljenju. To je naslednja pomembna prednost, ki jo omogoča povratna zanka. Izraz $\frac{1}{1+K_R K_M}$ imenujemo regulacijski faktor.

3.10.3 Sprememba časovne konstante

Časovna konstanta motorja je enaka τ . To je tudi časovna konstanta pri krmiljenju. Pri regulaciji pa je prenosna funkcija sistema, ki ga prikazuje bločni diagram 3.44

$$\frac{\omega(s)}{\omega_r(s)} = \frac{\frac{K_R K_M}{\tau}}{s + \frac{1+K_R K_M}{\tau}} \quad (3.199)$$

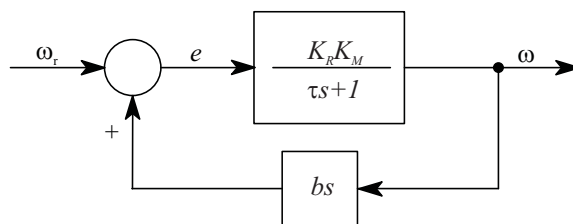
Zato imamo spremenjeno časovno konstanto

$$\tau' = \frac{\tau}{1 + K_R K_M} \quad (3.200)$$

Časovna konstanta se zmanjša in sistem postane hitrejši. Z večanjem ojačenja regulatorja K_R se časovna konstanta manjša. Namesto da govorimo o časovni konstanti, lahko govorimo tudi o legi pola. Pol se z vpeljavo povratne zanke oddalji od imaginarne osi ravnine s in sistem postane hitrejši.

Z uporabo pozitivne povratne zanke in ustrezne dinamike lahko zelo zmanjšamo časovno konstanto ali pa jo celo povsem odpravimo. Slika 3.46 prikazuje bločni diagram z diferencirno povratno zanko.

Prenosna funkcija sistema s slike 3.46 je



Slika 3.46: Bločni diagram z diferencirno povratno zanko

$$\frac{\omega(s)}{\omega_r(s)} = \frac{K_R K_M}{(\tau - bK_R K_M)s + 1} \quad (3.201)$$

Če postavimo $b = \frac{\tau}{K_R K_M}$, postane časovna konstanta enaka nič, regulacijski sistem pa se vede kot $P0$ proporcionalni sistem. Vendar moramo biti pri uporabi take povratne zanke zelo previdni, da $\tau - bK_R K_M$ zaradi motenj ne postane negativen, saj dobimo v tem primeru pol v desnem delu ravnine s in sistem postane nestabilen. Omenjene lastnosti kažejo tudi na eno od osnovnih značilnosti povratne zanke, da stabilizira ali destabilizira proces. Tako pri zmanjšanju občutljivosti kot pri odpravljanju motenj in spremembi časovne konstante je bila pri proporcionalnem regulatorju potrebna velika vrednost ojačenja K_R . To pa zmanjšuje stabilnost sistema. Zato je potrebno narediti kompromis. Veliko izboljšav pa prinese tudi uporaba dinamičnih regulatorjev.

3.10.4 Izločitev integracije

Če na integrirnem sistemu $I0$ s prenosno funkcijo

$$G(s) = \frac{k}{s} \quad (3.202)$$

dodamo enotino povratno zanko, nastane zaprtozančni sistem s prenosno funkcijo

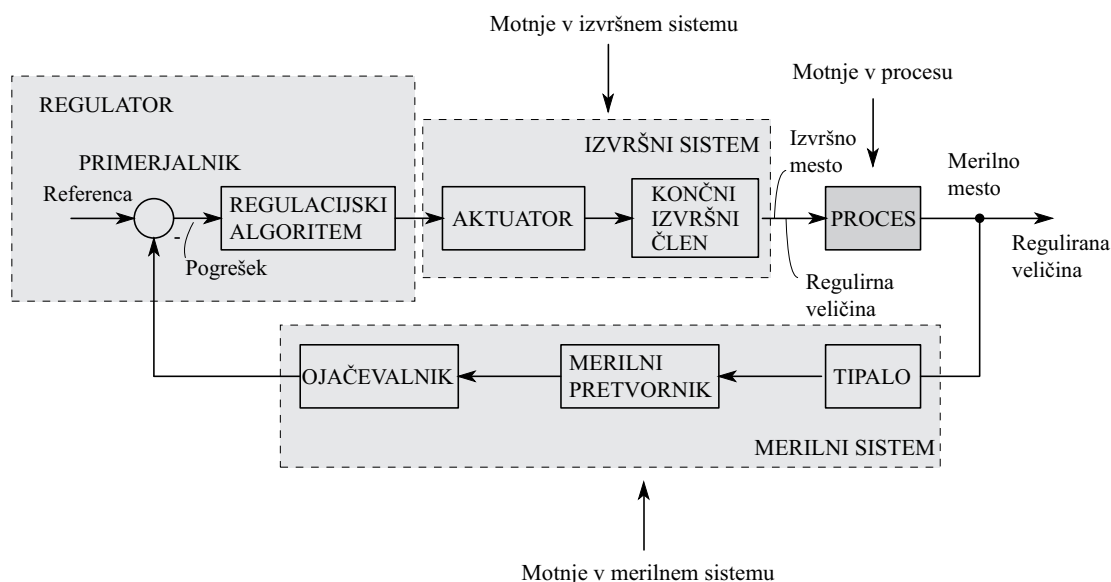
$$G'(s) = \frac{k}{s + k} \quad (3.203)$$

Povratna zanka je torej spremenila sistem $I0$ v sistem $P1$.

4.

Osnovni regulacijski algoritmi v industrijskih regulacijskih sistemih

Poglavje bo obravnavalo najpogostejše uporabljane regulacijske algoritme, njihov vpliv na delovanje regulacijske zanke ter njihovo načrtovanje. Zaradi boljšega razumevanja praktičnih problemov, ki nastopajo pri izvedbi regulacije, si oglejmo bločni diagram na sliki 4.1.



Slika 4.1: Bločna shema regulacijskega sistema

Tipalo odtipava regulirano veličino na merilnem mestu. Signal, ki ga daje tipalo, moramo pogosto pretvoriti z merilnim pretvornikom in ga nato ojačati

z ojačevalnikom (npr. v standardni signal $4 - 20 \text{ mA}$). Na poti od merilnega mesta se vnašajo motnje, ki jih imenujemo motnje v merilnem sistemu (ali tudi motnje na regulirano veličino). Pretvorjena regulirana veličina vstopa v regulator in se tam primerja z želeno oz. referenčno vrednostjo. Iz pogreška med njima regulacijski algoritem določi signal (npr. $4 - 20 \text{ mA}$), ki preko aktuatorja (npr. motor) in končnega izvršnega člena (npr. ventil, loputa) na izvršnem mestu deluje na proces. Na poti od regulatorja do procesa lahko delujejo motnje, ki jih imenujemo motnje v izvršnem sistemu (ali tudi motnje na regulirno veličino).

Vse elemente regulacijskega sistema razen procesa imenujemo regulirni sistem. Na ta način lahko regulacijski sistem prikažemo le z dvema blokoma. Tipalo, merilni pretvornik in ojačevalnik združimo v en blok, ki ga imenujemo merilni sistem (tudi kot del opreme je to lahko ena enota, ki iz regulirane veličine generira npr. signal $4 - 20 \text{ mA}$). Aktuator in končni izvršni člen pa z enim izrazom imenujemo izvršni sistem (tudi kot del opreme je to lahko enota, ki ima npr. vhod $4 - 20 \text{ mA}$, izhod pa zasuk ventila).

Regulator predstavlja inteligentni del regulacijskega sistema, saj na podlagi razlike med želeno in pretvorjeno regulirano veličino določa regulirni signal s pomočjo ustreznega regulacijskega algoritma. Razen tega ima regulator še razne vrste dodatkov, ki omogočajo praktično uporabnost. Tipičen dodatek je npr. preklon med avtomatskim in ročnim delovanjem. Včasih je namreč neizogibno, da operater ročno vodi proces (zagon, okvare, ...). Tipični dodatki so tudi razni filtri na vhodu v regulator. Le-ti izločajo motnje v industrijskem okolju.

4.1 Razdelitev industrijskih regulatorjev

Regulatorje v industriji delimo lahko po različnih kriterijih. Glede na energijo, ki jo potrebujejo za delovanje, so lahko:

- regulatorji brez pomožne energije (samodelujoči) ali
- regulatorji s pomožno energijo.

Prvi za svoje delovanje uporabljajo kar energijo medija, ki ga regulirajo. Nekateri koristijo energijo medija za merjenje in izvajanje, nekateri pa le za merjenje. Torej so v eni enoti zajete funkcije merilnega sistema, izvršnega sistema in regulatorja.

Za delovanje regulatorjev s pomožno energijo pa potrebujemo dodatno (pomožno) energijo.

Glede na vrsto medija ali uporabljene pomožne energije pa delimo regulatorje na

- mehanske,
- pnevmatske,
- hidravlične in
- električne.

Glavne značilnosti regulatorjev brez pomožne energije so naslednje:

- uporabljajo se za posebne namene,
- izdelujejo se masovno,
- so poceni,
- so zelo zanesljivi,
- izpolnjujejo varnostne zahteve,
- območje signalov je omejeno in neprilagodljivo,
- dinamične lastnosti so zelo omejene (običajno dosežemo le proporcionalno karakteristiko),
- točnost je slabša,
- poseg v zanko ni možen, torej ni modularnosti.

Glavne značilnosti regulatorjev s pomožno energijo pa so naslednje:

- regulatorji so dosti bolj splošno namenski,
- območje signalov je prilagodljivo,
- dinamične lastnosti so zelo raznovrstne,

- omogočajo veliko točnost,
- poseg v zanko je možen, zato omogočajo veliko modularnost,
- so precej dražji.

Daleč največ se zaradi cenenosti in fleksibilnosti uporabljajo električni regulatorji. Le-te delimo na

- analogne in
- digitalne.

Analogni regulatorji so izvedeni z električnimi oz. elektronskimi komponentami, digitalni pa s sodobnimi računalniškimi komponentami.

Glede na vrsto regulirnega signala, ki bistveno vpliva na dinamične lastnosti regulacijske zanke, razdelimo industrijske regulatorje na

- zvezno delujoče regulatorje in
- stopenjsko (nezvezno, diskontinuirno) delujoče regulatorje.

Pri zvezno delujočih regulatorjih lahko regulirna veličina zavzame poljubno vrednost znotraj regulirnega območja. Zato je takšna regulacija bolj točna kot pri stopenjskih regulatorjih, pri katerih lahko regulirna veličina zavzame samo nekatere vrednosti.

Glede na dinamične značilnosti delimo zvezne linearne regulatorje na

- proporcionalne (P),
- integrirne (I),
- proporcionalno - integrirne (PI),
- proporcionalno - diferencirne (PD) in
- proporcionalno - integrirno - diferencirne regulatorje (PID).

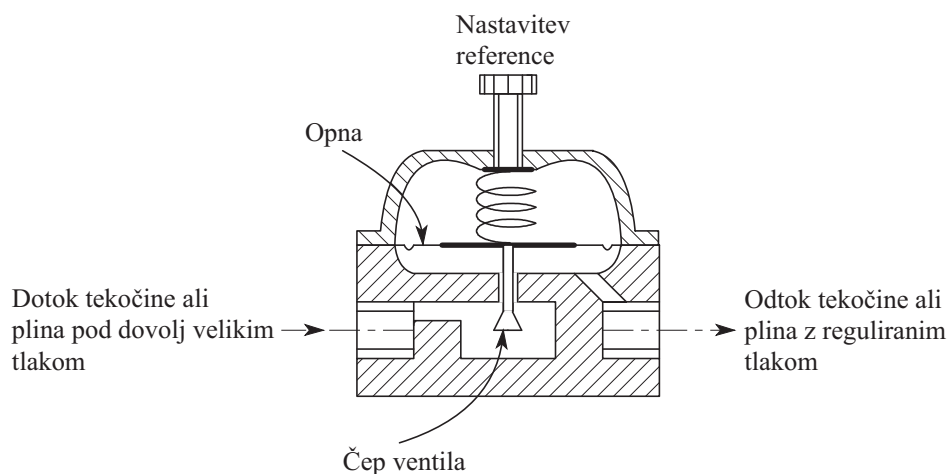
Pri stopenjsko delujočih regulatorjih lahko zavzame regulirna veličina dve ali največ tri različne vrednosti, tako da često govorimo o

- dvopoložajnih (ON-OFF) in
- tropoložajnih regulatorjih.

Stopenjski regulatorji se zaradi enostavnosti in cenenosti veliko uporabljajo v industriji pa tudi v raznih hišnih napravah (regulacija temperature s termo-akumulacijsko pečjo, regulacija temperature v likalniku, regulacija nivoja tekočine v izplakovalniku WC, ...). S pomočjo dodatne povratne zveze okoli preklopnega elementa lahko dinamične lastnosti še izboljšamo.

Primer 4.1 Zvezni regulator brez pomožne energije za uravnavanje tlaka tekočine ali plina.

Regulator, ki se uporablja za regulacijo tlaka v plinih in tekočinah, prikazuje slika 4.2. Referenčno veličino nastavimo z vijakom, s katerim določimo silo

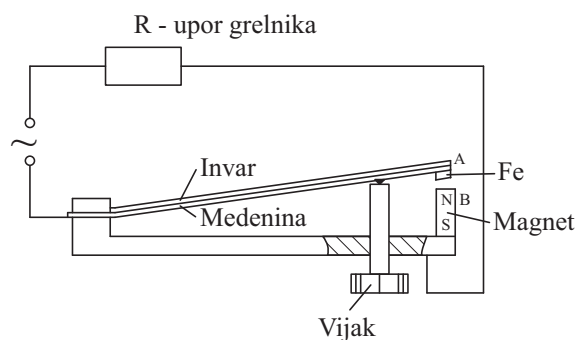


Slika 4.2: Zvezni regulator brez pomožne energije za uravnavanje tlaka tekočine ali plina

vzmeti. Tlak merimo s pomočjo opne. Pogrešek je razlika med tlakom zaradi vzmeti in tlakom plina ali tekočine. Če je tlak plina ali tekočine manjši od referenčnega tlaka, se opna ukrivi navzdol. To povzroči povečanje pretoka plina ali tekočine in povečanje tlaka. Ko je tlak vzmeti enak tlaku plina ali tekočine, je ventil v ustaljeni legi, pretok je konstanten in tlak ustrezno reguliran. □

Primer 4.2 Stopenjski regulator brez pomožne energije za uravnavanje temperature.

Slika 4.3 prikazuje tipični temperaturni regulator iz bimetala, ki se uporablja v likalnikih, električnih blazinah, pečicah in podobnih napravah.

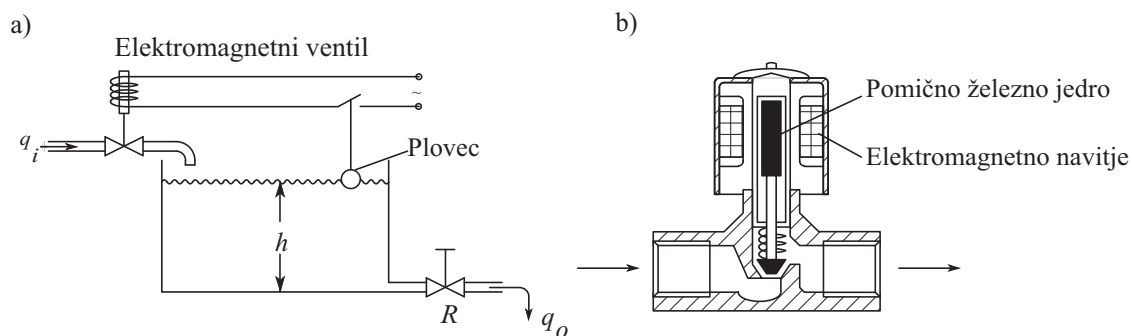


Slika 4.3: Bimetalni temperaturni regulator kot stopenjski regulator

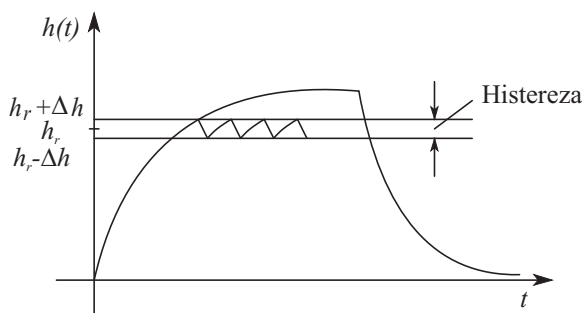
Tipalo in istočasno regulator predstavljata zvarjeni kovini – medenina (velik toplotni razteznostni koeficient) in invar (majhen toplotni razteznostni koeficient). Različni raztezki obeh kovin preneseni preko vzvoda - vijaka, s katerim nastavljamo tudi referenčno vrednost, ustvarjajo stik v tokokrogu. Pri tej izvedbi, ki je primerna za manjše preklopne moči, nastopa iskrenje kontaktov, kar zmanjšuje življensko dobo. Problem omilimo, če kontaktni del (A,B) izvedemo z magnetom in železno ploščico ali če uporabimo vzmet. Slednjo rešitev uporabljamo pri preklonih večje moči. □

Primer 4.3 Stopenjski regulator s pomožno energijo za uravnavanje nivoja tekočine.

Slika 4.4a pa predstavlja dvopoložajni regulacijski sistem z uporabo pomožne, v tem primeru električne energije. Uporablja se elektromagnetni ON - OFF ventil, ki ga prikazuje slika 4.4b. Regulirana veličina je nivo v posodi, regulirna veličina pa vhodni pretok tekočine. Vhodni pretok je lahko nek pozitiven pretok pri odprtem ventilu ali pa nič pri zaprtem ventilu. Izhodni pretok predstavlja porabo. Če predpostavimo, da je le-ta npr. 10 lmin^{-1} , potem mora biti pretok pri polnem odprtju ustrezno večji, npr. 20 lmin^{-1} , kar omogoča relativno hitro polnjenje posode. Želeni nivo se torej vzpostavi s periodičnim polnjenjem in praznjenjem. Potek nivoja prikazuje slika 4.5. Nihanje regulirane veličine je v glavnem posledica prekladne karakteristike, ki vsebuje tudi histerezo. Z zmanjšanjem histereze



Slika 4.4: a) regulacijski sistem za regulacijo nivoja
b) elektromagnetni ventil



Slika 4.5: Časovni potek nivoja tekočine

je sicer možno zmanjšati tudi nihanja regulirane veličine, vendar se pri tem zelo poveča število preklonov, kar povzroča hitro izrabo preklonnih elementov. $\square$

4.2 Zvezno delujoči regulatorji

Zvezno delujoči regulatorji imajo lastnost, da regulirna veličina lahko v določenem območju, ki mu pravimo regulirno območje, zavzame katerokoli vrednost. Obravnavali bomo regulatorje, za katere velja linearna zveza med pogreškom in regulirano veličino. Večina industrijskih regulatorjev glede na vgrajene algoritme, ki določajo zvezo med pogreškom in regulirano veličino, pripada enemu naslednjih tipov ali kombinaciji tipov regulatorjev:

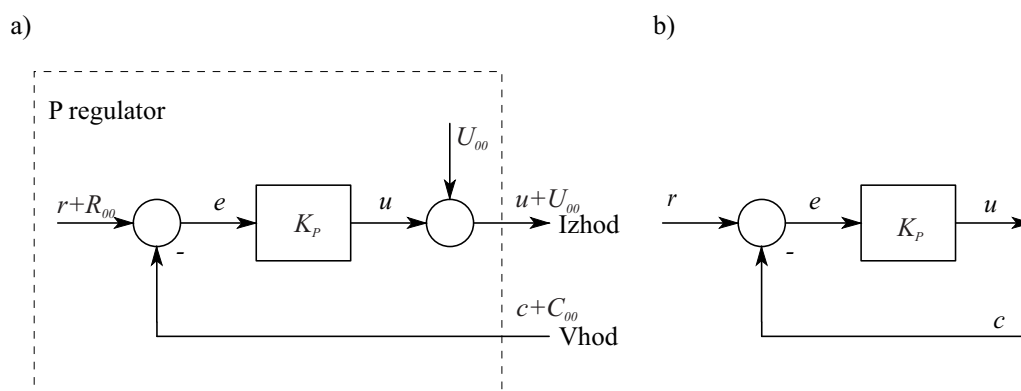
- proporcionalno delujoči regulatorji (P regulatorji),

- integrirno delujoči regulatorji (I regulatorji),
- diferencirno delujoči dodatki regulatorjev (D regulatorji).

V splošnem je diferencirni regulator kot samostojni regulator neuspešen, saj upošteva le spremembe pogreška. V kombinaciji s proporcionalnim ali integrirnim regulatorjem pa je lahko zelo učinkovit.

4.2.1 Proporcionalni regulatorji

Proporcionalni regulacijski algoritem je temeljni algoritem v industrijskih regulatorjih in uspešno rešuje velik del regulacijskih problemov. Njegova osnovna značilnost je, da je regulirna veličina prenosorazmerna s pogreškom. Slika 4.6a prikazuje bločno shemo industrijskega P regulatorja. Vhod v regulator je re-



Slika 4.6: Industrijski P regulator: a) absolutne veličine
b) odstopanja od delovne točke

gulirana veličina. Le-ta se odšteje od referenčne veličine. Tako nastane signal pogreška, ki se pomnoži s proporcionalno konstanto K_P (ojačenje P regulatorja), kar daje regulirno veličino. Vse veličine so izražene v absolutnih iznosih. Enosmerne vrednosti imajo naslednji pomen: enosmerna komponenta regulirne veličine U_{00} omogoči tako regulirno veličino (npr. moč grelnika), da postane regulirana veličina enaka delovni (običajno želeni oz. referenčni) veličini $C_{00} = R_{00}$ (npr. temperatura v prostoru C_{00} postane v ustaljenem stanju enaka $R_{00} = 20^\circ\text{C}$). Vendar pa pri analizi in sintezi regulacijskih sistemov obravnavamo le odstopanja od delovne točke. Zato pri tem uporabljamo bločno shemo, kot jo prikazuje slika 4.6b. Tako velja za P regulator enačba

$$u(t) = K_P e(t) \quad (4.1)$$

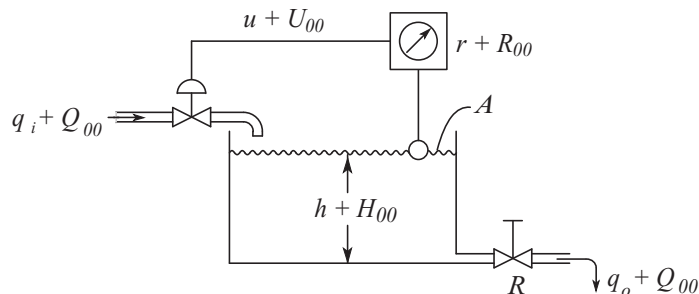
oz. prenosna funkcija

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P \quad (4.2)$$

Industrijski proporcionalni regulator vsebuje vsaj tri gumbе: gumb za nastavljanje želene vrednosti R_{00} , gumb za nastavljanje ojačenja K_P in gumb za nastavljanje enosmerne oz. delovne vrednosti regulirne veličine U_{00} .

Vendar pa običajno parameter industrijskega regulatorja ni neposredno ojačenje ampak t.i. proporcionalno območje regulatorja. Za razumevanje proporcionalnega območja je potrebno poznati statično karakteristiko proporcionalnega regulatorja, to je odvisnost med pogreškom (ali med regulirano veličino) in regulirno veličino v ustaljenem stanju (to je pomembno le, če ima P regulator še kakšen dinamični dodatek, sicer je vseeno, kdaj določamo kvocient).

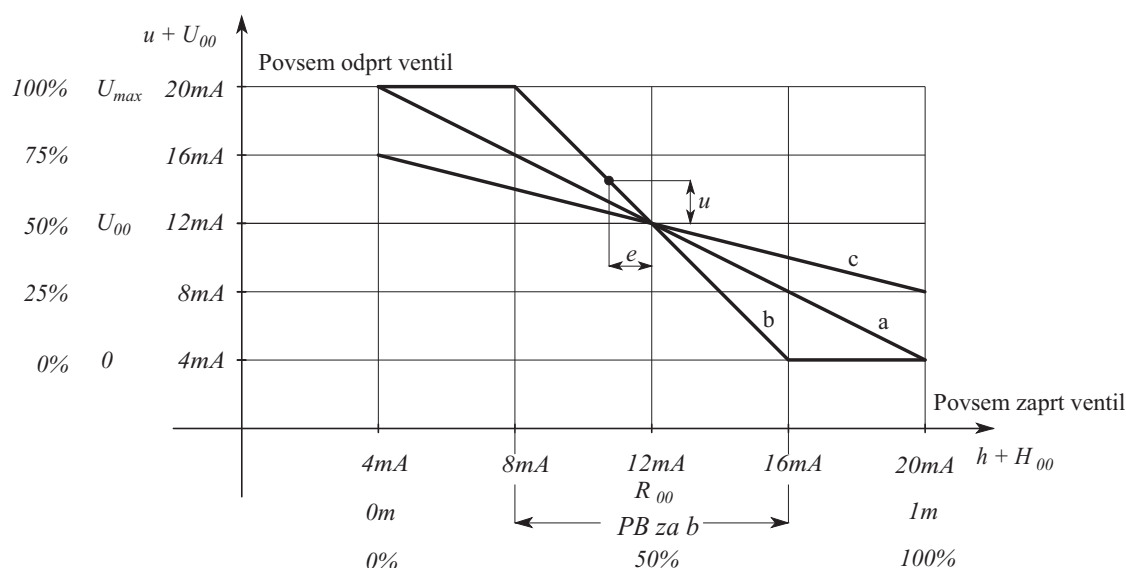
Za primer si oglejmo hidravlični sistem, ki ga prikazuje slika 4.7. Sistem omogoča regulacijo nivoja v nivojski posodi. Pri tem je A površina posode, R pa upornost



Slika 4.7: Hidravlični regulacijski sistem

iztočne poti. Merilni signal nivoja (regulirano veličino) daje merilnik na območju $4 - 20mA$ (npr. $4mA$...posoda prazna ... $0m$, $20mA$...posoda polna ... $1m$). Prav tako je regulirni signal, ki ga regulator posreduje procesu (tok ali kar odprtje ventila), na območju $4 - 20mA$ ($4mA$...ventil povsem zaprt ... $u + U_{00} = 0$, $20mA$...ventil povsem odprt... $u + U_{00} = U_{max}$). V praksi zelo radi veličine izražamo v procentih. Tako regulirana veličina $4mA$ oz. $0m$ pomeni 0% , $20mA$ oz. $1m$ pa 100% . Pri regulirni veličini $4mA$ oz. popolna zaprtost ventila predstavlja 0% in $20mA$ oz. popolna odprtost ventila 100% .

Statično karakteristiko regulatorja prikazuje slika 4.8. Na abscisni osi nanašamo



Slika 4.8: Statične karakteristike P regulatorja: a) prop. območje 100%
b) prop. območje 50%
c) prop. območje 200%

regulirano veličino (nivo v mA , m ali $\%$), na ordinato pa regulirno veličino (v mA , v enotah odprtja ventila ali v $\%$). Statično karakteristiko izmerimo v odprti zanki tako, da spreminjamo regulirano veličino (nivo) od 0 do 100% in merimo regulirno veličino oz. signal, ki ga daje regulator. Strmina dobljene karakteristike je sicer odvisna le od ojačenja regulatorja K_P , vendar je celotna oblika odvisna tudi od nastavitvev R_{00} in U_{00} na regulatorju (R_{00} je želena vrednost regulirane veličine, U_{00} pa regulirna veličina, ki zagotovi, da postane regulirana veličina enaka želeni). V načinu delovanja ročno izberimo $R_{00} = 50\%$ in $U_{00} = 50\%$, nato pa preklopimo v način avtomatsko. Torej če bo $h + H_{00} = 50\%$, bo pogrešek $e = 0$ in regulirna veličina bo $u + U_{00} = 50\%$ (polovično odprtje ventila). To je le primer idealno dimenzioniranega regulacijskega sistema, saj 50% območja regulirane veličine povzroči negativni pogrešek, 50% pa pozitiven pogrešek. Regulirna veličina pa ima 50% območja za zmanjševanje in 50% območja za povečevanje. Če je regulirana veličina manjša od referenčne veličine, je pogrešek pozitiven in regulator bolj odpre ventil. Pri dovolj velikem pogrešku je ventil povsem odprt, regulirna vrednost se zato ne more več povečati. Če pa je regulirana veličina večja od referenčne (nivo je nad želenim nivojem), regulator zaradi negativnega pogreška bolj zapre ventil. Tri različne krivulje v sliki 4.8 predstavljajo tri različne občutljivosti regulatorja na signal pogreška oz. tri različna ojačenja.

Proporcionalno območje regulatorja (PB - proportional band, včasih ima oznako

x_P) je definirano kot območje regulirane veličine (ali pogreška), ki izkoristi 100% regulirno veličino. Lahko ga podajamo v enotah regulirane veličine ali v % celotnega merilnega območja regulirane veličine. Tako pri statični karakteristiki a velja $PB = 1m$ ali $PB = 16mA$ ali $PB = 100\%$. Pri karakteristiki b je $PB = 0.5m$ ali $PB = 8mA$ ali $PB = 50\%$, torej 50% območje regulirane veličine ($0.5m$) izkoristi 100% regulirno veličino. Pri karakteristiki c pa je proporcionalno območje $PB = 2m$ ali $PB = 32mA$ ali $PB = 200\%$. Torej šele 200% območje regulirane veličine ($2m$) izkoristi 100% regulirno veličino. Ker pa je največje možno območje regulirane veličine enako 100%, je zato območje regulirne veličine le 25% do 75% (ali $\frac{U_{max}}{4}$ do $\frac{3U_{max}}{4}$ ali $8mA$ do $16mA$).

Proporcionalno območje PB je edini parameter proporcionalnega regulacijskega algoritma. Pri analizi in sintezi regulacijskih sistemov pa raje računamo z ojačenjem regulatorja K_P . Le-to je odvisno od strmine statične karakteristike oz. od občutljivosti regulatorja

$$K_P = \frac{u}{e} = \frac{U_{max}}{PB} \quad (4.3)$$

Ponavadi izrazimo maksimalno vrednost regulirne veličine in proporcionalno območje v %. Zato velja

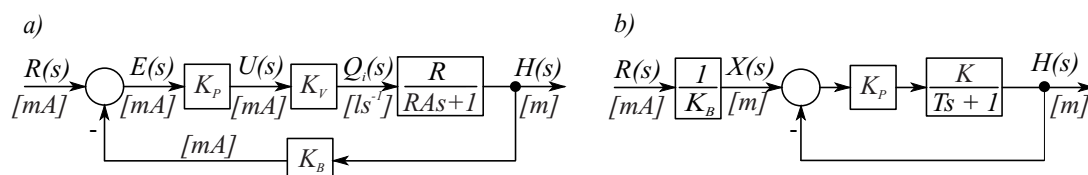
$$K_P = \frac{100\%}{PB[\%]} \quad (4.4)$$

V tem primeru lahko zapišemo proporcionalni algoritem v obliki

$$u(t) = \frac{100\%}{PB[\%]} e(t) \quad (4.5)$$

Primer 4.4 Proporcionalna regulacija nivoja hidravličnega proporcionalnega sistema 1. reda.

Za hidravlični sistem na sliki 4.7 velja bločni diagram, ki ga v originalni in poenostavljeni obliki prikazuje slika 4.9.



Slika 4.9: Bločni diagram hidravličnega regulacijskega sistema:

- a) originalni diagram
- b) poenostavljeni diagram

Ustrezno prenosno funkcijo bi dobili s postopkom modeliranja, ki smo ga v 2. poglavju prikazali za sistem z dvema nivojskima posodama. K_P je ojačenje proporcionalnega regulatorja, K_V je konstanta ventila (zveza med regulirnim signalom v [mA] in vhodnim pretokom), K_B pa je konstanta merilnega sistema (zveza med regulirano veličino v [m] in [mA]). Če nas zanima zveza med želenim nivojem $x(t)$ na sliki 4.9b (v [m]) in regulirano veličino $h(t)$, velja

$$\frac{H(s)}{X(s)} = \frac{K_P K}{Ts + 1 + K_P K} \quad K = K_V R K_B \quad T = RA \quad (4.6)$$

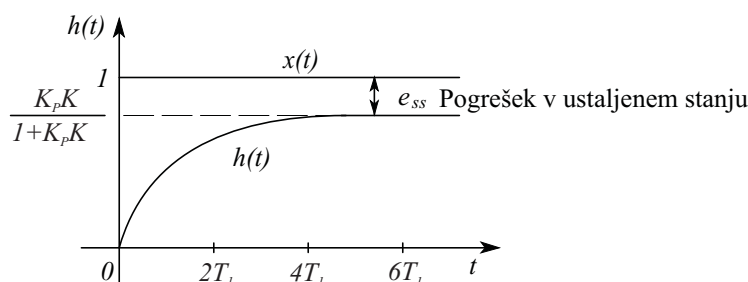
Pri stopničastem poteku spremenljivke $x(t)$ ($X(s) = \frac{1}{s}$) je

$$h(t) = \frac{K_P K}{1 + K_P K} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \quad T_1 = \frac{T}{1 + K_P K} \quad (4.7)$$

Odziv prikazuje slika 4.10.

Vidimo, da je regulacijski sistem za faktor $\frac{1}{1+K_P K}$ zmanjšal časovno konstanto. Pogrešek v ustaljenem stanju pa je

$$e_{ss} = x_{ss} - h_{ss} = 1 - \frac{K_P K}{1 + K_P K} = \frac{1}{1 + K_P K} \quad (4.8)$$



Slika 4.10: Potek nivoja pri spremenjeni želeni vrednosti

Enak rezultat dobimo tudi ob upoštevanju konstante pogreška. Ker je sistem proporcionalen, je konstanta pozicijskega pogreška $K'_P = K_P K$. Le-ta vpliva na velikost pogreška v ustaljenem stanju pri stopničasti referenci z enačbo

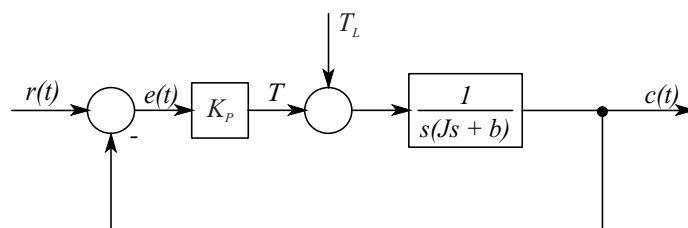
$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K'_P} = \frac{1}{1 + K_P K} \quad (4.9)$$

Pogrešek v ustaljenem stanju bi dobili tudi pri analizi regulacijskega sistema v primeru motnje. Če je v regulacijskem sistemu potreben v ustaljenem stanju regulirni signal, ki je različen od nič (velja za proporcionalne procese), potem P regulator potrebuje nek pogrešek, da lahko generira tak signal. Pri tem imamo v mislih le odstopanje od delovnih vrednosti. S pomočjo U_{00} je namreč možno doseči, da je v eni in samo v eni delovni točki tudi pri P regulatorju pogrešek enak nič. $\square$

Primer 4.5 Proporcionalna regulacija zasuka rotacijskega mehanskega sistema ($I1$ sistem).

V tem primeru bomo proučevali regulacijo zasuka sistema 1. vrste pri stopničasti spremembi reference in motnje. Rotacijski mehanski sistem ima vztrajnostni moment J in viskozno dušenje b . Reguliramo ga s proporcionalnim regulatorjem. V tem primeru privzamemo, da je regulator idealni motor, ki iz signala pogreška e generira ustrezen moment T . Bločni diagram prikazuje slika 4.11. Pri tem je $r(t)$ želeni zasuk, $c(t)$ dejanski zasuk, $e(t)$ signal pogreška, T moment idealnega motorja in T_L motilni signal (npr. zavora pri rotiranju).

Pogrešek regulacijskega sistema pri podani referenčni veličini lahko določimo s pomočjo konstant pogreškov. Pri stopničasti referenci določa pogrešek konstanta



Slika 4.11: Regulacija zasuka mehanskega rotacijskega sistema

pozicijskega pogoška. Ker je le-ta za sistem 1. vrste enaka ∞ , je pogošek v ustaljenem stanju

$$e_{ss} = 0 \quad (4.10)$$

Torej proporcionalni regulator v primeru integrirnih procesov nima pogoška v ustaljenem stanju, saj je ustaljena vrednost regulirne veličine enaka 0. Ta zaključek pa ne velja za pogošek, ki nastopi v primeru stopničaste motnje $T_L(s) = \frac{T_0}{s}$. V tem primeru si ne moremo neposredno pomagati s konstantami pogoškov, ampak je potrebno izračunati prenosno funkcijo

$$\frac{C(s)}{T_L(s)} = \frac{1}{Js^2 + bs + K_P} \quad (4.11)$$

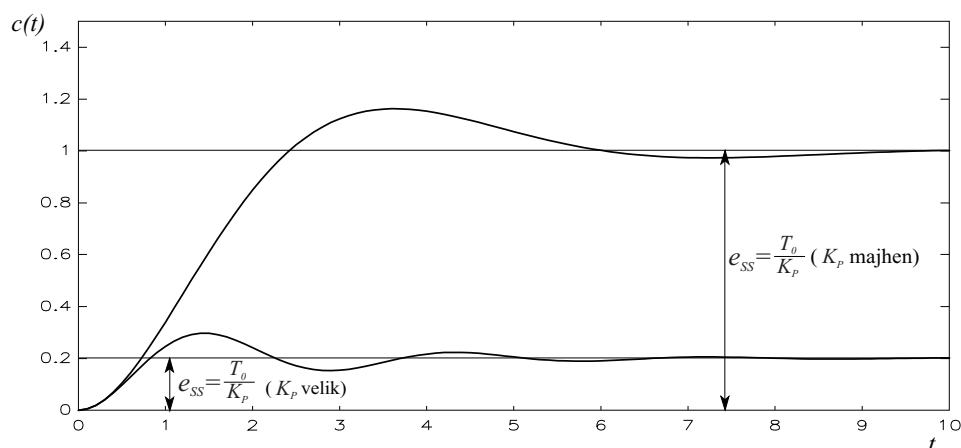
Ker je $E(s) = -C(s)$ ($R = 0$), je pogošek v ustaljenem stanju pri stopničasti motnji $T_L(s) = \frac{T_0}{s}$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-s}{Js^2 + bs + K_P} \frac{T_0}{s} = -\frac{T_0}{K_P} \quad (4.12)$$

V ustaljenem stanju regulator proizvaja moment $-T_0$, ki kompenzira konstantni motilni moment T_0 . Ostane pa pogošek zaradi predhodne akumulacije. Regulirana veličina v ustaljenem stanju pa je podana z izrazom

$$c_{ss} = -e_{ss} = \frac{T_0}{K_P} \quad (4.13)$$

Pogošek v ustaljenem stanju lahko zmanjšamo le s povečanjem ojačenja P regulatorja. Vendar večji K_P povzroči bolj nihajoč odziv. Slika 4.12 prikazuje tipična



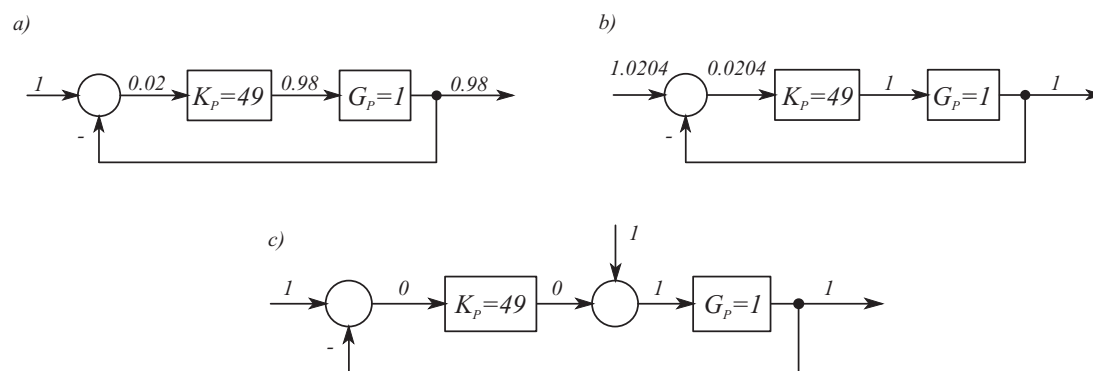
Slika 4.12: Tipična odziva pri stopničastem momentu

odziva na motnjo za majhno ($K_P = 1$) in veliko vrednost ($K_P = 5$) ojačenja ($T_0 = 1$, $J = 1$, $b = 1$).

Vendar s še tako velikim ojačenjem ne moremo narediti sistema nestabilnega. Karakteristična enačba je namreč drugega reda in zagotavlja stabilen sistem, če le so vsi koeficienti karakteristične enačbe pozitivni. $\square$

Pogrešek v ustaljenem stanju je osnovna slabost proporcionalnih regulacijskih sistemov. Problematiko pojasnjuje slika 4.13a. Predpostavimo konstantno spremembo reference, proporcionalni proces pa modeliramo kar z njegovim ojačenjem, saj analiziramo le razmere v ustaljenem stanju.

Slika 4.13a jasno prikazuje, da je za dosego končne vrednosti regulirane veličine (različne od nič) potreben končni pogrešek. Včasih lahko rešimo problem tako, da namerno nastavimo višjo reference (slika 4.13b). Na ta način regulirana veličina postane enaka želeni. Lahko pa si pomagamo tudi tako, da spremenimo ročno prenavstavitve regulirne veličine in ji damo tako vrednost, da bo povzročila željeno regulirano veličino (slika 4.13c). Vendar je tak način možno uporabiti samo, če imamo opravka z konstantnimi referenčnimi ali motilnimi signali, nikakor pa ne v primeru spremenljivih in nepredvidljivih signalov. Tako ročno prenavstavitve regulirnega signala pa avtomatsko opravi I del regulatorja, zato so včasih integrirno regulacijo imenovali tudi prenavstavitveno regulacijo (reset control).

Slika 4.13: Problem pogreška v ustaljenem stanju pri P regulatorju:

- a) pogrešek med želeno in regulirano vrednostjo
- b) namerno povišanje referenčne vrednosti
- c) prenavstavitve regulirne veličine

4.2.2 Integrirni regulatorji

Integrirne regulatorje uporabljamo predvsem tam, kjer ne želimo pogreška v ustaljenem stanju. Algoritem podaja enačba

$$u(t) = K_I \int e(t) dt \quad (4.14)$$

oz.

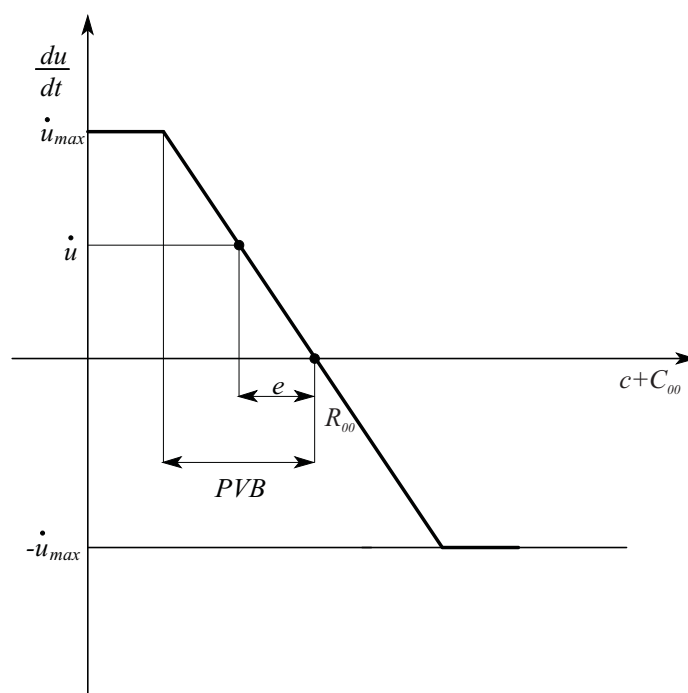
$$\frac{du(t)}{dt} = K_I e(t) \quad (4.15)$$

pri čemer je K_I ojačenje integrirnega regulatorja. Torej je hitrost regulirne veličine proporcionalna pogrešku. Prenosna funkcija pa je

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_I}{s} \quad (4.16)$$

Bistvena lastnost integrirnega regulatorja je v tem, da lahko proizvaja regulirno veličino tudi, če je pogrešek enak nič. To pa zato, ker so pretekle vrednosti pogreška "napolnile" integrator. Pri konstantnih referenčnih ali motilnih signalih je pogrešek v ustaljenem stanju enak nič, saj bi v nasprotnem primeru povzročil linearno naraščajoči regulirni signal. Ker zasuk motorja linearno narašča pri stopničastem vhodnem signalu (približno $I0$ člen pri majhnem vztrajnostnem momentu), predstavlja motor eno od možnosti praktične izvedbe I regulatorja

(regulator + aktuator). Ker je tak regulator omejen tudi z maksimalno hitrostjo, je primeren, da z njim prikažemo statično karakteristiko I regulatorja. Le-ta podaja zvezo med pogreškom (regulirano veličino) in hitrostjo regulirne veličine v ustaljenem stanju. Prikazuje jo slika 4.14.



Slika 4.14: Statična karakteristika I regulatorja

Karakteristiko izmerimo tako, da v odprti zanki spreminjamo regulirano veličino in merimo odvod regulirne veličine. Pri tem izberemo referenco na regulatorju tako, da je v sredini linearnega reguliranega območja, saj ima potem regulator za negativne in pozitivne pogreške na voljo polovico reguliranega območja. Motor se lahko vrti v eno ali drugo smer. Če je regulirana veličina enaka referenčni ($c + C_{00} = R_{00}$), je pogrešek nič in motor stoji ($\frac{du}{dt} = 0$). Če je regulirana veličina manjša od želene, se motor vrti v eno smer, pri čemer je hitrost sorazmerna pogrešku. Vendar pri dovolj velikem pogrešku razvije maksimalno možno hitrost $\dot{u}_{max}$. Če pa je regulirana veličina večja od želene, pa se motor vrti v drugo smer. S tem, ko smo izbrali referenco v sredini linearnega reguliranega območja, smo optimalno dimenzionirali sistem, saj v najširšem možnem hitrostnem območju reagira na negativne in pozitivne pogreške. Pogrešek med referenčno in regulirano veličino, ki povzroči maksimalno možno hitrost regulirne veličine, bomo imenovali proporcionalno hitrostno območje PVB (proportional velocity band). Iz

slike 4.14 vidimo, da le-to skupaj z maksimalno hitrostjo določa strmino statične karakteristike, oz. ojačenje regulatorja K_I

$$K_I = \frac{\dot{u}}{e} = \frac{\dot{u}_{max}}{PVB} \quad (4.17)$$

V časih $\dot{u}_{max}$ izrazimo s pomočjo maksimalne vrednosti regulirne veličine u_{max} in s pomočjo časa T_u , v katerem motor (izvršni člen, ventil) pride z maksimalno hitrostjo iz ničelne v skrajno lego (skrajna lega je določena npr. z maksimalnim odprtjem ventila).

$$\dot{u}_{max} = \frac{u_{max}}{T_u} \quad (4.18)$$

V tem primeru je ojačenje integrirnega regulatorja

$$K_I = \frac{u_{max}}{T_u \cdot PVB} \quad (4.19)$$

oz. regulacijski algoritem

$$u(t) = \frac{u_{max}}{T_u \cdot PVB} \int e(t) dt \quad (4.20)$$

Primer 4.6 Integrirna regulacija nivoja hidravličnega proporcionalnega sistema 1.reda

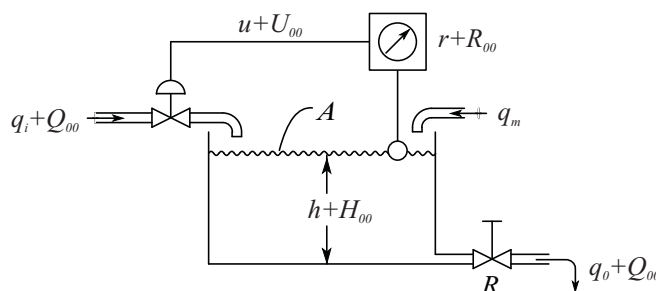
V primeru 4.4 smo obravnavali proporcionalno regulacijo hidravličnega sistema. Če P regulator $G_R = K_P$ zamenjamo z I regulatorjem $G_R = \frac{K_I}{s}$, dobimo za hidravlični sistem, ki ga prikazuje slika 4.15 ob upoštevanju slike 4.9b bločni diagram, ki ga prikazuje slika 4.16.

Pokazali bomo, da je v tem primeru pri stopničasti referenci $X(s) = \frac{1}{s}$ pogrešek v ustaljenem stanju enak nič, kar ni veljalo pri P regulatorju. Velja enačba

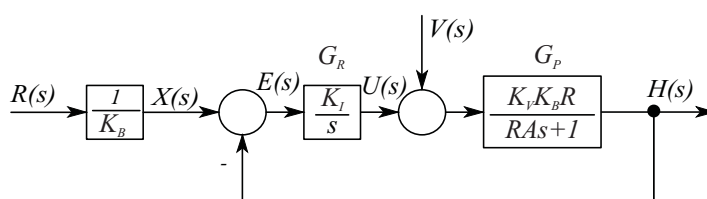
$$\frac{E(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + G_R G_P} = \frac{RAs^2 + s}{RAs^2 + s + K_I K_V R K_B} \quad (4.21)$$

in zato

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(RAs^2 + s)}{RAs^2 + s + K_I K_V R K_B} \frac{1}{s} = 0 \quad (4.22)$$



Slika 4.15: Hidravlični regulacijski sistem



Slika 4.16: Bločni diagram hidravličnega regulacijskega sistema

Torej je I regulator izboljšal regulacijo glede na P regulator v tem smislu, da je odpravil pogrešek v ustaljenem stanju.

V primeru stopničaste motnje na vходу procesa $V(s) = \frac{1}{s}$ (npr. motnja na signalu, ki odpira oz. zapira ventil ali motnja v obliki motilnega dotoka v posodo q_m) pa je prenosna funkcija

$$\frac{E(s)}{V(s)} = \frac{-G_P}{1 + G_R G_P} = -\frac{K_V K_B R s}{R A s^2 + s + K_V K_B R K_I} \quad (4.23)$$

Torej je pogrešek v ustaljenem stanju

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} -\frac{K_V K_B R s^2}{R A s^2 + s + K_V K_B R K_I} \frac{1}{s} = 0 \quad (4.24)$$

I regulator odpravlja v ustaljenem stanju vplive vseh vrst konstantnih motenj.

□

4.2.3 Proporcionalno – integrirni regulatorji

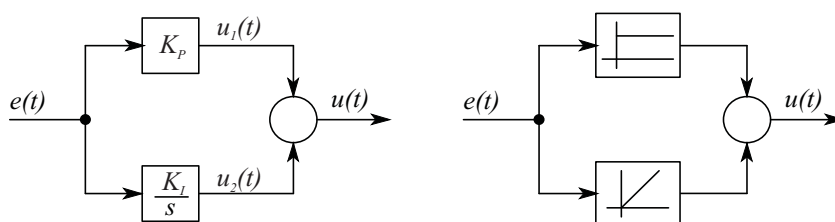
Proporcionalno – integrirni (PI) regulator lahko ob ustrezni nastavitvi parametrov združi dobre lastnosti P in I regulatorja. Pri tem P regulator zelo hitro (trenutno) učinkuje na pogrešek, vendar ne odpravlja pogreška v ustaljenem stanju, medtem ko I regulator zaradi končne hitrosti učinkuje relativno počasi, a odpravi pogrešek v ustaljenem stanju. PI regulacijski algoritem podaja enačba

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt \right) \quad (4.25)$$

oz. prenosna funkcija

$$G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (4.26)$$

K_P je ojačenje regulatorja, T_I pa je integrirni čas. PI regulator realiziramo s paralelno kombinacijo P in I dela. Prikažemo ga z enim od bločnih diagramov na sliki 4.17.



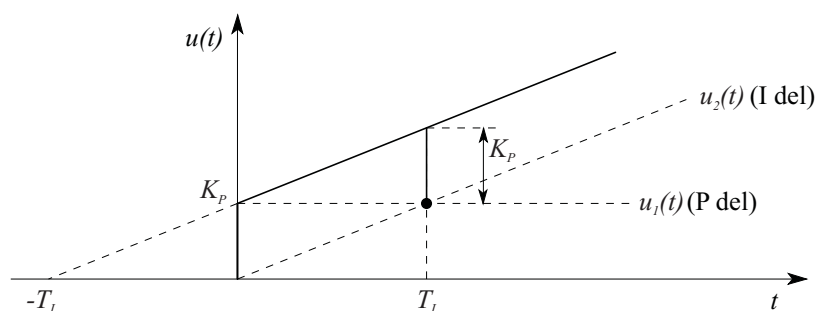
Slika 4.17: Možna bločna diagrama PI regulatorja

V bloka vpišemo ustrezno prenosno funkcijo ali pa vrišemo ikono, ki predstavlja odziv dela regulatorja na stopničasti signal pogreška.

Za PI regulator ne moremo narisati skupne statične karakteristike, ker nanašamo na ordinato pri P regulatorju regulirno veličino, pri I regulatorju pa hitrost regulirne veličine. Zato vpliv parametrov regulatorja običajno predočimo s pomočjo odziva regulatorja na stopničasti signal pogreška. Če je $e(t) = 1$, velja

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = K_P(e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I} t \right) \quad (4.27)$$

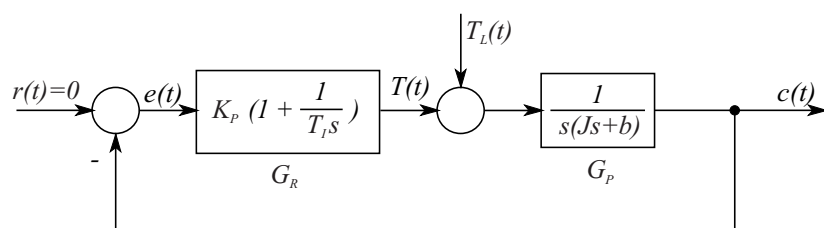
Ustrezen odziv prikazuje slika 4.18. V času integrirnega časa T_I regulirna veličina

Slika 4.18: Odziv PI regulatorja na enotino stopnico

podvoji začetno vrednost, ki je določena z ojačenjem K_P . Zato se uporablja za T_I tudi izraz prenavitveni čas (reset time) ali njegova obratna vrednost - prenavitvena frekvenca (reset rate). Prenavitvena frekvenca pove, s koliko je treba pomnožiti del regulirne veličine, ki pripada P delu regulatorja, da dobimo vrednost regulirne veličine po 1 minuti.

Primer 4.7 Proporcionalno – integrirna regulacija zasuka rotacijskega integrirnega mehanskega sistema.

V primeru 4.5. smo si ogledali proporcionalno regulacijo integrirnega rotacijskega mehanskega sistema, ki je omogočila ničelni pogrešek pri referenčnem signalu, kar pa ni veljalo za primer motnje na vhodu v proces. Zato je v tem primeru potrebno uporabiti PI regulator. Ustreden bločni diagram prikazuje slika 4.19.

Slika 4.19: PI regulacija zasuka rotacijskega mehanskega sistema

Velja ($R(s) = 0$)

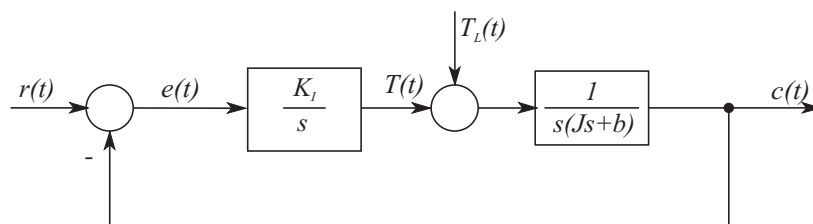
$$\frac{E(s)}{T_L(s)} = \frac{-G_P}{1 + G_R G_P} = \frac{-s}{Js^3 + bs^2 + K_P s + \frac{K_P}{T_I}} \quad (4.28)$$

Če je sistem stabilen (koreni polinoma $Js^3 + bs^2 + K_Ps + \frac{K_P}{T_I}$ imajo negativne realne dele), potem izračunamo pogrešek v ustaljenem stanju s pomočjo teorema končne vrednosti. Ker je T_L stopničasta momentna motnja z velikostjo T_0 , velja

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-s^2}{Js^3 + bs^2 + K_Ps + \frac{K_P}{T_I}} \frac{T_0}{s} = 0 \quad (4.29)$$

Torej smo s PI regulatorjem zagotovili ničelni pogrešek v ustaljenem stanju tudi pri stopničasti motnji na vходу. Zaradi I dela regulatorja pa smo dobili karakteristični polinom 3. reda. V tem primeru moramo biti zelo pazljivi pri izbiri parametrov regulatorja K_P in T_I . Velik K_P in majhen T_I namreč lahko povzročita korene karakterističnega polinoma v desnem delu ravnine s .

Omeniti je še potrebno, da v tem primeru ne moremo uporabiti čistega integrirnega regulatorja kot v primeru hidravličnega sistema (primer 4.6). Tak regulacijski sistem prikazuje slika 4.20. Karakteristična enačba regulacijskega sistema na



Slika 4.20: I regulacija zasuka rotacijskega mehanskega sistema

sliki 4.20 je namreč

$$Js^3 + bs^2 + K_I = 0 \quad (4.30)$$

Enačba (4.30) ima korene s pozitivnim realnim delom, kar je razvidno iz naslednje Routh-ove sheme:

$$\begin{array}{ccc} s^3 & J & 0 \\ s^2 & b & K_I \\ s^1 & -\frac{JK_I}{b} & \\ s^0 & K_I & \end{array}$$

Regulacijski sistem je torej nestabilen in praktično neuporaben. □

4.2.4 Regulatorji z diferencirnim dodatkom

Če proporcionalnemu ali proporcionalno – integrirnemu regulatorju dodamo člen, katerega velikost je proporcionalna odvodu pogoška, dobimo proporcionalno – diferencirni (*PD*) ali proporcionalno – integrirno – diferencirni (*PID*) regulator. *PD* regulacijski algoritem podaja enačba

$$u(t) = K_P e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt} = K_P \left(e(t) + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (4.31)$$

oz. prenosna funkcija

$$G_R(s) = K_P (1 + T_D s) \quad (4.32)$$

K_P je ojačenje regulatorja, T_D pa diferencirni čas. *PID* regulacijski algoritem pa podaja enačba

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right)$$

$$T_I = \frac{K_P}{K_I} \quad T_D = \frac{K_D}{K_P} \quad (4.33)$$

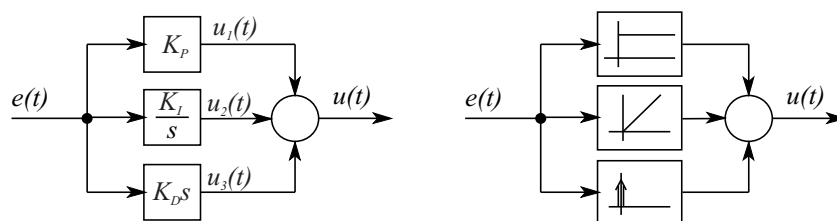
oz. prenosna funkcija

$$G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (4.34)$$

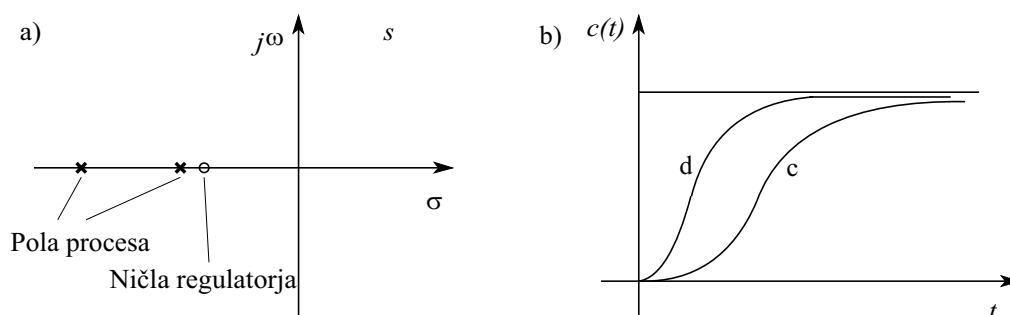
PID regulator realiziramo s paralelno kombinacijo *P*, *I* in *D* člena. Prikažemo ga z enim od bločnih diagramov na sliki 4.21. V bloke vpišemo ustrezne prenosne funkcije ali pa ikone, ki prikazujejo odziv posameznih delov regulatorja na enotino stopnico.

Razen vsporedne se uporabljajo še druge izvedbe. Včasih se uporablja zaporedna vezava *PD* in *PI* členov.

Diferencirni del regulatorja se redko uporablja samostojno (razen pri regulaciji procesov višje vrste). V povezavi s *P* ali *PI* regulatorjem pa povzroči veliko

Slika 4.21: Možna bločna diagrama PID regulatorja

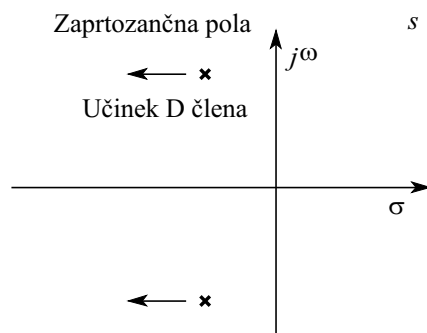
občutljivost na spremembo signala pogreška. Ker učinkuje v skladu s spremembo pogreška, deluje prediktivno in izvaja hitre popravke v regulacijski zanki, še preden pogrešek znatneje naraste. Če je proces nadkritično dušen (dominantni poli so realni), lahko ob pravilni nastavitvi PD člen v regulatorju s svojo ničlo (enačba (4.32)) delno kompenzira dominantni oz. počasni pol procesa, kar prikazuje slika 4.22. Ker sistem v odprti zanki postane hitrejši, postane hitrejši tudi povratnozančni sistem.

Slika 4.22: Kompenzacija počasnega pola procesa s PD členom regulatorja:

- poli in ničle v s ravnini
- odziv procesa na stopničasto vzbujanje (krivulja c) in odziv kompenziranega sistema (v odprti zanki) (krivulja d)

Primerno nastavljen D člen v PD ali PID regulatorju lahko poveča dušenje regulacijskega sistema. Če je zaprtozančni regulacijski sistem podkritično dušen (odziv je določen s konjugirano kompleksnim parom dominantnih polov), potem D člen pomakne pola nekoliko proti levi. Sistem zato postane bolj dušen in stabilnejši. Učinek prikazuje slika 4.23.

Čeprav D člen sam po sebi nima vpliva na pogrešek v ustaljenem stanju, pa zaradi povečanja stabilnosti omogoči, da lahko povečamo ojačenje P regulatorja, kar zmanjša pogrešek v ustaljenem stanju.

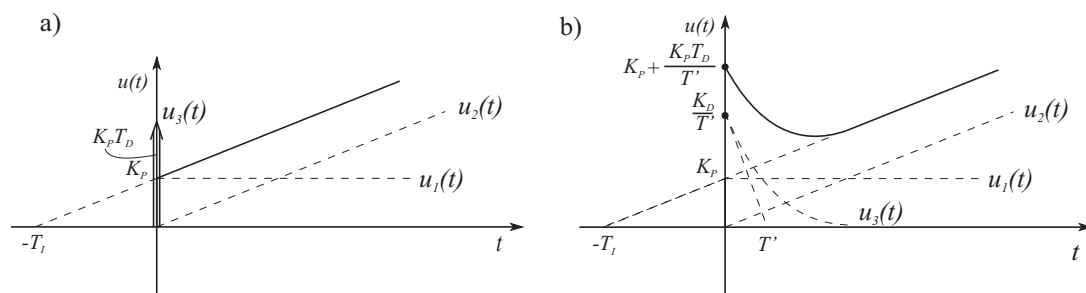
Slika 4.23: Učinek D člena v PD ali PID regulatorju

Do sedaj obravnavana PD in PID regulatorja sta vsebovala idealni diferenciator (člen $D0$). Zato ju imenujemo idealna PD oz. PID regulatorja. Idealne regulatorje pa v praksi ne moremo realizirati, saj bi pri stopničastem signalu povzročili v trenutku nastopa spremembe neskončno vrednost regulirne veličine. Tak regulator bi bil tudi praktično neuporaben, saj bi povzročil nasičenje izvršnih členov in veliko ojačenje visokofrekvenčnih motenj v regulacijskem sistemu. Zato se v praksi uporablja PID regulator, ki vsebuje $D1$ člen. Prenosna funkcija je v tem primeru

$$G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T' s + 1} \right) \quad (4.35)$$

Ker tudi za PID regulator ne moremo podati statične karakteristike, predstavimo učinek karakterističnih parametrov s pomočjo odziva regulatorja na stopničasti signal pogreška. Dobimo ga tako, da odzivu PI regulatorja superponiramo učinek $D0$ ali $D1$ člena. Slika 4.24a prikazuje odziv idealnega PID regulatorja, slika 4.24b pa odziv realnega PID regulatorja na stopničasti signal pogreška.

Začetno vrednost odziva lahko izračunamo z uporabo teorema začetne vrednosti ($\lim_{s \rightarrow \infty} s G_R(s) \frac{1}{s}$). Slika nazorno prikazuje hitro reagiranje D člena regulatorja. V ustaljenem stanju le-ta nima nikakršnega vpliva.

Slika 4.24: Odziv PID regulatorja na stopničasti signal pogreška:

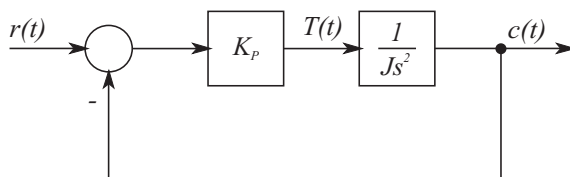
- a) idealni primer
b) realni primer

Primer 4.8 Proporcionalno – diferencialna regulacija zasuka rotacijskega mehanskega sistema brez dušenja.

Če ima rotacijski mehanski sistem zanemarljivo dušenje ($b \doteq 0$), ga lahko opišemo z diferencialno enačbo

$$J \frac{d^2 c(t)}{dt^2} = T(t) \quad (4.36)$$

Pri tem je $c(t)$ zasuk sistema, $T(t)$ pa vzbujalni moment. Slika 4.25 prikazuje bločno regulacijsko shemo v primeru, če bi zasuk regulirali s P regulatorjem

Slika 4.25: P regulacija zasuka

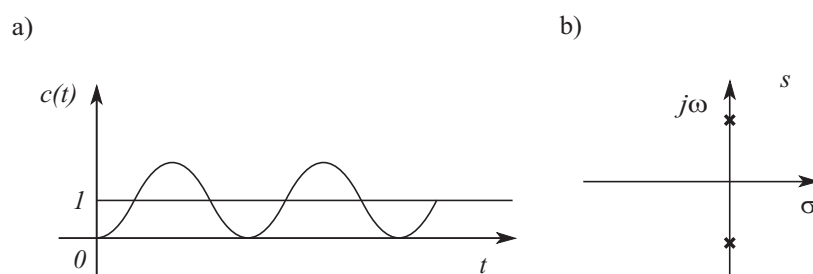
Ker je v tem primeru prenosna funkcija zaprtozančnega sistema

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_P}{Js^2 + K_P} \quad (4.37)$$

oz. karakteristična enačba

$$Js^2 + K_P = 0 \quad (4.38)$$

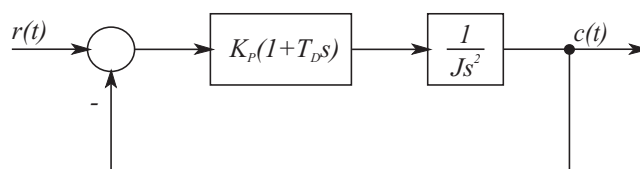
ima sistem dva povsem imaginarna konjugirano kompleksna korena (slika 4.26b). Zato regulirana veličina niha s konstantno amplitudo okoli referenčne vrednosti pri stopničasti spremembi reference. Odziv na enotino stopnico prikazuje slika 4.26a.



Slika 4.26: a) Časovni potek zasuka pri P regulatorju
b) Lega korenov karakteristične enačbe

Z ojačenjem P regulatorja lahko vplivamo le na frekvenco nihanja (gibanje korenov po imaginarni osi), ne pa tudi na stabilnost.

Spremenimo P regulator v PD regulator, kot prikazuje bločni diagram na sliki 4.27. Prenosna funkcija zaprtozančnega sistema je v tem primeru



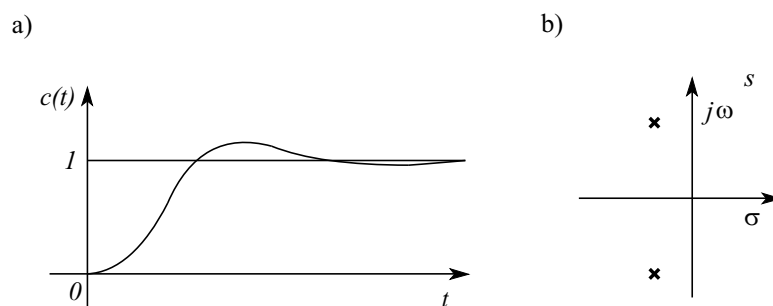
Slika 4.27: PD regulacija zasuka

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_P(1 + T_D s)}{Js^2 + K_P T_D s + K_P} \quad (4.39)$$

karakteristična enačba pa je

$$Js^2 + K_P T_D s + K_P = 0 \quad (4.40)$$

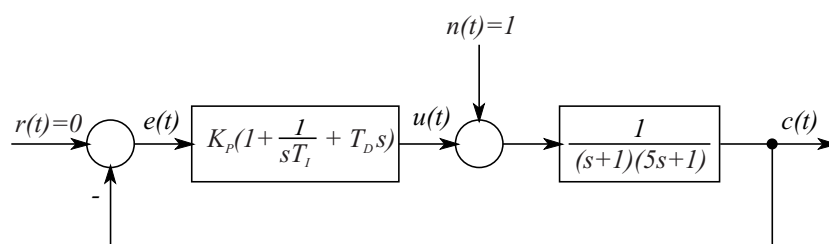
Zaradi D člena regulatorja se je v karakteristični enačbi pojavilo dušenje (člen $K_P T_D s$ v karakteristični enačbi). Lega korenov se je premaknila v levo polravnino (slika 4.28b). Odziv regulacijskega sistema za ta primer prikazuje slika 4.28a. $\square$



Slika 4.28: a) Časovni potek zasuka pri PD regulatorju
b) Lega korenov karakteristične enačbe

Primer 4.9 Proporcionalno – integrirno – diferencirna regulacija sistema 2. reda pri stopničasti motnji na regulirnem signalu.

Slika 4.29 prikazuje bločno shemo PID regulacije sistema 2. reda pri stopničasti motnji na regulirnem signalu pri parametrih regulatorja $K_P = 19, T_I = 2, T_D = \frac{4}{19}$. Odziv oz. potek regulirane veličine za P , PD in PID regulator prikazuje slika 4.30.

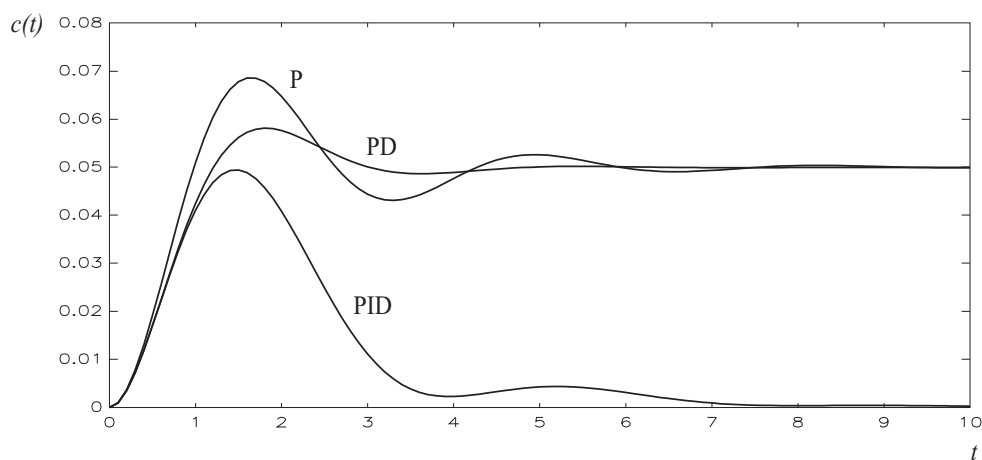


Slika 4.29: Bločna shema PID regulacijskega sistema

Ker velja $e(t) = -c(t)$ vidimo, da ima P regulator pogrešek v ustaljenem stanju (ne odpravi vpliva motnje). Z D členom povečamo dušenje, tako da je odziv manj nihajoč, z I členom pa odpravimo pogrešek v ustaljenem stanju. Na ta način tudi v praksi uglašujemo PID regulatorje. $\square$

4.2.5 Modificirani PID regulatorji

Enačbi 4.33 in 4.34 predstavljata t.i. vzporedno izvedbo, ki je najpogostejše predmet teoretične obravnave. Zlasti zaradi slabosti pri sledilnem delovanju pa se v

Slika 4.30: Odziv regulacijskega sistema pri P , PD in PID regulatorju

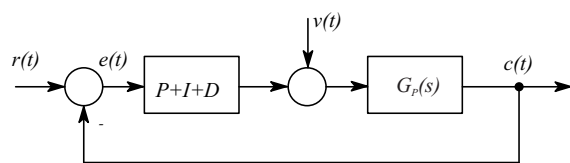
industrijskih regulatorjih taka izvedba redko uporablja, saj hitre spremembe referenčne veličine povzročijo velike spremembe regulirne veličine, kar lahko pripelje izvršni sistem v nasičenje. Če označimo z oznakami P , I in D prenosne funkcije proporcionalnega, integrirnega in diferencirnega člena

$$P = K_P \quad I = \frac{K_P}{T_I s} \quad D = \frac{K_P T_D s}{T' s + 1} \quad (4.41)$$

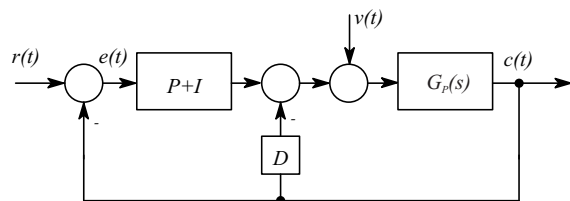
potem možne modifikacije vzporedne vezave (slika 4.31a) prikazujejo slike 4.31b, 4.31c in 4.31d.

Slika 4.31b prikazuje najpogostejšo industrijsko izvedbo. Diferencični člen regulatorja je vezan direktno na regulirano veličino. Zato smo regulator označili kot $PI - D$. Stem ob stopničasti spremembi reference preprečimo hitro reagiranje D člena. Nadaljno upočasnitev reagiranja regulatorja dosežemo, če tudi proporcionalni člen umaknemo iz direktne veje, kar prikazuje slika 4.31c ($I - PD$ regulator).

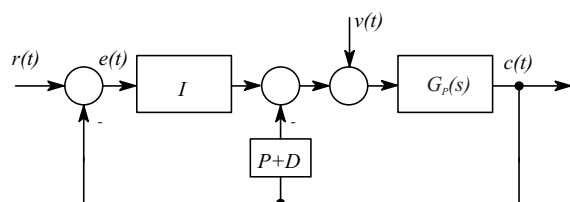
Kompromis med $PI - D$ in $I - PD$ regulatorjem pa dosežemo z izvedbo na sliki 4.31d, ki jo bomo imenovali regulator $\beta PI - D$. Konstanto β izbiramo med 0 ($I - PD$ regulator) in 1 ($PI - D$ regulator). Z večjo vrednostjo konstante β torej dosežemo močnejše oziroma hitrejše reagiranje na spremembo referenčnega signala.



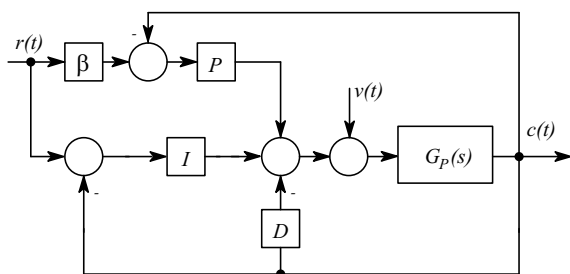
a)



b)



c)



d)

Slika 4.31: a) Vzporedni PID regulator
 b) $PI-D$ regulator
 c) $I-PD$ regulator
 d) $\beta PI - D$ regulator

Za vse modificirane izvedbe je zlasti značilno, da D člen ni povezan na signal pogoška. V smislu regulacijskega delovanja ($r(t) = 0$, nastopajo motnje) pa so vse izvedbe ekvivalentne.

4.3 Načrtovanje zveznih PID regulatorjev

Ker imajo *PID* regulatorji vnaprej določeno strukturo, se postopek sinteze regulatorjev poenostavi na določevanje njegovih parametrov: ojačenja, integrirnega časa in diferencirnega časa (enačbi (4.34) in (4.35)). Zato pravimo, da so *PID* regulatorji parameterski regulatorji in v primeru optimalne nastavitve parametrsko optimalni regulatorji. Postopek določanja parametrov regulatorja je predvsem odvisen od tega ali imamo na voljo model procesa ali ne. Če model procesa ne obstaja, smo vezani predvsem na t.i. eksperimentalne metode, ki so znane tudi kot nastavitvena pravila. Če pa je model procesa znan, imamo večjo izbiro možnosti. Lahko uporabljamo nekatere analitične metode, ki temeljijo na doseganju želenih zaprtozančnih polov ali pa na t.i. kompenzaciji v frekvenčnem prostoru. Lahko uporabljamo nastavitvena pravila na modelu procesa, lahko uporabljamo nekatere korelacijske metode, lahko poizkušamo s simulacijo, lahko pa uporabimo tudi optimizacijo. Le-ta se skoraj vedno izvaja na računalniku s pomočjo posebnih numeričnih algoritmov. Le zelo enostavne primere je možno optimirati z analitičnim pristopom.

Kompenzacijske metode bomo spoznali pri frekvenčnih metodah. Na tem mestu pa bomo obravnavali predvsem analitične metode, nastavitvena pravila in optimizacijo. Jasno je, da mora vsak načrtovalni postopek zagotoviti stabilno delovanje. Tega pri nadaljnji obravnavi sinteze *PID* regulatorjev ne bomo več ponavljali.

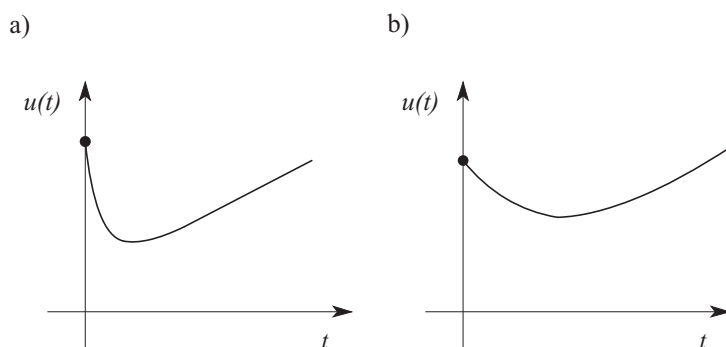
Pri večini načrtovalnih postopkov bomo upoštevali idealni *PID* regulator, ki pa ga ni možno realizirati. V praksi običajno realiziramo prenosno funkcijo

$$G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T' s + 1} \right) \quad (4.42)$$

v kateri nastopa še parameter T' . Tega ponavadi nastavimo tako, da velja

$$T' \doteq (0.1 \text{ do } 0.3) T_D \quad (4.43)$$

Slika 4.32 prikazuje odziv *PID* regulatorja na stopničasti pogrešek pri majhni vrednosti T' (slika 4.32a) in pri večji vrednosti T' (slika 4.32b). Da se dokazati, da je ploščina pod obema krivuljama enaka. To pomeni, da je skupni učinek regulatorja na proces precej neodvisen od časovne konstante T' . Razlikuje se le hitrost učinkovanja. Če zaradi D člena med delovanjem izvršni sistem prihaja v nasičenje, je potrebno T' povečati.



Slika 4.32: Odziv PID regulatorja na stopničasti pogrešek: a) majhen T'
b) velik T'

4.3.1 Analitični postopki

Regulator za premikanje polov

Če lahko proces zapišemo z enostavnim matematičnim modelom, včasih izpolnimo določene zahteve regulacijskega sistema s pomočjo analitično izračunanih parametrov. Zlasti je postopek enostaven, če so zahteve podane s pomočjo želene lege polov zaprtozančnega sistema.

Pogosto lahko proces zadovoljivo natančno opišemo z modelom 2. reda

$$G_P(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (4.44)$$

Model ima tri parametre (K, T_1, T_2). Z uporabo PID regulatorja, ki ima prav tako tri parametre (K_P, T_I, T_D), lahko dosežemo želeno lego treh zaprtozančnih polov.¹ Običajno izberemo en realni pol ($s = -\alpha\omega_n$) in konjugirano kompleksni par (ζ, ω_n), torej je želena karakteristična enačba

$$(s + \alpha\omega_n)(s^2 + 2\zeta\omega_ns + \omega_n^2) = 0 \quad (4.45)$$

Iz primerjave dejanskega in zelenega karakterističnega polinoma izračunamo naslednje vrednosti parametrov regulatorja:

¹Zaprtozančni sistem je tretjega reda.

$$\begin{aligned}
K_P &= \frac{T_1 T_2 \omega_n^2 (1 + 2\zeta\alpha) - 1}{K} \\
T_I &= \frac{T_1 T_2 \omega_n^2 (1 + 2\zeta\alpha) - 1}{T_1 T_2 \alpha \omega_n^3} \\
T_D &= \frac{T_1 T_2 \omega_n (\alpha + 2\zeta) - T_1 - T_2}{T_1 T_2 (1 + 2\zeta\alpha) \omega_n^2 - 1}
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Če izberemo lastno frekvenco

$$\omega_n = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2 (\alpha + 2\zeta)} \tag{4.47}$$

je parameter $T_D = 0$, torej dobimo PI regulator. Manjša lastna frekvenca pa bi zahtevala negativni parameter T_D , zato enačba (4.47) podaja minimalno vrednost oziroma spodnjo frekvenčno mejo. Želena velika vrednost ω_n pa zelo poveča ojačenje regulatorja in razširi frekvenčno področje zaprtozančnega sistema. Zgornja meja pa je vezana tudi s frekvenčno širino, v kateri je uporaben poenostavljeni model.

Kompenzacija polov procesa

Prenosna funkcija idealnega PID regulatorja

$$\begin{aligned}
G_R(s) &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \\
&= K_P T_D \frac{\left[s + \left(\frac{1}{2T_D} + \sqrt{\frac{1}{4T_D^2} - \frac{1}{T_D T_I}} \right) \right] \left[s + \left(\frac{1}{2T_D} - \sqrt{\frac{1}{4T_D^2} - \frac{1}{T_D T_I}} \right) \right]}{s}
\end{aligned} \tag{4.48}$$

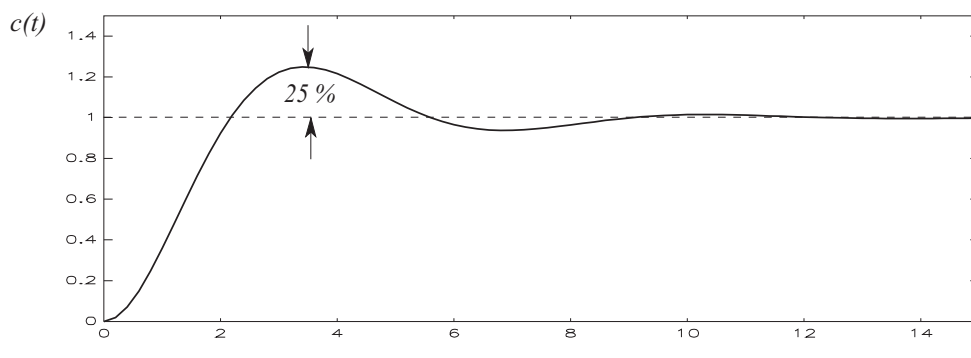
ima dve ničli in en pol v koordinatnem izhodišču. Ničli ležita na negativni realni osi za $T_I \geq 4T_D$ in sta kompleksni za $T_I < 4T_D$. Ker sta prenosni funkciji regulatorja in procesa vezani zaporedno, lahko s pomočjo ustrezne lege ničel regulatorja krajšamo dva dominantna (počasna) pola procesa. Taka kompenzacija

običajno daje dobre rezultate pri sledilnem, slabše pa pri regulacijskem delovanju. Uporablja pa se tudi nepopolna kompenzacija. Vendar tak pristop zahteva dobro poznavanje frekvenčnih metod, zato ga na tem mestu ne bomo obravnavali.

4.3.2 Nastavitvena pravila

Pri uporabi nastavitvenih pravil uporabljamo pokazatelje kvalitete regulacije oz. cenilke, ki smo jih spoznali pri obravnavanju sistema 2. reda. To so: čas vzpona, maksimalni prevzpon in umiritveni čas. Mnogokrat pa je pomembno predvsem hitro izreguliranje motenj.

Ziegler in Nichols priporočata ustrezno nastavitve parametrov s pomočjo določenih eksperimentov na realnem objektu ali na modelu procesa. Znana sta dva postopka: določitev s pomočjo odziva procesa na stopnico in postopek z nihajnim preizkusom. Obe metodi dajeta odziv na stopničasto spremembo reference s približno 25% prevzponom, kar prikazuje slika 4.33.

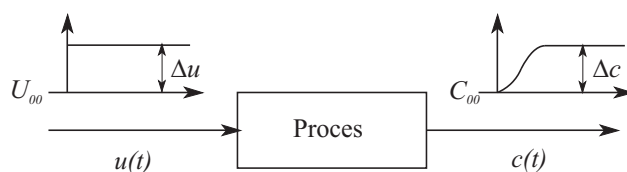


Slika 4.33: Odziv regulacijskega sistema s približno 25% prevzponom

Metoda Ziegler - Nichols s pomočjo odziva na stopnico

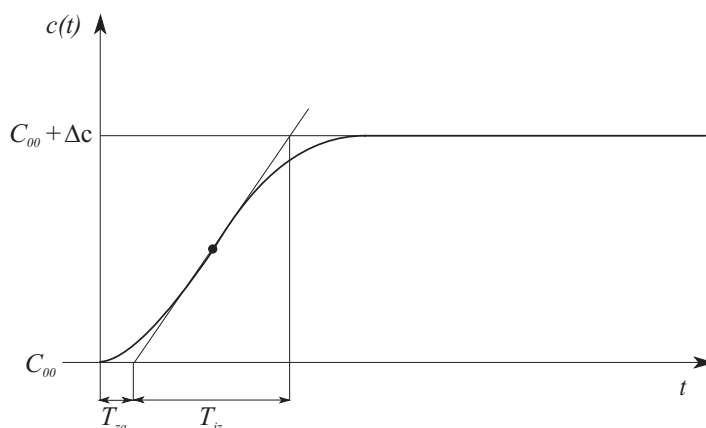
Metoda spada med t.i. odprtozančne metode, ker zahteva eksperiment na odprtozančnem procesu. Primerna je za proporcionalne procese, ki pa morajo biti nekoliko nadkritično dušeni. Proces je potrebno vzbuditi s stopničasto spremembo in meriti odziv. Ustrezen postopek prikazuje slika 4.34.

Tak posnetek je možno izvesti neposredno na objektu kar med obratovanjem.



Slika 4.34: Merjenje odziva procesa na stopničasto spremembo

Regulator postavimo v položaj ročno, nakar vzbudimo proces s stopničasto spremembo vhodnega signala in posnamemo odziv. Običajno so dopustne majhne spremembe. Eksperiment lahko izvedemo tudi s simulacijo na modelu realnega procesa, če le-ta seveda obstaja. Karakteristični odziv, ki je primeren za uporabo tega kriterija, prikazuje slika 4.35.



Slika 4.35: Odziv proporcionalnega procesa

Ojačenje procesa izračunamo kot kvocient sprememb izhodnega in vhodnega signala v ustaljenem stanju

$$K = \frac{\Delta c}{\Delta u} \quad (4.49)$$

Nato narišemo tangento v prevojni točki odziva. S pomočjo presečišč tangente z absciso in premico $c(t) = C_{00} + \Delta c$ določimo čas zaostajanja T_{za} in čas izravnave T_{iz} . Na ta način dobimo tudi zelo poenostavljen model

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-T_{za}s}}{T_{iz}s + 1} \quad (4.50)$$

Ziegler in Nichols sta na osnovi teh parametrov priporočala nastavitve parametrov *PID* regulatorja, kot prikazuje tabela 4.1.

Tabela 4.1: Nastavitev parametrov *PID* regulatorja po metodi Ziegler-Nichols s pomočjo odziva procesa na stopnico

Vrsta regulatorja	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{1}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	∞	0
PI	$\frac{0.9}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$3.3T_{za}$	0
PID	$\frac{1.2}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$2T_{za}$	$0.5T_{za}$

Prenosna funkcija tako nastavljenega *PID* regulatorja je

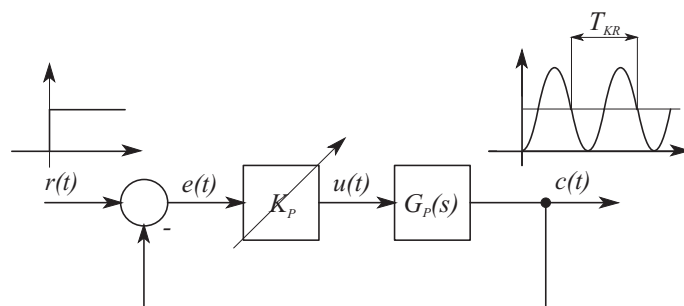
$$\begin{aligned}
 G_R(s) &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \\
 &= \frac{1.2}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}} \left(1 + \frac{1}{2T_{za}s} + 0.5T_{za}s \right) = \\
 &= \frac{0.6}{K} T_{iz} \frac{(s + \frac{1}{T_{za}})^2}{s}
 \end{aligned} \tag{4.51}$$

Tako nastavljeni *PID* regulator ima pol v koordinatnem izhodišču in dvojno ničlo pri $s = -\frac{1}{T_{za}}$.

Metoda Ziegler - Nichols s pomočjo nihajnega preizkusa

Nihajni preizkus je metoda, ki zahteva poizkus v zaprti zanki. Pri metodi nihajnega preizkusa nastavimo $T_I = \infty$ in $T_D = 0$, torej uporabimo v zanki le proporcionalni regulator. Regulacijskemu sistemu pri poljubnem vzburjanju (običajno konstantne spremembe reference ali motnje) povečujemo ojačenje K_P toliko časa, da regulirana veličina nedušeno zaniha. Ustrezen postopek prikazuje slika 4.36.

Nihajni preizkus je možno izvesti le v primeru, če je proces vsaj tretjega reda (oz. razlika med številom polov in ničel je vsaj tri) ali če vsebuje mrtvi čas. Tako je npr. proces $G_P(s) = \frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)(s+5)}$ stabilen za katerokoli ojačenje (to lahko ugotovimo z Routh-ovim kriterijem). Ojačenju, pri katerem regulacijski sistem



Slika 4.36: Nihajni preizkus

nedušeno zaniha, pravimo kritično ojačenje K_{KR} . Iz posnetega odziva ali s pomočjo časovnega merjenja dobimo periodo nihanja, ki jo imenujemo kritična perioda T_{KR} . Na osnovi kritičnega ojačenja in kritične periode sta Ziegler in Nichols predlagala parametre PID regulatorja, ki jih prikazuje tabela 4.2.

Tabela 4.2: Nastavitev parametrov z nihajnim preizkusom po metodi Ziegler - Nichols

Vrsta regulatorja	K_P	T_I	T_D
P	$0.5K_{KR}$	∞	0
PI	$0.45K_{KR}$	$0.83T_{KR}$	0
PID	$0.6K_{KR}$	$0.5T_{KR}$	$0.125T_{KR}$

Prenosna funkcija tako uglasenega regulatorja ima obliko

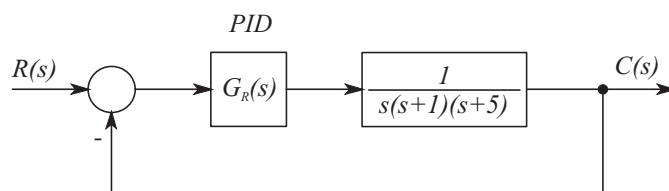
$$\begin{aligned}
 G_R(s) &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = \\
 &= 0.6K_{KR} \left(1 + \frac{1}{0.5T_{KR}s} + 0.125T_{KR}s \right) = \\
 &= 0.075K_{KR}T_{KR} \frac{\left(s + \frac{4}{T_{KR}} \right)^2}{s}
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

Tako nastavljen PID regulator ima en pol v koordinatnem izhodišču in dvojno ničlo pri $s = -\frac{4}{T_{KR}}$.

Pravila Zieglerja in Nicholosa so narejena za cel spekter sorodnih procesov. Pri stopničasti referenci dajo 10% - 60% prevzpon. Povprečni prevzpon, ugotovljen

pri uporabi na različnih procesih, je 25%. Zato je razumljivo, da nobeno nastavitveno pravilo ne da optimalnih rezultatov v konkretnem primeru. Njihov pomen pa je v tem, da dobimo okvirne vrednosti parametrov. Le-te potem eksperimentalno na objektu ali simulacijsko (če imamo model) še izboljšamo. Slabost metod Zieglerja in Nicholosa pa je v tem, da ni definirano, za kakšne vhodne signale naj regulator dobro deluje. Optimalno delovanje za stopničasto spremembo reference zahteva namreč drugačno nastavitve parametrov kot optimalno delovanje pri pojavu motnje.

Primer 4.10 Potrebno je načrtati *PID* regulator za sistem, ki ga prikazuje slika 4.37.



Slika 4.37: *PID* regulacijski sistem

Ker je proces 1. vrste, pride v poštev le nihajni preizkus. Ker je model procesa znan, lahko kritično ojačenje in kritično periodo določimo z Routh-ovim stabilnostnim kriterijem. Pri proporcionalnem regulatorju $G_R(s) = K_P$ je zaprtostna prenosna funkcija

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_P}{s(s+1)(s+5) + K_P} \quad (4.53)$$

in karakteristična enačba

$$s^3 + 6s^2 + 5s + K_P = 0 \quad (4.54)$$

Routh-ova shema je naslednja:

s^3	1	5
s^2	6	K_P
s^1	$\frac{30-K_P}{6}$	
s^0	K_P	

Iz pogoja, da morajo biti pri stabilnem sistemu vsi elementi v prvi koloni pozitivni, dobimo, da je kritično ojačenje

$$K_{KR} = 30$$

Ob upoštevanju $K_P = K_{KR}$ določimo iz kolone pri s^2 kritično periodo na naslednji način:

$$\begin{aligned} 6s^2 + K_P &= 0 \\ 6s^2 + 30 &= 0 \\ s^2 &= -5 \\ s &= \pm j\sqrt{5} \implies \omega_{KR} = \sqrt{5} \implies T_{KR} = \frac{2\pi}{\sqrt{5}} = 2.81 \end{aligned} \quad (4.55)$$

Z uporabo omenjenih pravil pridemo do parametrov regulatorja

$$\begin{aligned} K_P &= 0.6K_{KR} = 18 \\ T_I &= 0.5T_{KR} = 1.405 \\ T_D &= 0.125T_{KR} = 0.351 \end{aligned} \quad (4.56)$$

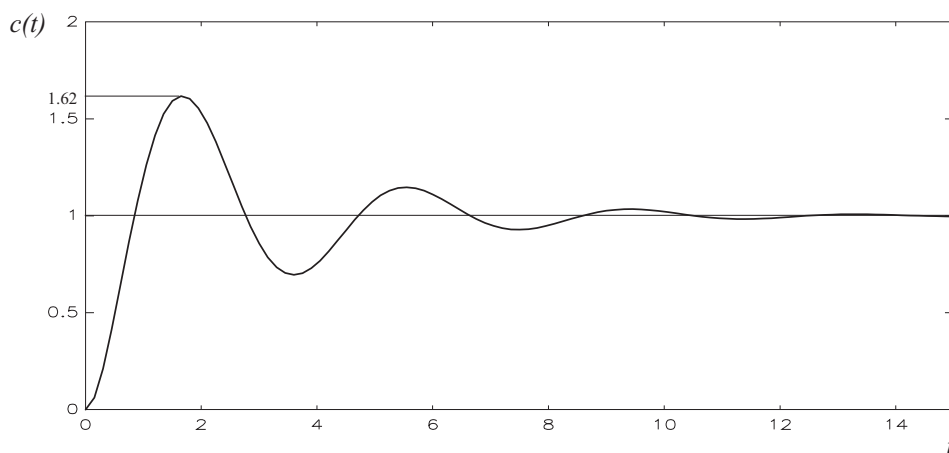
Torej je prenosna funkcija regulatorja

$$\begin{aligned} G_R(s) &= 18\left(1 + \frac{1}{1.405s} + 0.351s\right) = \\ &= \frac{6.322(s + 1.4235)^2}{s} \end{aligned} \quad (4.57)$$

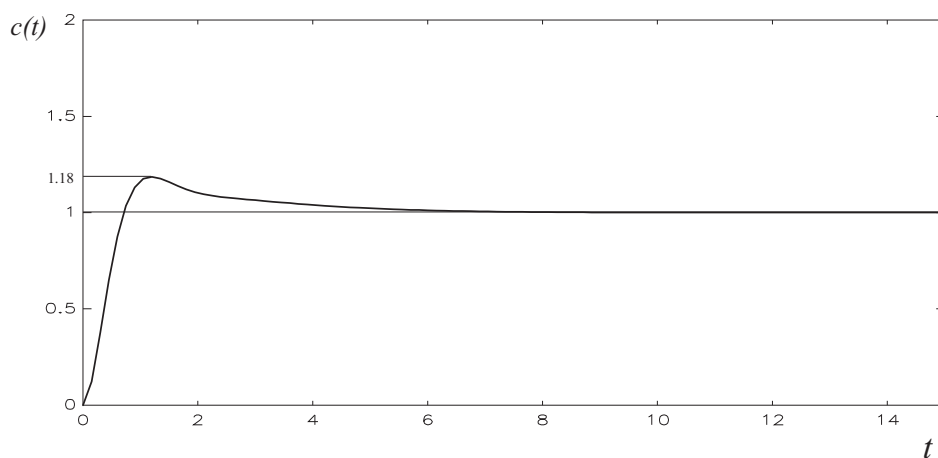
Odziv regulacijskega sistema dobimo najlaže z analogno ali digitalno simulacijo. Prikazuje ga slika 4.38 pri stopničastem referenčnem signalu. Vidimo, da ima sistem kar 62% prevzpon.

Z računalniško simulacijo lahko kar s poizkušanjem hitro pridemo do ustrežnejših parametrov regulatorja oz. do ustrežnejšega odziva. Če pri istem ojačenju regulatorja premaknemo ničlo proti koordinatnemu izhodišču, se nekoliko zmanjša učinek pola zaradi integrirnega člena in regulacijski sistem postane bolj dušen, poli zaprtozančnega sistema se pomaknejo v levo. Če prestavimo dvojno ničlo v -0.65 je prenosna funkcija regulatorja

$$G_R(s) = 13.846 \frac{(s + 0.65)^2}{s} = 18\left(1 + \frac{1}{3.077s} + 0.7692s\right) \quad (4.58)$$

Slika 4.38: Potek regulirane veličine v PID regulacijskem sistemu

Torej se je res zmanjšal učinek I člena (manjši prevzpon) in povečal učinek D dela (večje dušenje). Ustrezni odziv prikazuje slika 4.39. Prevzpon se je zmanjšal na cca. 18%, kar je zadovoljivo.



Slika 4.39: Potek regulirane veličine pri spremenjenih parametrih

□

Izboljšava pravil Zieglerja in Nicholisa

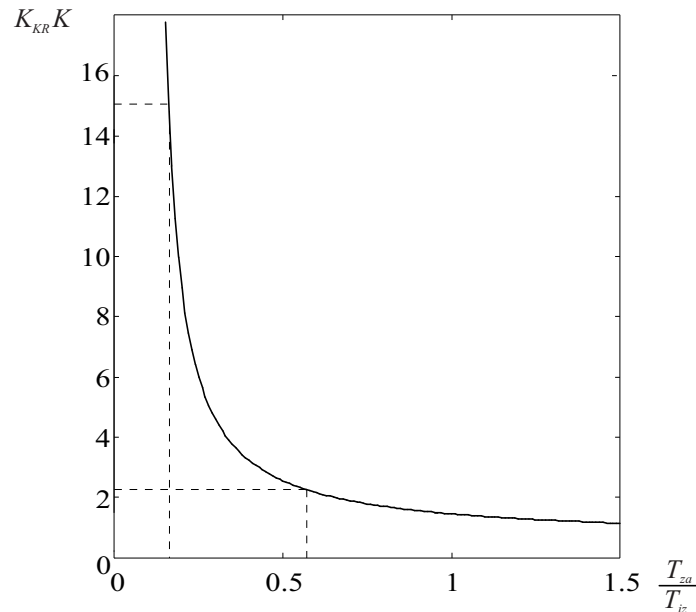
Pravila Zieglerja in Nicholisa dajejo pri uporabi PID regulatorja za sledilno delovanje običajno premalo dušen odziv, medtem ko je v primeru PI reg-

ulatorja delovanja slabše tako pri sledilnem kot pri regulacijskem delovanju (Hang in ostali, 1991). Zato so Hang, Åström in Ho (Hang in ostali, 1991) predlagali izboljšana pravila.

Za veliko število proporcionalnih procesov (navedeni so nadkritično dušeni procesi višjih redov tudi z dodatnim mrtvim časom in fazno neminimalno zakonitostjo) velja približna relacija med kritičnim ojačenjem zanke ter razmerjem zakasnilnega in izravnalnega časa.

$$K_{KR}K = \frac{22\frac{T_{za}}{T_{iz}} + 26}{37\frac{T_{za}}{T_{iz}} - 4} \quad (4.59)$$

Pri tem je K_{KR} kritično ojačenje regulatorja, K je ojačenje procesa, $K_{KR}K$ pa kritično ojačenje zanke. Ustrezno relacijo prikazuje tudi slika 4.40.



Slika 4.40: Odvisnost med kritičnim ojačenjem in razmerjem časa zaostajanja in časa izravnave

V primeru PID regulatorja je možno izboljšati delovanje s pomočjo izvedbe $\beta PI - D$, ki jo prikazuje slika 4.31d. V področju

$$2.25 < K_{KR}K < 15 \text{ oz. } 0.16 < \frac{T_{za}}{T_{iz}} < 0.57 \quad (4.60)$$

nam izbira konstante β

$$\beta = \frac{15 - K_{KR}K}{15 + K_{KR}K} \quad (4.61)$$

zagotovi približno 10% prevzpon. Na ta način zmanjšamo prevzpon pri sledilnem delovanju, ne vplivamo pa na regulacijsko delovanje. V področju

$$1.5 < K_{KR}K < 2.25 \text{ oz. } 0.57 < \frac{T_{za}}{T_{iz}} < 0.96 \quad (4.62)$$

pa se izkaže slabše delovanje pri motnjah. V tem primeru avtorji priporočajo nastavitev integrirnega časa

$$T_I = \frac{2}{9} K_{KR}K T_{KR} \quad (4.63)$$

ter konstanto β (za 20% prevzpon pri sledilnem delovanju)

$$\beta = \frac{8}{17} \left(\frac{4}{9} K_{KR}K + 1 \right) \quad (4.64)$$

Za PI regulator priporočajo avtorji povsem spremenjena pravila

$$K_P = \frac{5}{6} K_{KR} \frac{12 + K_{KR}K}{15 + 14K_{KR}K} \quad (4.65)$$

$$T_I = \frac{1}{5} \left(\frac{4}{15} K_{KR}K + 1 \right) \quad (4.66)$$

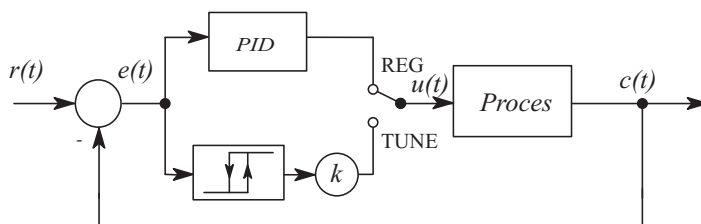
Le ta naj bi bila uporabna v območju $1.2 < K_{KR}K < 15$. V primeru prevelikih prevzponov pri referenčnem delovanju pa lahko uporabimo βPI regulator.

Metoda Åström-Hägglund

Metoda Ziegler-Nicholsa s pomočjo nihajnega preizkusa ima naslednje slabosti:

- zelo težko jo je direktno uporabiti za avtomatsko nastavljanje v sodobnih regulatorjih,
- celoten postopek je zelo dolgotrajen,
- izvedba postopka je lahko nevarna, saj je težko vzdrževati delovanje sistema na meji stabilnosti,
- tako nastavljeni regulatorji dajejo često premajhno dušenje v zaprti zanki.

Zato sta Åström in Hägglund (Åström in Hägglund, 1984) predlagala postopek, ki ga prikazuje slika 4.41.



Slika 4.41: Nastavljanje regulatorja po metodi Åström - Hägglund

V postopku nastavljanja preklopimo stikalo v položaj TUNE. S tem *PID* regulator zamenjamo s stopenjskim (ON-OFF) regulatorjem s histerezno karakteristiko.

Postopek temelji na spoznanju, da sistemi, ki vnašajo pri visokih frekvencah dovolj veliko fazno zaostajanje (večje od 180° , npr. sistemi s tremi poli in brez ničle, sistemi z mrtvim časom,...) v taki zaprti zanki ob določenih pogojih zanihajo z omejeno amplitudo (stabilni limitni cikel).

Potek regulirane veličine zaradi nelinearnega elementa sicer vsebuje tudi višje harmonske frekvence, ki pa jih običajno pri obravnavi lahko zanemarimo. Amplituda nihanja je odvisna od velikosti ojačenja k . Omenjeno dinamično lastnost si lahko predstavljamo s pomočjo stopenjske (termostatske) regulacije temperature v prostoru. Iz prakse vemo, da dobimo nekoliko nihajočo temperaturo.

Postopek nastavljanja zahteva, da s pomočjo pravilne izbire ojačenja k (nastavljamo ga z iterativnim Newton - Raphsonovim postopkom) dosežemo primerno (vnaprej izbrano, dopustno) amplitudo nihanja. Razen ojačenja k pa moramo določiti tudi frekvenco nihanja pri željeni amplitudi. Avtorja podajata enačbe, kako iz pridobljenih podatkov izračunati parametre PID regulatorja. Postopek samonastavitve nato preklopi stikalo v položaj REG.

Metoda Chien - Hrones - Reswick

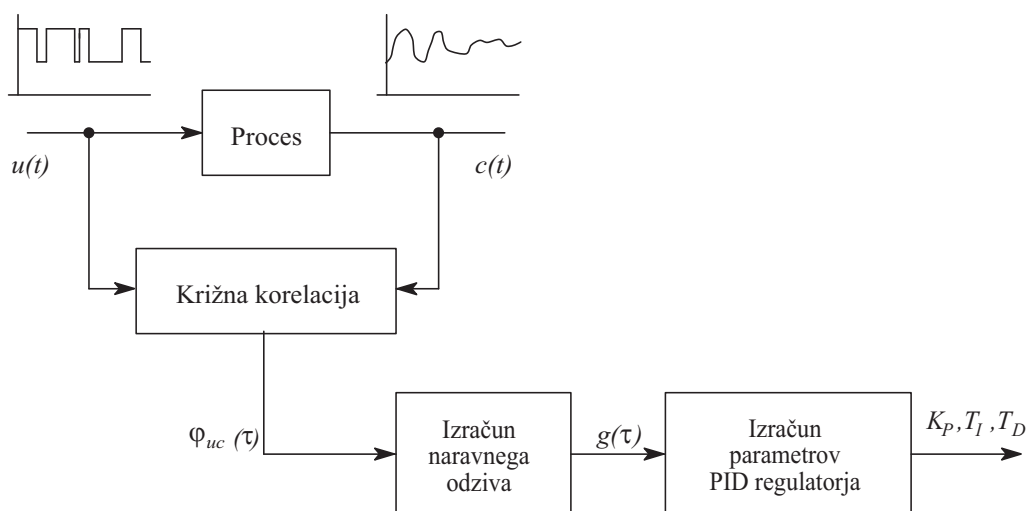
Priporočila, ki so jih izdelali Chien, Hrones in Reswick s pomočjo simulacijskih študij, so primerna za načrtovanje PID regulatorja za proporcionalne sisteme višjega reda. Pred priporočili Zieglerja in Nicholisa imajo to prednost, da upoštevajo ali regulacijski sistem deluje v regulacijskem ali sledilnem načinu delovanja (ali je vhodni signal referenca ali motnja na vhodu v proces). Nastavitve tudi upoštevajo zahtevo po odzivu z 20% prevzponom ali pa zahtevo po aperioidičnem odzivu s čim krajšim umiritvenim časom. Tako kot pri prvi metodi Zieglerja in Nicholisa, potrebujemo odziv procesa na stopničasto spremembo, iz katerega določimo ojačenje procesa K , čas zaostajanja T_{za} in čas izravnave T_{iz} . Priporočila za nastavitve pa podaja tabela 4.3.

Tabela 4.3: Uglaševanje PID regulatorja s pravili Chien-Hrones-Reswick

Regulator		Aperioidični odziv z najkrajšim umiritvenim časom		Najkrajši umiritveni čas z 20% prevzponom	
		motnja	referenca	motnja	referenca
P	K_P	$\frac{0.3}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.3}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.7}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.7}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$
PI	K_P	$\frac{0.6}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.35}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.7}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.6}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$
	T_I	$4T_{za}$	$1.2T_{iz}$	$2.3T_{za}$	T_{iz}
PID	K_P	$\frac{0.95}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.6}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{1.2}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$	$\frac{0.95}{K} \frac{T_{iz}}{T_{za}}$
	T_I	$2.4T_{za}$	T_{iz}	$2T_{za}$	$1.35T_{iz}$
	T_D	$0.42T_{za}$	$0.5T_{za}$	$0.42T_{za}$	$0.47T_{za}$

4.3.3 Korelacijska metoda

Postopek za določitev parametrov PID regulatorja (Hang in Sinn, 1991) s pomočjo korelacijske metode prikazuje slika 4.42.



Slika 4.42: Korelacijska metoda za določitev parametrov PID regulatorja

Proces odprtozančno vzbuja s psevdo-naključnim binarnim signalom (PNBS) in posnamemo odziv. Nato naredimo križno korelacijo med vhodnim signalom $u(t)$ in izhodnim signalom $c(t)$. Iz križne korelacije $\varphi_{uc}(\tau)$ izračunamo odziv na enotin impulz $g(\tau)$ (t.j. naravni odziv sistema). Iz odziva na enotin impulz lahko po različnih metodah izračunamo parametre regulatorja. Običajno izračunamo čas zaostajanja, čas izravnave in ojačenje procesa ali pa kritično ojačenje in kritično periodo. Torej lahko v nadaljevanju izračunamo parametre regulatorja s pomočjo Ziegler-Nicholsovih pravil.

4.3.4 Optimizacija s pomočjo integralskih cenilk

Ker se zaradi izredno sposobnih digitalnih računalnikov pri načrtovanju parametrov PID regulatorjev vse bolj uporablja računalniška optimizacija, bomo podali njene osnovne značilnosti. Pri tem moramo imeti na voljo model realnega procesa, saj je uporabnost računalniške optimizacije neposredno na realnem objektu bolj teoretična.

Optimizacija regulacijskega sistema je postopek, s pomočjo katerega načrtamo

regulator tako, da le-ta minimizira ali maksimizira (odvisno od situacije) določeno cenilko (kriterijsko funkcijo, performančni indeks) v nekem prehodnem pojavu. Le-ta je posledica spremenjene referenčne veličine ali motnje. Cenilka je odvisna od signala pogreška in od regulirne veličine in je običajno integralskega tipa. Razen cenilke lahko v optimizacijske postopke vključimo tudi omejitve. Stem upoštevamo nekatere realne lastnosti regulacijskih sistemov, ki jih sicer pri teoretični obravnavi radi zanemarimo (na primer fizične omejitve izvršnih sistemov, merilnih sistemov in regulatorjev 4-20ma). Ker se v primeru *PID* regulatorja problem poenostavi tako, da je potrebno določiti le parametre regulatorja, ne pa tudi strukture, pravimo taki optimizaciji parametrska optimizacija.

Samo najenostavnejše probleme, ki so ponavadi zgolj teoretičnega pomena, je možno rešiti analitično. V tem primeru cenilko, ki jo določimo v nekem prehodnem pojavu (npr. $C = \int e^2(t)dt$ pri stopničasti spremembi reference), zapišemo kot funkcijo parametrov *PID* regulatorja

$$C = f(K_P, T_I, T_D) \quad (4.67)$$

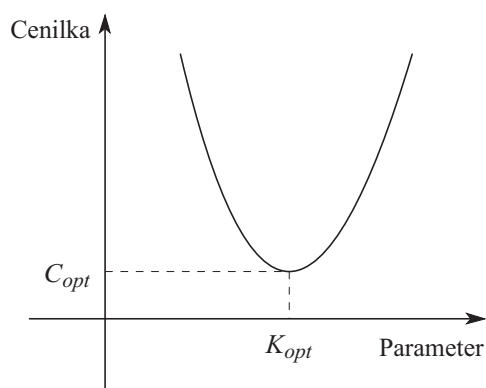
Če želimo določiti npr. optimalno ojačenje regulatorja, je potrebno cenilko odvajati po ojačenju in odvod izenačiti z nič

$$\frac{\partial C}{\partial K_P} = 0 \quad \implies \quad K_{Popt} \quad (4.68)$$

Za realne probleme pa danes v glavnem uporabljamo računalniško parametrsko optimizacijo. To je poseben algoritem, ki pri ponavljajočih prehodnih pojavih toliko časa spreminja parametre regulatorja, da na koncu zagotovi minimum cenilke. Glavna slabost postopka je velika potratnost računalniškega časa, saj vsaka nova kombinacija parametrov regulatorja zahteva nov simulacijski tek oz. nov prehodni pojav, v katerem se ovrednoti vrednost cenilke. Torej je pri reševanju realnih problemov potrebno regulacijski sistem simulirati, saj je nemogoče analitično izraziti vrednost cenilke v odvisnosti od parametrov regulatorja. Ker je pri reševanju kompleksnejših problemov potrebno izvesti tudi nekaj sto poizkusov - simulacijskih tekov, je razumljivo, kako neobhoden je sposoben računalnik. Z razvojem računalnikov pa ta slabost postaja vse manj pomembna. Glavna prednost takega pristopa pa je, da je uporaben tudi za nelinearne sisteme.

Cenilke

Cenilka je število, ki pove, kako dobro deluje regulacijski sistem v nekem prehodnem pojavu. V splošnem lahko tudi že znani pokazatelji (maksimalni prevzpon, čas vzpona in čas umiritve) nastopajo v cenilki, vendar v zvezi z računalniško optimizacijo največkrat uporabljamo integralske cenilke. Za cenilko je izjemno pomembno, da kaže določeno selektivnost, kar pomeni, da ima pri optimalnih vrednostih parametrov jasno izražen optimum. Ustrezno obliko v odvisnosti od enega parametra prikazuje slika 4.43.



Slika 4.43: Vrednost cenilke v odvisnosti od parametra

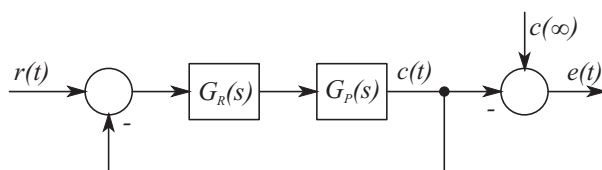
Literatura priporoča naslednje integralske cenilke pri optimizaciji regulacijskih sistemov:

$$\begin{array}{lll} \int_0^\infty e^2(t)dt & \int_0^\infty t e^2(t)dt & \int_0^\infty |e(t)|dt \\ \int_0^\infty t|e(t)|dt & \int_0^\infty [e^2(t) + R(u(t) - u(\infty))^2]dt & \end{array}$$

Pri tem je pogrešek $e(t)$ razlika med referenčno in regulirano veličino, $u(t)$ je regulirna veličina, $u(\infty)$ pa vrednost regulirne veličine v ustaljenem stanju. Treba je poudariti, da v primeru, če $e(t)$ v ustaljenem stanju ne gre proti nič, postane cenilka neskončna. Tako npr. pri konstantni referenci in proporcionalni odprtozančni prenosni funkciji definiramo pogrešek z izrazom

$$e(t) = c(\infty) - c(t) \quad (4.69)$$

Ustrezno bločno shemo prikazuje slika 4.44.



Slika 4.44: Bločna shema za izračun pogoška za optimizacijo

S to definicijo je cenilka vedno končno število, če je le sistem stabilen.

ISE cenilka

Integralski kvadratični pogošek (integral square error) je definiran z izrazom

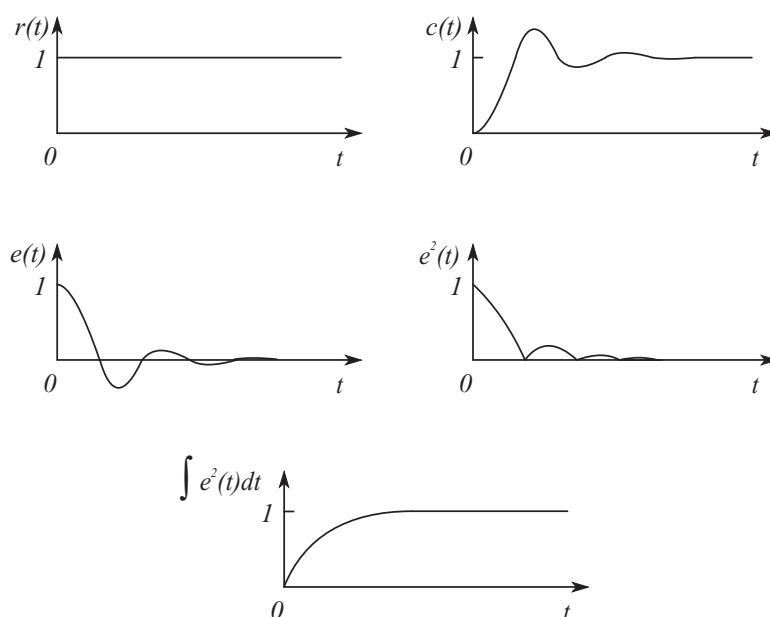
$$\text{ISE} = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (4.70)$$

Cenilka se veliko uporablja za optimizacijo determinističnih in stohastičnih regulacijskih sistemov. Slika 4.45 prikazuje tipične signale $r(t)$, $c(t)$, $e(t)$, $e^2(t)$, $\int e^2(t) dt$ v regulacijskem sistemu. Vrednost cenilke je določena s ploščino pod krivuljo $e^2(t)$ do trenutka opazovanja prehodnega pojava.

Slika 4.47 prikazuje odvisnost različnih cenilk od parametra ζ , če lahko regulacijski sistem izrazimo z normirano prenosno funkcijo 2. reda

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (4.71)$$

Torej optimiramo sistem po parametru ζ , ki je posredno odvisen od parametrov regulatorja. Cenilka ISE ima slabo selektivnost, saj npr. sprememba dušilnega koeficienta od $\zeta = 0.5$ do $\zeta = 0.7$ ne doprinese k večji spremembi cenilke. Značilnost cenilke je v tem, da zaradi kvadriranja večje signale pogoška bolj upošteva kot manjše. Regulacijski sistem je zato zelo hiter in ima običajno precejšen prevzpon pri stopničasti spremembi reference, kar je posledica velike vrednosti kvadrata pogoška v začetku prehodnega pojava. Večji prevzpon izhaja tudi iz majhnega dušilnega koeficienta v optimumu ($\zeta < 0.5$).



Slika 4.45: Tipični signali pri optimiziranju z ISE cenilko

ITSE cenilka

To je integralska kvadratična cenilka, ki dodatno s časom uteži časovni potek pogreška (integral of time multiplied square error). Podaja jo enačba

$$\text{ITSE} = \int_0^{\infty} t e^2(t) dt \quad (4.72)$$

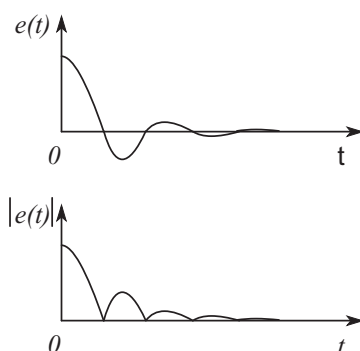
V tem primeru je pri stopničasti spremembi reference začetni pogrešek slabo utežen, medtem ko so poznejši pogreški močneje uteženi. Taki sistemi imajo večje dušenje in manjši prevzpon, zagotavljajo pa natančno delovanje v ustaljenem stanju. Slika 4.47 prikazuje boljšo selektivnost te cenilke in večje dušenje v optimumu.

IAE cenilka

Cenilko določa integral absolutne vrednosti pogreška (integral absolute error) oz. enačba

$$\text{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (4.73)$$

Regulator, ki ga optimiramo po tej cenilki, daje običajno ustrezno dušenje in zadovoljiv prehodni pojav. Cenilka pa povzroča velike probleme pri morebitni analitični obravnavi. Slika 4.46 prikazuje pogrešek in njegovo absolutno vrednost.



Slika 4.46: Pogrešek in absolutna vrednost pri IAE cenilki

Cenilka brez absolutne vrednosti ni uporabna, saj pri podkritično dušenem sistemu dobimo pozitivne in negativne ploščine, ki se med integracijo ustrezno kompenzirajo.

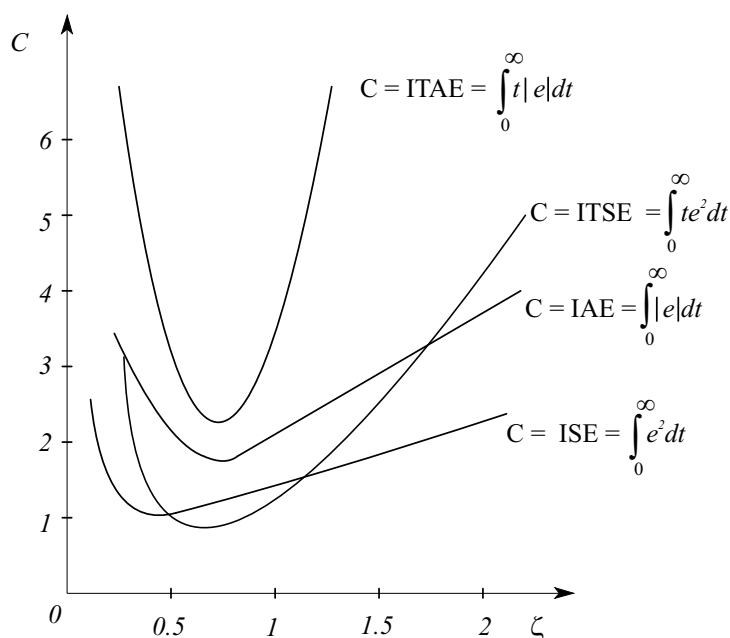
ITAE cenilka

ITAE cenilko določa integral absolutne vrednosti z dodatno časovno utežjo (integral of time multiplied absolute error). Podaja jo enačba

$$\text{ITAE} = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (4.74)$$

Tudi v tem primeru je začetni pogrešek pri stopničasti spremembi reference malo utežen, kasnejši pogreški pa se močneje utežijo. Za tako optimiran regulacijski sistem je značilno, da je dobro dušen in ima majhen prevzpon. Cenilka ima zelo dobro selektivnost. Zato se veliko uporablja pri računalniški optimizaciji, ne pa tudi pri analitični obravnavi, saj že pri zelo enostavnih problemih pridemo do zelo zahtevne matematike. Obstajajo pa tabelarični načini za določitev parametrov regulatorja (pravila Graham, Lathrop). Iz slike 4.47 vidimo, da večina cenilk

omogoči take optimalne parametre regulatorja, da je dušilni koeficient sistema približno $\zeta = 0.7$. Ob takem dušenju ima regulacijski sistem 5% prevzpon.



Slika 4.47: Odvisnost cenilk od dušilnega koeficienta

Posplošena kvadratična cenilka

V tej cenilki razen pogreška upoštevamo tudi regulirno veličino. Podaja jo enačba

$$C = \int_0^\infty [e^2(t) + R(u(t) - u(\infty))^2] dt \quad (4.75)$$

Pri tem je R utežni faktor regulirne veličine, $u(\infty)$ vrednost regulirne veličine v ustaljenem stanju, $e(t)$ in $u(t)$ pa sta pogrešek in regulirna veličina. Ker v cenilki glede na ISE ovrednotimo tudi regulirno veličino, s tem zmanjšamo porabo energije, ki jo je potrebno v določenem prehodnem pojavu dovajati procesu. Ker želimo prihraniti na dovedeni energiji, je razumljivo, da postane regulacijski sistem v tem primeru nekoliko počasnejši oz. močnejše dušen v prehodnem pojavu. Na regulirni veličini pa se to odraža tako, da so njene vrednosti v trenutkih hitrih sprememb reference ali nastopa motnje tem manjše, čim večji je utežni faktor R .

Omejitve

Razen cenilke lahko v postopkih računalniške optimizacije običajno vpeljemo tudi omejitve. Tipična omejitev je naprimer omejitev regulirne veličine zaradi končnega območja izvršnega sistema. Tudi maksimalni dopustni prevzpon lahko vključimo kot omejitev. Optimizacijski algoritem mora izračunati take optimalne vrednosti parametrov, da niso kršeni omejitveni pogoji.

Računalniška optimizacija

Postopek računalniške optimizacije bomo prikazali s pomočjo primera.

Primer 4.11 Potrebno je načrtati P regulator za proces

$$G_P(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad \omega_n = 1, \zeta = 0.7 \quad (4.76)$$

Ker je kritično ojačenje regulacijskega sistema $K_{KR} = 1.4$, je po nastavitvenem Ziegler-Nichols-ovem pravilu ojačenje proporcionalnega regulatorja $K_P = \frac{K_{KR}}{2} = 0.7$. Vendar je potek regulirane veličine pri stopničasti spremembi reference zelo nihajoč, prevzpon pa je kar 40% (slika 4.48, krivulja a). Zato smo uporabili računalniško optimizacijo. Prva izbrana cenilka je bila

$$C_1 = \text{IAE} = \int_0^{30} |e(t)| dt \quad (4.77)$$

Začetno vrednost ojačenja regulatorja smo izbrali kot v prejšnjem primeru, t.j. $K_{P_{zac}} = 0.7$. Optimizacijski algoritem je modificiral ojačenje $K_{P_{zac}} = 0.7$ v ojačenje $K_{P_{opt}} = 0.36$, cenilka IAE pa se je pri tem spremenila od 4.16 na 3.28. Prevzpon se je zmanjšal na 8.7% (slika 4.48, krivulja b).

Druga izbrana cenilka pa je bila

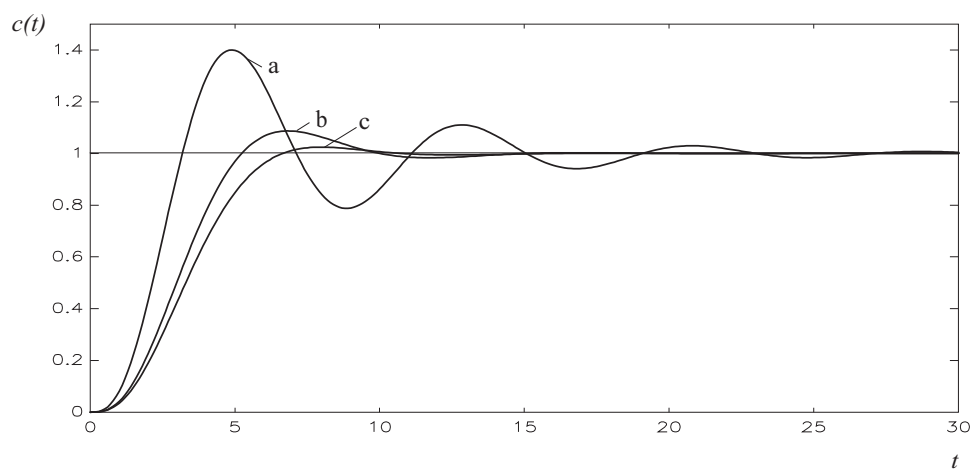
$$C_2 = \text{ITAE} = \int_0^{30} t |e(t)| dt \quad (4.78)$$

Ta cenilka je še povečala dušenje v regulacijskem sistemu in zmanjšala ojačenje na $K_{P_{opt}} = 0.3$. Njena vrednost se je pri tem od 21.4 pri $K_{P_{zac}} = 0.7$ spremenila na 7.47 pri $K_{P_{opt}} = 0.3$, prevzpon pa se je nadalje zmanjšal na 2.4% (slika 4.48,

krivulja c). Ustrezno primerjavo vseh teh postopkov omogočata tabela 4.4 in slika 4.48. Obe cenilki imata dobro selektivnost, druga pa v splošnem daje bolj dušen potek regulirane veličine, kar izhaja tudi iz slike 4.47. $\square$

Tabela 4.4: Primerjava treh postopkov za določitev P regulatorja

		Nihajni preizkus	Optimizacija po $\text{IAE} = \int e(t) dt$		Optimizacija po $\text{ITAE} = \int t e(t) dt$	
$K_{P\text{zač}}$	$K_{P\text{opt}}$	0.7	0.7	0.36	0.7	0.3
$C_{1\text{zač}}$	$C_{1\text{opt}}$	4.16	4.16	3.28		
$C_{2\text{zač}}$	$C_{2\text{opt}}$	21.4			21.4	7.47
$M_p [\%]$		40	8.7		2.4	
$t_r(0 - 100\%) [s]$		3.2	5.3		6.7	
$t_s(2\%) [s]$		26.8	14.7		15	



Slika 4.48: Poteki regulirane veličine: a) $K_P = 0.7$ b) $K_P = 0.36$ c) $K_P = 0.30$

Optimizacija z nastavitvenimi pravili

Omenili smo že, da je možno integralske cenilke optimirati običajno le z računalniškimi postopki. Nastavitvena pravila so zelo redka. Eno od redkih

metod nastavljanja sta eksperimentalno razvila Graham in Lathrop. Po njunem postopku je možno optimirati sistem, katerega zaprtozančna prenosna funkcija ima obliko

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{a_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (4.79)$$

Postopek minimizira ITAE cenilko

$$\text{ITAE} = \int_0^\infty t |e(t)| dt \quad (4.80)$$

V ta namen sta tabelirala polinome s koeficienti, ki jih prikazuje tabela 4.5.

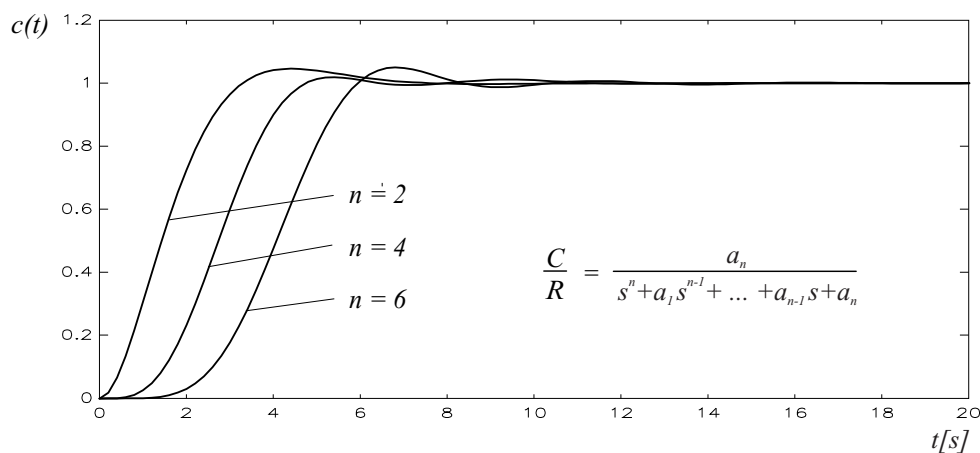
Tabela 4.5: Polinomi z optimalnimi koeficienti za optimizacijo z ITAE

$$\begin{aligned} & s + \omega_n \\ & s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2 \\ & s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3 \\ & s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4 \\ & s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5.0\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5 \\ & s^6 + 3.25\omega_n s^5 + 6.60\omega_n^2 s^4 + 8.60\omega_n^3 s^3 + 7.45\omega_n^4 s^2 + 3.95\omega_n^5 s + \omega_n^6 \end{aligned}$$

Če je možno obravnavani regulacijski sistem zapisati v predpisano obliko (enačba (4.79)), potem primerjamo karakteristični polinom (imenovalec oblike (4.79)) s tabeliranim polinomom. S primerjavo koeficientov dobimo optimalne parametre regulatorja. Slika 4.49 prikazuje odzive sistemov z optimalnimi prenosnimi funkcijami različnih redov na stopničasto referenco ob upoštevanju ITAE cenilke ($\omega_n = 1$). Iz karakterističnega polinoma vidimo, da ima glede na kriterij ITAE optimalni sistem 2. reda dušilni koeficient $\zeta = 0.7$.

Primer 4.12 Za proces $G_P(s) = \frac{1}{Ts+1}$ in regulator $G_R(s) = \frac{K_I}{s}$ je potrebno določiti ojačenje K_I , ki bo minimiziralo cenilko ITAE.

Ker je zaprtozančna prenosna funkcija



Slika 4.49: Odzivi pri optimalnih prenosnih funkcijah, dobljenih z ITAE cenilko

$$\frac{G_R G_P}{1 + G_R G_P} = \frac{\frac{K_I}{T}}{s^2 + s\frac{1}{T} + \frac{K_I}{T}} \quad (4.81)$$

dobimo z izenačitvijo imenovalca in tabeliranega polinoma

$$\begin{aligned} s^2 + s\frac{1}{T} + \frac{K_I}{T} &= s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2 \\ \frac{1}{T} = 1.4\omega_n \quad , \quad \frac{K_I}{T} &= \omega_n^2 \implies K_I = \frac{0.51}{T} \end{aligned}$$

□

Optimizacija z analitičnimi postopki

Analitično pa je možno reševati le enostavne primere zlasti pri uporabi ISE kriterija. Glavni problem predstavlja izračun cenilke v odvisnosti od parametrov *PID* regulatorja. Tu si lahko pomagamo s Parseval-ovim teoremom, ki ga podaja enačba

$$C = \int_0^\infty e^2(t)dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} E(s)E(-s)ds \quad (4.82)$$

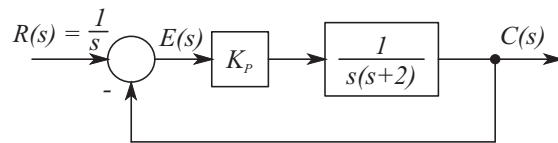
Teorem velja v primeru, če ima $E(s)$ vse pole v levi polravnini. Vrednost integrala (cenilke) se izračuna s pomočjo tabele 4.6. Pri tem upoštevamo, da je pogrešek

ulomljena racionalna funkcija $E(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$. Ko izrazimo cenilko s parametri regulatorja, dobimo optimalne vrednosti z odvajanjem cenilke po parametrih.

Tabela 4.6: Vrednost cenilke

$$\begin{aligned}
 C_n &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{N(s)N(-s)}{D(s)D(-s)} ds \\
 N(s) &= N_{n-1}s^{n-1} + N_{n-2}s^{n-2} + \dots + N_1s + N_0 \\
 D(s) &= D_ns^n + D_{n-1}s^{n-1} + \dots + D_1s + D_0 \\
 C_1 &= f(D_0, D_1, N_0) = \frac{N_0^2}{2D_0D_1} \\
 C_2 &= f(D_0, D_1, D_2, N_0, N_1) = \frac{N_1^2D_0 + N_0^2D_2}{2D_0D_1D_2} \\
 C_3 &= f(D_0, D_1, D_2, D_3, N_0, N_1, N_2) = \frac{N_2^2D_0D_1 + (N_1^2 - 2N_0N_2)D_0D_3 + N_0^2D_2D_3}{2D_0D_3(-D_0D_3 + D_1D_2)} \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{4.83}$$

Primer 4.13 Za proces $G_P(s) = \frac{1}{s(s+2)}$ je potrebno načrtati proporcionalni regulator $G_R = K_P$, tako da bo minimiziral cenilko $ISE = \int_0^\infty e^2(t)dt$ pri stopničastem referenčnem signalu $R(s) = \frac{1}{s}$. Bločno shemo regulacijskega sistema prikazuje slika 4.50.



Slika 4.50: Bločna shema regulacijskega sistema

Ker je

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_R(s)G_P(s)} \tag{4.84}$$

in je $R(s) = \frac{1}{s}$, je

$$E(s) = \frac{s+2}{s^2 + 2s + K_P} \tag{4.85}$$

Zato je

$$\text{ISE} = \int_0^\infty e^2(t)dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} E(s)E(-s)ds \quad (4.86)$$

Vrednost integrala izračunamo s pomočjo tabele 4.6.

$$N(s) = s + 2 \implies N_1 = 1 \quad N_0 = 2 \quad (4.87)$$

$$D(s) = s^2 + 2s + K_P \implies D_2 = 1 \quad D_1 = 2 \quad D_0 = K_P \quad (4.88)$$

$$\text{ISE} = C_2 = \frac{1^2 \cdot K_P + 2^2 \cdot 1}{2 \cdot K_P \cdot 2 \cdot 1} = \frac{K_P + 4}{4K_P} \quad (4.89)$$

Optimum dobimo z odvajanjem cenilke po parametru

$$\frac{\partial C_2}{\partial K_P} = -\frac{1}{K_P^2} \stackrel{!}{=} 0 \implies K_P = \infty, \quad C_2 = \frac{1}{4} \quad (4.90)$$

Dobili smo t.i. suboptimalno rešitev (slika 4.51a). Če reguliramo proces s P regulatorjem, mora biti vsaj tretjega reda (ali mora imeti mrtvi čas), da obstaja optimalna rešitev (slika 4.51b).

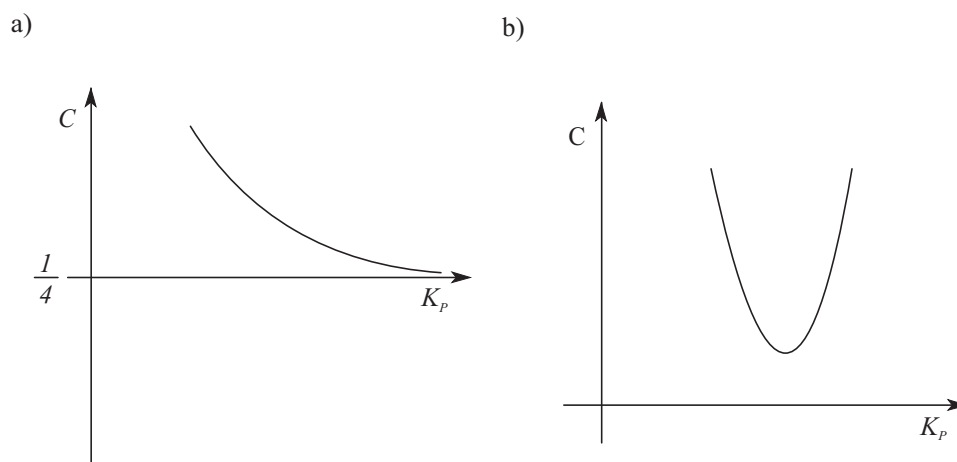
Ker je karakteristični polinom

$$s^2 + 2s + K_P = 0 \quad (4.91)$$

ima pri suboptimalni rešitvi sistem lastno frekvenco $\omega_n = \sqrt{K_P} = \infty$ ter dušilni koeficient $\zeta = 0$ ($2\zeta\omega_n = 2$). Regulacijski sistem torej nedušeno niha z neskončno lastno frekvenco, pri tem pa je vrednost cenilke minimalna ($\text{ISE} = \frac{1}{4}$). $\square$

S Parsevalovim teoremom (4.82) smo rešili integral, ki bi ga bilo možno na precej zahtevnejši način rešiti tudi v časovnem prostoru. Pomagamo pa si lahko tudi z Laplace-ovo transformacijo, če uporabimo teorem

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(t)dt \right] = \frac{F(s)}{s} \quad (4.92)$$



Slika 4.51: Odvisnost cenilke od ojačenja regulatorja:

a) suboptimalna rešitev

b) optimalna rešitev

Če limitiramo čas proti neskončnosti (pogrešek je potrebno integrirati na intervalu $[0, \infty]$) in uporabimo teorem končne vrednosti, pridemo do izraza

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} s \mathcal{L} \left[\int_0^t f(t) dt \right] = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{F(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} F(s) \quad (4.93)$$

Če je $f(t) = e^2(t)$, izračunamo ISE cenilko tako, da izračunamo pogrešek v časovnem prostoru, ga kvadriramo in nato izračunamo Laplace-ov transform $F(s) = \mathcal{L}[e^2(t)]$. Na koncu limitiramo $s \rightarrow 0$. Postopek je že pri relativno enostavnih problemih matematično precej zahteven. Ko izračunamo vrednost cenilke, jo je potrebno odvajati po parametru.

Ker velja teorem

$$\mathcal{L}[t f(t)] = -\frac{d}{ds} F(s) \quad (4.94)$$

je možno na ta način upoštevati tudi cenilko $ITSE = \int t e^2(t) dt$. Potrebno je torej izračunati potek pogreška, ga kvadrirati, izračunati Laplace-ov transform kvadrata pogreška in na koncu dobljeni rezultat odvajati po s ter pomnožiti z

(-1). S tem dobimo Laplace-ov transform izraza $te^2(t)$. Z limitiranjem $s \rightarrow 0$ pa tako, kot kaže enačba (4.93), izračunamo cenilko ITSE.

4.3.5 Avtomatsko nastavljanje in avtomatsko prilagajanje parametrov PID regulatorjev

Velik razvoj v tehnologiji je seveda vplival tudi na razvoj industrijskih regulatorjev, vendar pa se osnovna funkcionalnost (običajno *PID* algoritem) ni bistveno spremenila. Spreminjala pa se je izvedba. Sprva so se največ uporabljali pnevmatski regulatorji, kasneje analogni (elektronski), danes pa se največ seveda uporabljajo mikroračunalniške izvedbe.

Pač pa so se po letu 1980 zlasti začeli razvijati in vgrajevati postopki za avtomatsko nastavljanje in avtomatsko prilagajanje parametrov (Åström in Hägglund, 1984, Åström in ostali, 1990, Vandoren, 1993). Danes si nobenega sodobnega regulatorja ne moremo več predstavljati brez vsaj nekaterih omenjenih funkcij. Razlog, da se je to področje začelo razvijati tako pozno je predvsem ta, da so bile raziskave prilagodljivih (adaptivnih) sistemov pred letom 1980 premalo praktično usmerjene, rešitve pa preveč zahtevne, da bi jih bilo možno vključiti v industrijske regulatorje. Izkazalo se je, da so praktične rešitve avtomatskega nastavljanja in prilagajanja predvsem tiste, ki temeljijo na avtomatizaciji postopkov, ki smo jih obravnavali v poglavjih 4.3. Ker pa je tudi mikroračunalniška tehnologija tako napredovala, danes ni več nobene pomembnejše omejitve za izvedbo bolj zahtevnih adaptivnih metod.

Avtomatsko nastavljanje

Avtomatsko nastavljanje (avtomatska uglasitev) (angl. *auto-tuning*, *self-tuning*, *pre-tuning*) je postopek, v katerem se avtomatsko nastavijo parametri regulatorja na zahtevo operaterja (pritisk na tipko, poslan ukaz). To je torej enkratno dejanje, ki se običajno izvede v začetku obratovanja. Ni nujno, da industrijski regulator sam opravlja to funkcijo. Lahko to opravi neka zunanja (programirna) naprava (npr. računalnik PC). Ko le-ta opravi ustrezne eksperimente in izračuna parametre, se ti avtomatsko prenesejo v regulator. Nekatere tovrstne naprave podpirajo znane regulatorje različnih proizvajalcev.

Večina metod za avtomatsko nastavljanje deluje na osnovi odziva procesa na

stopničasto vzbujanje (v odprti zanki).

Metoda spremenljivega parametra

Po tej metodi se parameter regulatorja (običajno ojačenje, zato angl. *gain scheduling*) sproti prilagaja po vnaprej določeni zakonitosti pogojem obratovanja (npr. trenutni vrednosti regulirane ali regulirne veličine). Zakonitost je možno posneti s pomočjo avtomatskega nastavljanja. Metoda je zelo enostavna in učinkovita, uporablja pa se predvsem pri reguliranju zelo nelinearnih procesov, pri katerih je možno obratovalne spremembe predvideti vnaprej.

Avtomatsko prilagajanje

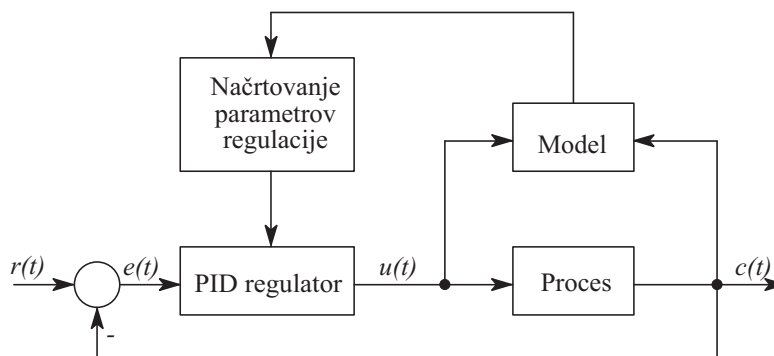
Avtomatsko prilagajanje (angl. *adaptation*) je postopek, v katerem se parametri regulatorja med obratovanjem (torej v zaprti zanki) nenehno prilagajajo dinamiki procesa in motilnim signalom. Začetne vrednosti se določijo s postopkom avtomatskega nastavljanja. Regulatorji, ki omogočajo razen zaprtozankne regulacije vključiti tudi krmiljenje, lahko sproti prilagajajo tudi parametre krmilnega sistema. Podobno kot pri metodi spremenljivega parametra je tudi avtomatsko prilagajanje smiselno uporabiti le pri močno spremenljivih obratovalnih pogojih, ki pa jih ni mogoče predvideti vnaprej.

Direktne in indirektne metode

Osnove, ki se uporabljajo pri avtomatskem nastavljanju in pri avtomatskem prilagajanju, so si precej podobne. Ene in druge pa lahko razdelimo na direktne (hevristične) (angl. *rule based methods*) in na indirektne (modelne) metode.

Direktne metode temeljijo na izkušenjskih in hevrističnih pravilih. Algoritmi običajno čakajo na spremembo reference ali na znatnejše motnje. Iz odziva določijo dušilni koeficient, prevzpon, lastno frekvenco, ojačenje ali kakšne druge značilke. Z uporabo pravil se izračunajo parametri regulatorja.

Pri *indirektnih metodah* (modelne metode, angl. *model based methods*) pa se določi matematični model realnega procesa. Postopek prikazuje slika 4.52.



Slika 4.52: Indirektna metoda avtomatskega nastavljanja ali prilagajanja

Z merjenjem regulirne in regulirane veličine in s pomočjo eksperimentalnega modeliranja (identifikacije) se določi matematični model. Iz modela pa programski modul za načrtovanje regulatorja določi parametre regulatorja. Če ima sistem nalogo avtomatskega nastavljanja, potem se proces vzbudi z ustreznim vhodnim signalom, nakar se izvede identifikacija, določitev parametrov regulatorja, prenos v regulator, nakar začne delovati avtomatska regulacija. Pri prilagodljivem delovanju pa identifikacija poteka nepretrgoma s pomočjo rekurzivnega algoritma. Vsakič, ko se izračunajo nove vrednosti parametrov modela, se izračunajo tudi nove vrednosti parametrov regulatorja. Zaradi numeričnih problemov se postopek včasih izključi v primeru premalo se spreminjajočih signalov in spet vključi v primeru večjih sprememb.

Meja med direktnimi in indirektnimi metodami ni vedno povsem jasna, ker si avtorji niso vedno enotni, kaj je model. Značilki kot naprimer dušilni koeficient in lastno frekvenco smo omenili pri direktnih metodah, a hkrati sta lahko tudi parametra matematičnega modela. Za nas bo matematični model vedno vhodno - izhodna relacija običajno v obliki prenosne funkcije ali diferencialne enačbe.

Pregled metod avtomatskega nastavljanja in prilagajanja v industrijskih regulatorjih

Pri pregledu obravnavanih lastnosti industrijskih regulatorjev moramo ločeno obravnavati temperaturne in ostale procesne regulatorje.

Veliko število industrijskih regulatorjev je primarno namenjeno temperaturni re-

Proizvajalec	Regulator	Avtomatsko nastavljanje	Metoda spremenljivega parametra	Avtomatsko prilagajanje (pri regulaciji)	Avtomatsko prilagajanje (pri krmiljenju)
Bailey Controls	CLC04	Stopnica	Da	Model	-
Control Techniques	Expert controller	Rampe	-	Model	-
Fisher Controls	DPR900	Rele	Da	-	-
	DPR910	Rele	Da	Model	Model
Foxboro	Exact	Stopnica	-	Pravila	-
Fuji	CC-S:PNA 3	Stopnice	Da	-	-
Hartmann & Braun	Protronic P	Stopnica	-	-	-
	Digitric P	Stopnica	-	-	-
Honeywell	UDC 6000	Stopnica	Da	Pravila	-
SattControl	ECA40	Rele	Da	-	-
	ECA400	Rele	Da	Model	Model
Siemens	SIPART DR24	Stopnica	Da	-	-
Toshiba	TOSDIC-215D	PNBS	Da	Model	-
	EC300	PNBS	Da	Model	-
Turnbull Contr. Sys.	TCS 6355	Stopnice	-	Model	-
Yokogawa	SLPC-171,271	Stopnica	Da	Pravila	-
	SLPC-181,281	Stopnica	Da	Model	-

Tabela 4.7: Značilnosti avtomatskega nastavljanja in prilagajanja pri industrijskih procesnih regulatorjih

gulaciji.² Regulatorji so cenejši od ostalih procesnih regulatorjev. Nastavljanje in prilagajanje je lažje izvesti, kajti temperaturni procesi imajo veliko skupnih lastnosti. Funkcija prilagajanja parametra je pogosta zlasti zato, ker se časovni konstanti ogrevanja in ohlajevanja ponavadi precej razlikujeta.

Procesni regulatorji pa morajo razen temperaturnih zank obvladovati tudi regulacijo nivoja, pretoka, tlaka in pH.³ Nastavljanje in prilagajanje je zahtevnejše, saj je dinamika zelo različna (npr. tlak v primerjavi s temperaturo). Tabela 4.7 prikazuje lastnosti avtomatskega nastavljanja in prilagajanja nekaterih najnaprednejših industrijskih procesnih regulatorjev.

Avtomatsko nastavljanje je najpogostejša izmed obravnavanih funkcij. Največkrat temelji na stopničastem preizkusu, pogosto tudi relejskem preizkusu (metoda Åström, Hägglund). Presenetljivo je, da nimajo vsi regulatorji funkcije spremenljivega parametra (gain scheduling), čeprav jo je najlažje izvesti. Praksa pa je tudi pokazala, da je v večini primerov metoda spremenljivega parametra bolj učinkovita kot avtomatska prilagoditev. Opazimo tudi, da precej regulatorjev uporablja direktne metode za avtomatsko prilagajanje (t.j. s pomočjo pravil), čeprav so bile raziskave na univerzah vseskozi bolj usmerjene v indirektne metode (s pomočjo modela). Vključitev prilagodljivega krmiljenja je še redka, čeprav ga je lažje izvesti, kot regulacijo. Tudi to je presenetljivo, saj so se že dokazale velike

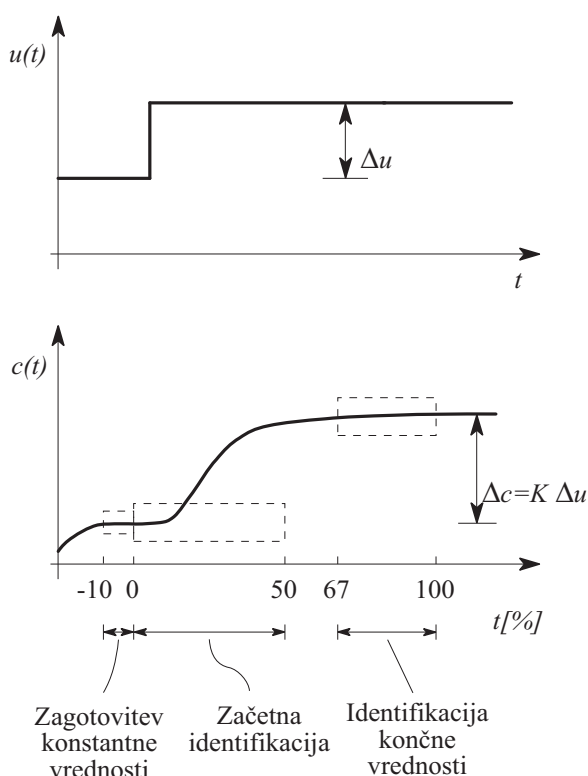
²Običajno kvadratna prednja plošča 96x96 mm.

³Običajno pravokotna prednja plošča 72x144 mm

prednosti takega pristopa.

Primer 4.14 Regulator SIPART DR-24 (Siemens)

Siemensov regulator SIPART DR-24 ima vgrajen le postopek avtomatskega nastavljanja, ne pa tudi prilagajanja. Postopek, ki ga sproži operater, ko je regulirana veličina približno enaka željeni vrednosti, regulator pa v delovanju ročno, prikazuje slika 4.53.



Slika 4.53: Postopek avtomatskega nastavljanja regulatorja SIPART DR-24

Celotno časovno področje eksperimenta je razdeljeno od -10% do 100%. V trenutku

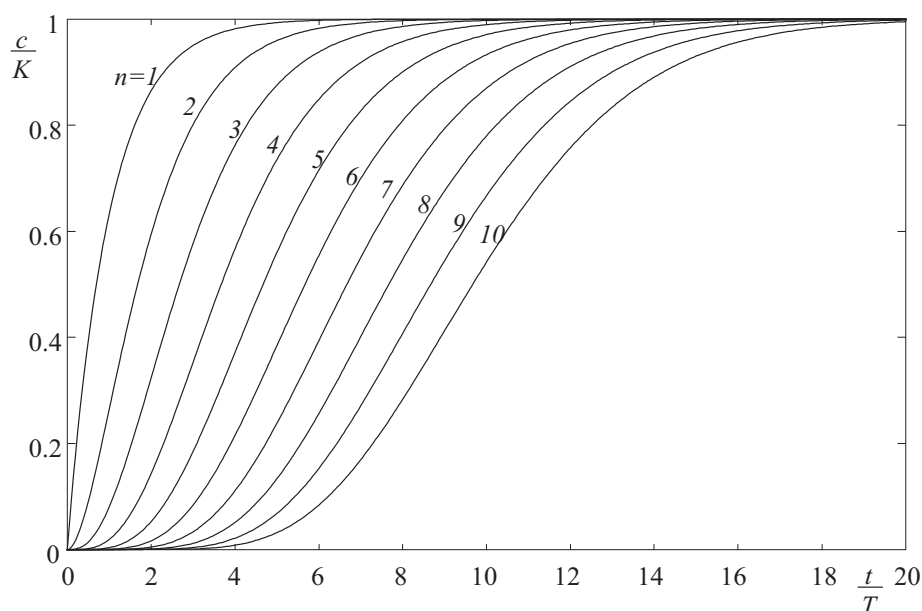
-10 sproži operater postopek avtomatskega nastavljanja. V področju -10% do 0% mora izhod regulatorja doseči stabilno (konstantno) vrednost. V trenutku 0 nastopi stopničasta sprememba na izhodu regulatorja. Velikost spremembe in predznak je potrebno predhodno nastaviti.

V začetnem področju (od 0% do največ 50% področja) se izvede začetna identifikacija (predvsem morebitni mrtvi čas), v zadnji tretjini opazovanja (od 67%

do 100%) pa identifikacija končne vrednosti, ki seveda določa ojačenje procesa. Bistvo postopka pa je v primerjavi posnetega odziva s shranjenimi odzivi Pn (ali PTn) modelov ($1 \leq n \leq 8$), t.j. modelov z n enakimi časovnimi konstantami oz. n enakimi poli

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \quad (4.95)$$

Normirane odzive na enotino stopnico prikazuje slika 4.54.



Slika 4.54: Normirani odzivi sistemov PTn

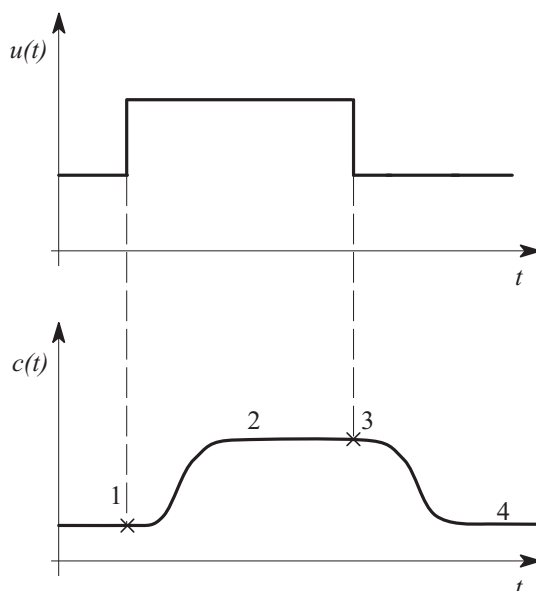
S spreminjanjem konstant n in T (ojačenje se je izračunalo že prej) doseže postopek maksimalno prilagajanje eni izmed krivulj po kriteriju minimalnega integrala razlike (minimalna ploščina). Za izbran model (K, T, n) predlaga postopek parametre PI in PID regulatorja s pomočjo optimizacije. Le-ta zagotovi približno 5% prevzpon. Če je model prvega ali drugega reda, se opisana optimizacija ne izvrši, saj bi bilo v tem primeru ojačenje regulatorja neskončno. To pa ni praktično uporabna rešitev. V tem primeru se parametri regulatorja nastavijo tako, da je razmerje časovne konstante modela in dominantne časovne konstante zaprte zanke približno 6. □

Primer 4.15 Regulator 761 (Foxboro)

Seriji 760 in 761 procesnih regulatorjev Foxboro sta bili prvi, ki sta imeli za avtomatsko nastavljanje in prilagajanje vgrajeno funkcijo EXACT (EXpert Adaptive Controller Tuning). Zaradi te funkcije so regulatorji bolj znani kar pod imenom EXACT. EXACT je povsem hevrističen način nastavljanja in prilagajanja in je danes vgrajen v vse regulacijske sisteme podjetja Foxboro.

Avtomatsko nastavljanje

Predno operater zahteva to funkcijo (angl. pretuning - PTUN), mora biti regulirana veličina približno enaka želeni vrednosti, regulator pa v položaju ročno. Nadaljni postopek prikazuje slika 4.55.

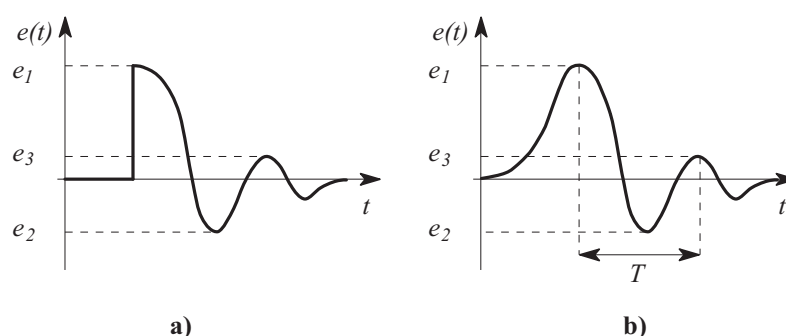


Slika 4.55: Avtomatsko nastavljanje s postopkom EXACT

V točki 1 postavi regulator na svojem izhodu stopničasto spremembo predhodno izbrane velikosti in predznaka. V področju 2 čaka algoritem na ustaljeno stanje regulirane veličine. Iz določenih značilk nato izračuna parametre regulatorja (pravila niso znana, postopek je zaščiten). Trenutek 3 je pri proporcionalnih procesih določen z ustaljenim stanjem, pri integrirnih procesih pa z drugimi pravili. V tem trenutku se izhod regulatorja povrne v prvotno vrednost. V področju 4 se oceni prisotnost šuma. Če je le-ta znatna, se zmanjša diferencirni čas, saj bi se sicer motnje preveč ojačevale.

Avtomatsko prilagajanje

Avtomatsko prilagajanje (angl. self tuning - STUN) se (če je seveda izbrano) izvaja med zaprtozančnim delovanjem, t.j. v stanju avtomatsko. Funkcija je neaktivna, če je regulacijski pogrešek manjši od dvakratne vrednosti šumnega praga. Le-tega predpiše uporabnik. Če pogrešek postane večji, se funkcija aktivira in iz časovnega poteka pogreška se določijo nekatere značilke. Le-te v primeru stopničaste spremembe reference ali pa motnje prikazuje slika 4.56.



Slika 4.56: Značilke, ki jih upošteva funkcija EXACT:

- a) Odziv na stopničasto spremembo reference
- b) Odziv na motnjo

Glede na označene značilke se v obeh primerih na enak način izračunata dušenje in prevzpon

$$\text{dušenje} = -\frac{e_2}{e_1} \qquad \text{prevzpon} = \frac{e_3 - e_2}{e_1 - e_2}$$

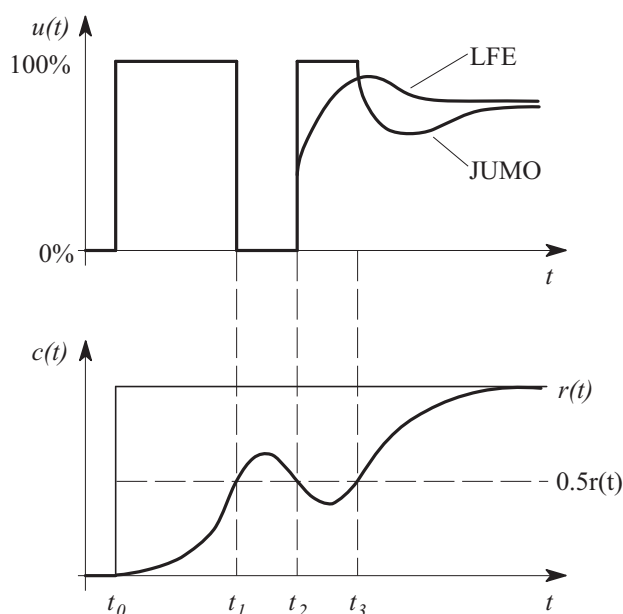
pomembno vlogo pa ima tudi perioda T . Ta je približno enaka kritični periodi (T_{KR}). Za določitev konstant T_I in T_D se zato uporabijo nekoliko izboljšana pravila Zieglerja in Nicholosa. Če je prevladujoč čas zaostajanja, se izberejo nekoliko manjše konstante T_I in T_D , če pa prevlada čas izravnave, pa vzamemo nekaj večje vrednosti, kot nam jih podajajo Ziegler - Nicholsova pravila. Na koncu se določi ojačenje regulatorja K_P tako, da vrednosti dušenja in prevzpona nista večji od tistih, ki jih je predpisal uporabnik. Ob tem se nekoliko lahko spremenita tudi vrednosti T_I in T_D .

Pogosto je regulacijski sistem nadkritično dušen, zato ne dobimo treh vrhov, kot prikazuje slika 4.56. V tem primeru se določijo neke fiktivne vrednosti e_2 in e_3 , nato pa se izvede prej opisani postopek.

Med obratovanjem se parametri regulatorja bistveno ne spreminjajo, če se ne spreminjajo parametri procesa ali karakter (oblika) motenj. $\square$

Primer 4.16 Regulatorji 2003 in 2004 (LFE Instruments), DICON SM in dTRON (JUMO Process Controls)

Avtomatsko nastavljanje s stopničasto spremembo na izhodu regulatorja je včasih zelo nepraktično, včasih tudi težko izvedljivo. Omenjeni regulatorji rešujejo problem tako, da med prehodnim pojavom pri spremenjeni referenci generirajo na svojem izhodu kratko stopničasto sekvenco (Vandoren, 1993). Postopek prikazuje slika 4.57.



Slika 4.57: Avtomatsko nastavljanje pri regulatorjih proizvajalcev LFE in JUMO

V trenutku, ko operator sproži spremembo referenčne veličine (trenutek t_0), postavi regulator na svojem izhodu maksimalno vrednost. Preden regulirana veličina doseže novo referenčno vrednost (v primeru na sliki, ko doseže 50% nove referenčne vrednosti), t.j. v trenutku t_1 , postavi regulator na izhodu minimalno vrednost. Iz določenih značilk, ki jih regulator izlušči iz poteka regulirane veličine $c(t)$, iz zahtev operaterja in z uporabo Ziegler - Nicholsovih pravil se določijo parametri regulatorja. Od trenutka t_2 dalje deluje regulator proizvajalca LFE v normalnem režimu s prej izračunanimi parametri. Regulator proizvajalca JUMO pa generira na izhodu ponovno 100% signal do trenutka t_3 , ko izračuna in nastavi parametre in preide v normalni način delovanja. $\square$

4.4 Praktični problemi pri delovanju regulatorjev

Do sedaj smo se v glavnem omejili na najbolj vitalni del regulatorja, na regulacijski algoritem. Vendar pa je potrebno za uspešno delovanje na realnem procesu upoštevati še celo vrsto dejavnikov. Ti se zlasti enostavno lahko upoštevajo pri računalniški realizaciji regulatorjev. Če analiziramo programsko opremo nekega računalniško izvedenega industrijskega regulatorja, vidimo, da regulacijski algoritem predstavlja manjši del celotnega programskega modula. Preostali del je običajno namenjen filtriranju vhodnih signalov, realizaciji preklopa ročno - avtomatsko, zaščiti pred integralskim pobegom, realizaciji direktnega ali reverznega delovanja, alarmiranju, itd.

4.4.1 Filtriranje vhodnih signalov

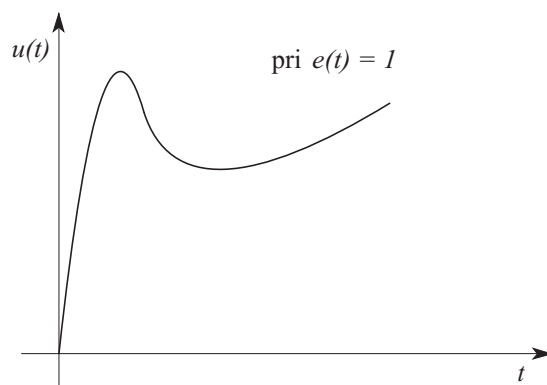
Industrijski regulatorji delujejo v zelo motenem okolju. Zato pretvorjena regulirana veličina, ki jo regulator sprejema, običajno vsebuje motnje. Zaradi tega imajo regulatorji na vходу nizkopasovne filtre, ki izločajo motilne signale. V najenostavnejši izvedbi je filter kar sistem 1. reda, tako da *PID* algoritem dobi obliko

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{100\%}{PB[\%]} \frac{1}{T_r s + 1} \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T' s + 1} \right) \quad (4.96)$$

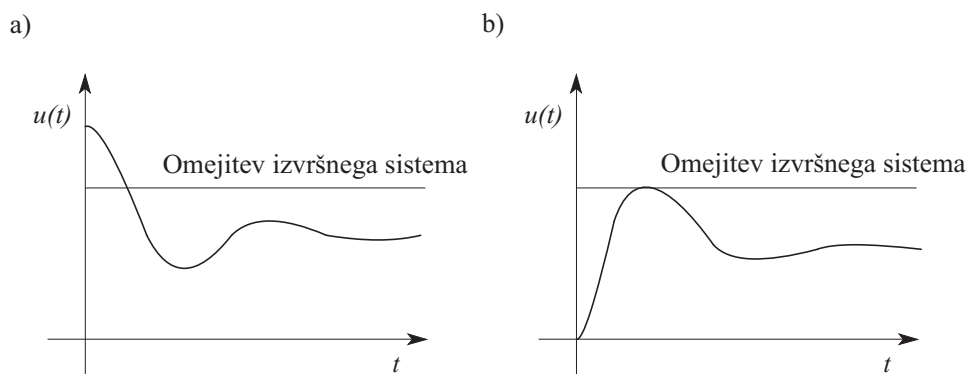
Tak regulator ima odziv na stopničasti pogrešek, kot ga prikazuje slika 4.58.

Pri tem je potrebno paziti, da je časovna konstanta filtra T_r zadosti majhna oz. mejna frekvenca filtra $\frac{1}{T_r}$ dovolj velika, da filter preveč ne zmanjša hitrega učinkovanja *P* in *D* člena regulatorja.

S primerno izbiro mejne frekvence oz. časovne konstante filtra lahko rešujemo tudi problem omejenega področja izvršnih sistemov. Le-ti ne morejo slediti signalu regulatorja pri visokofrekvenčnih motnjah ali pri hitrih spremembah reference. Tak problem prikazuje slika 4.59a. Z dodatnim dušenjem, ki ga vnese filter, pa signal regulatorja ne preseže področja izvršnega sistema (slika 4.59b).



Slika 4.58: Odziv PID regulatorja z dodatnim vhodnim filtrom na stopničasti signal pogreška



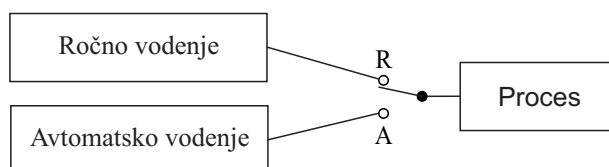
Slika 4.59: Potek regulirne veličine: a) pri PID regulatorju
b) pri dodatnem filtriranju

4.4.2 Preklop ročno - avtomatsko

Vsak industrijski regulator omogoča, da ga lahko preklapljamo med ročnim in avtomatskim načinom delovanja. V ročnem načinu delovanja ima nadzor nad procesom operater, ki ročno s pomočjo posebnega gumba vodi proces (preko izvršnega sistema) tako, da regulirana veličina dobi želeno (delovno) vrednost. Nato običajno prevrže regulator v stanje avtomatsko. V avtomatskem načinu delovanja pa odloča o vrednosti regulirnega signala regulacijski algoritem. Ročni način delovanja je najbolj značilen pri zagonu procesa, kajti funkcija regulatorja je običajno le, da ustrezno deluje v delovni točki.

Če sta sistema za ročno in avtomatsko generiranje regulirnega signala med seboj

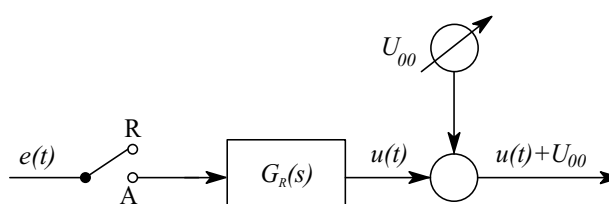
nepovezana, pride pri preklopu do tako imenovanega udara (bump), ker se regulirna veličina hipoma spremeni. Tak udar ni zaželen (dopusten) v regulacijskem sistemu. Nedopustno preklapljanje nepovezanih sistemov prikazuje slika 4.60.



Slika 4.60: Udar ni način preklapljanja med ročnim in avtomatskim delovanjem

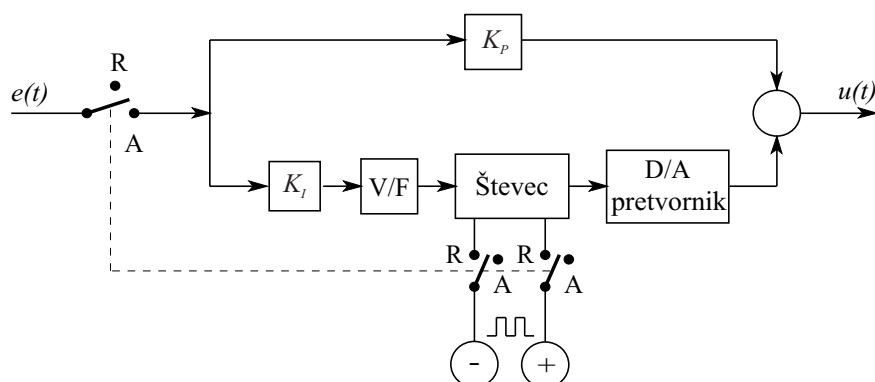
Sodobni regulatorji omogočajo prekop med ročnim in avtomatskim delovanjem in obratno brez udarov (bumpless transfer). V avtomatskem delovanju mora sistem za ročno vodenje slediti regulirnemu signalu, ki ga generira regulator, tako da pri preklopu v ročno izvršni sistem ne čuti nobene spremembe. Prav tako mora v delovanju ročno izhod regulatorja slediti signalu, ki ga generira sistem za ročno vodenje, tako da pri preklopu v avtomatski režim izvršni sistem ne čuti sprememb in začne I del regulatorja integrirati od vrednosti, ki jo je določil ročni režim. Tudi v primeru, da je v trenutku preklopa iz ročnega v avtomatski način delovanja obstajal pogrešek, ne sme priti do udara, saj se mora pred preklopom I del regulatorja tako spremeniti, da ob preklopu ne bo razlike na regulirni veličini (op. to je možno doseči le, če ima regulator I del).

Najenostavnejšo izvedbo brezudarnega preklopa prikazuje slika 4.61. Udar pa ni le v primeru, če je v trenutku preklopa pogrešek $e(t)$ enak nič.



Slika 4.61: Najenostavnejša izvedba brezudarnega preklopa
(R - ročno, A - avtomatsko)

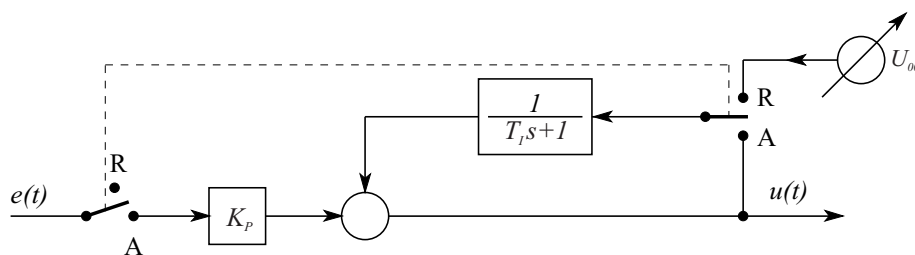
Poznamo še številne druge izvedbe. Nekatere temeljijo na I členu regulatorja, katerega 'spomin' je skupen tako pri avtomatskem kot pri ročnem vodenju. Eno od možnih izvedb PI regulatorja prikazuje slika 4.62. I del PI regulatorja je realiziran z napetostno frekvenčnim pretvornikom, ki napetost pogreška pretvori v frekvenco, in s števcem, ki šteje impulze. Vsebina števca pa se preko D/A



Slika 4.62: Izvedba PI regulatorja z napetostno - frekvenčnim pretvornikom (R - ročno, A - avtomatsko)

(digitalno - analognega) pretvornika pretvarja v napetostni signal. Če je npr. pogrešek konstanten, potem je frekvenca konstantna, vsebina števca se linearno povečuje in signal na D/A pretvorniku tudi linearno narašča. Tako deluje regulator v načinu avtomatsko. Če ga sedaj prestavimo v delovanje ročno, se v primeru, da smo to storili pri pogrešku nič, regulirna veličina ne spremeni, saj odklopljen proporcionalni del zaradi pogreška nič ne učinkuje, D/A pretvornik pa drži vrednost integrirnega člena. Če pa obstaja pogrešek, regulator v nekem prehodnem intervalu (npr. nekaj 100 ms) še zadrži vrednost iz stanja avtomatsko, med tem pa se vrednost števca modificira tako, da pri preklopu na ročno ni nikakršne razlike. V položaju ročno lahko nato operater s pritiskom na gumb $\oplus$ ali $\ominus$ povečuje ali zmanjšuje vsebino števca in tako vpliva na regulirano veličino. Običajno toliko časa spreminja regulirno veličino, da postane regulirana veličina enaka željeni veličini (pogrešek nič). Če v tem trenutku operater preklopi v avtomatsko delovanje, ni nobene spremembe na regulirni veličini. Če pa v trenutku preklopa obstaja pogrešek, mora regulator v prehodnem intervalu spremeniti vsebino števca tako, da takoj ob preklopu ni nobene spremembe v regulirni veličini. Vendar mora tudi v tem primeru v prehodnem intervalu regulirna veličina zadržati vrednost iz ročnega načina delovanja, kljub temu, da se vrednost števca spreminja. Postopek deluje tudi v primeru, če ne uporabljamo I člena ($K_I = 0$).

Eno od možnosti brezudarne izvedbe pri preklopu ročno - avtomatsko prikazuje tudi slika 4.63. V delovanju ročno preko prenosne funkcije $\frac{1}{T_I s + 1}$, ki ima ojačenje 1, operater ročno vodi proces. Če v ustaljenem stanju pri $e = 0$ preklopi v avtomatsko, se na regulirni veličini ne zgodi nikakršna sprememba, saj je sistem 1. reda še vedno vzbujen z enakim signalom. Pri tem pa je prenosna funkcija

Slika 4.63: *PI* regulator brez udara pri preklopu ročno - avtomatsko

regulatorja

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P \frac{1}{1 - \frac{1}{T_I s + 1}} = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (4.97)$$

torej je to *PI* regulator. Vendar mora operater pri takšni enostavni izvedbi regulatorja paziti, da vedno preklaplja iz ročnega načina v avtomatski način, ko je pogrešek enak nič, sicer pride do udara zaradi *P* dela regulatorja. Tudi pri preklopu iz avtomatskega v ročno delovanje ne pride do udara, če ni pogreška, saj se morebitna razlika prenese preko sistema prvega reda (se filtrira).

Sicer pa udar zaradi končnega pogreška ni tako kritičen, ker operater običajno preklopi pri majhnem pogrešku. Omenili smo tudi že, da industrijski regulatorji nimajo idealnega *P0* delovanja ampak zaradi dodatnega filtriranja zakasnjeno delovanje, tako da tudi pri preklopu iz ročnega v avtomatsko delovanje dobimo "filtriran udar" zaradi končnega pogreška. Nekateri regulatorji pa ob preklopu naredijo počasen prehod pogreška od nič do dejanske vrednosti (pri preklopu ročno - avtomatsko) ali od dejanske vrednosti proti nič (pri preklopu avtomatsko - ročno), kar je pravzaprav spet nek sistem prvega reda na vhodu regulatorja, le da ta učinkuje le ob preklapih. Obstaja pa tudi taka rešitev, da se v trenutku preklopa iz ročnega v avtomatski režim spremeni referenca tako, da postane pogrešek enak nič, nakar se referenca z nekim počasnim prehodom spet postavi na ustrezno vrednost.

Preklop med ročnim in avtomatskim delovanjem in obratno je možno enostavno in učinkovito izvesti predvsem v računalniško izvedenih regulatorjih.

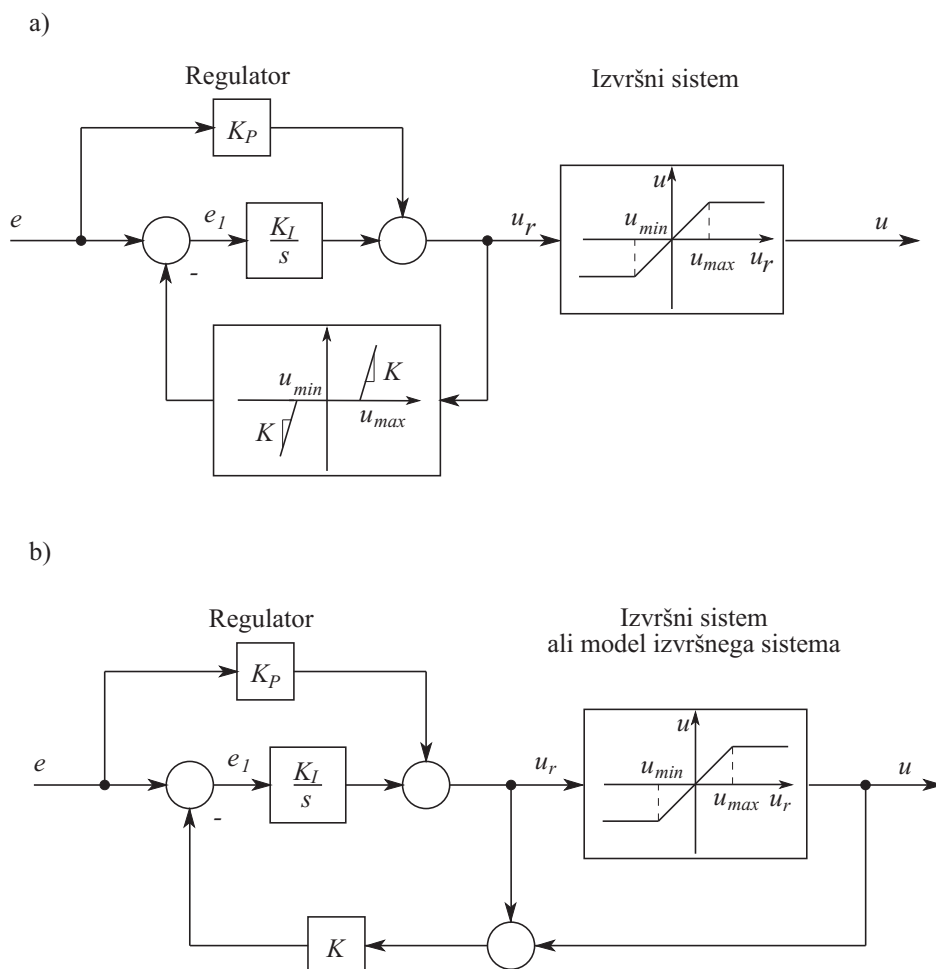
4.4.3 Integralski pobeg in ustrezna zaščita

Dinamično področje delovanja členov izvršnih sistemov je vedno omejeno. Tipični elementi so npr. ventili, ki jih lahko reguliramo le med popolnim zaprtjem in popolnim odprtjem. Če se v povezavi s takimi elementi uporablja integrirni člen v regulatorju, lahko pride do t.i. integralskega pobega. Izvršni sistem pride npr. med reguliranjem v nasičenje, zato se pogrešek mnogo počasneje manjša, kot če nasičenja ne bi bilo. Zaradi integracije pogreška izhod I člena regulatorja in s tem regulatorja dobi velike vrednosti, kar pa seveda nima nikakršnega učinka na regulirano veličino. Ko kljub počasnejšemu prehodnemu pojavu pogrešek postane nič, mora nekaj časa delovati še negativni pogrešek, da zmanjša vrednost na integratorju. Zato je regulirna veličina precej dolgo v nasičenju in regulirana veličina dobi običajno velik prevzpon v prehodnem pojavu.

Glavna ideja zaščite pred integralskim pobegom je v tem, da je potrebno zaznati, kdaj izvršni sistem preide v nasičenje. V trenutku, ko se to dogodi, je potrebno zaustaviti integracijo I dela regulatorja, oz. vplivati na I člen tako, da bo zagotavljal natančno tako regulirno veličino, ki bo pripeljala izvršni sistem na mejo nasičenja. Sliki 4.64a in 4.64b prikazujeta dve shemi za zaščito pred integralskim pobegom.

V obeh primerih predpostavljamo, da ima izvršni sistem omejitveno karakteristiko zunaj linearne območja. Shema a zahteva, da poznamo meje u_{min} in u_{max} pri katerih pride izvršni sistem v nasičenje. Na osnovi te karakteristike damo v povratno zanko nelinearnost z mrtvo cono med u_{min} in u_{max} . Če izhod regulatorja pride iz območja $u_{min} < u < u_{max}$, je izvršni sistem v nasičenju. Okoli integratorja se takrat zaradi velikega K vspostavi močna negativna povratna zanka, ki spremeni izhod regulatorja na vrednost u_{min} oz. u_{max} . Pri shemi b pa potrebujemo izhodni signal modela izvršnega sistema (le-ta je vključen v regulator) ali pa kar izhodni signal izvršnega sistema, kar precej podraži izvedbo. Dokler izvršni sistem deluje v linearnem območju, povratna zanka ne učinkuje, ker velja $u = u_r$ (predpostavljamo naklon karakteristike izvršnega sistema skupaj z merilnikom 45°), ko pa je $u_r > u_{max}$ oz. $u_r < u_{min}$ velja $u = u_{max}$ oz. $u = u_{min}$ in negativna povratna zanka spremeni izhod regulatorja na u_{min} oz. u_{max} . V obeh opisanih primerih je K dodatni parameter, ki ga je treba smiselno izbrati. Nekatere metode priporočajo $K = \frac{1}{K_P}$.

Izvedba zaščite pred integralskim pobegom je posebno enostavna pri računalniško izvedenih regulatorjih. Eno od možnih tovrstnih izvedb predstavlja tudi t.i. inteligentni *PID* regulator. V tem primeru I člen deluje le tedaj, če je pogrešek



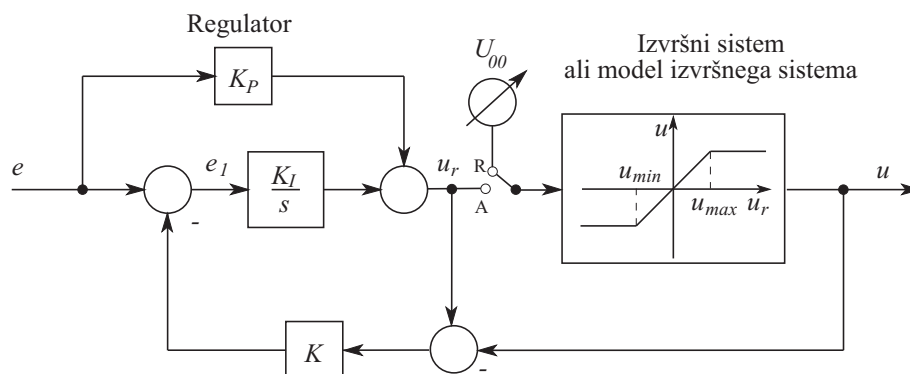
Slika 4.64: Zaščita pred integralskim pobegom:

- a) s povratno zanko pri integratorju
- b) s povratno zanko iz izhoda modela ali izvršnega sistema

v nekem majhnem tolerančnem področju, sicer regulator deluje kot P ali PD . Uporabnik mora smiselno izbrati širino tega področja, ki predstavlja dodatni parameter regulatorja.

Slika 4.65 pa prikazuje, kako z dopolnitvijo sheme, ki jo prikazuje slika 4.64b hkrati rešimo problem integralskega pobega in preklopa ročno - avtomatsko. V stanju ročno da integrirni del regulatorja natančno tak prispevek regulirni veličini, da je vsota proporcionalnega in integrirnega signala regulatorja u_r enaka signalu U_{00} oz. signalu u (predpostavimo naklon omejitvene karakteristike 45°). Vsaka razlika se izniči preko močne povratne vezave okoli integrirnega dela. Pri preklopu

v način avtomatsko tako ni nikakršnega udara.

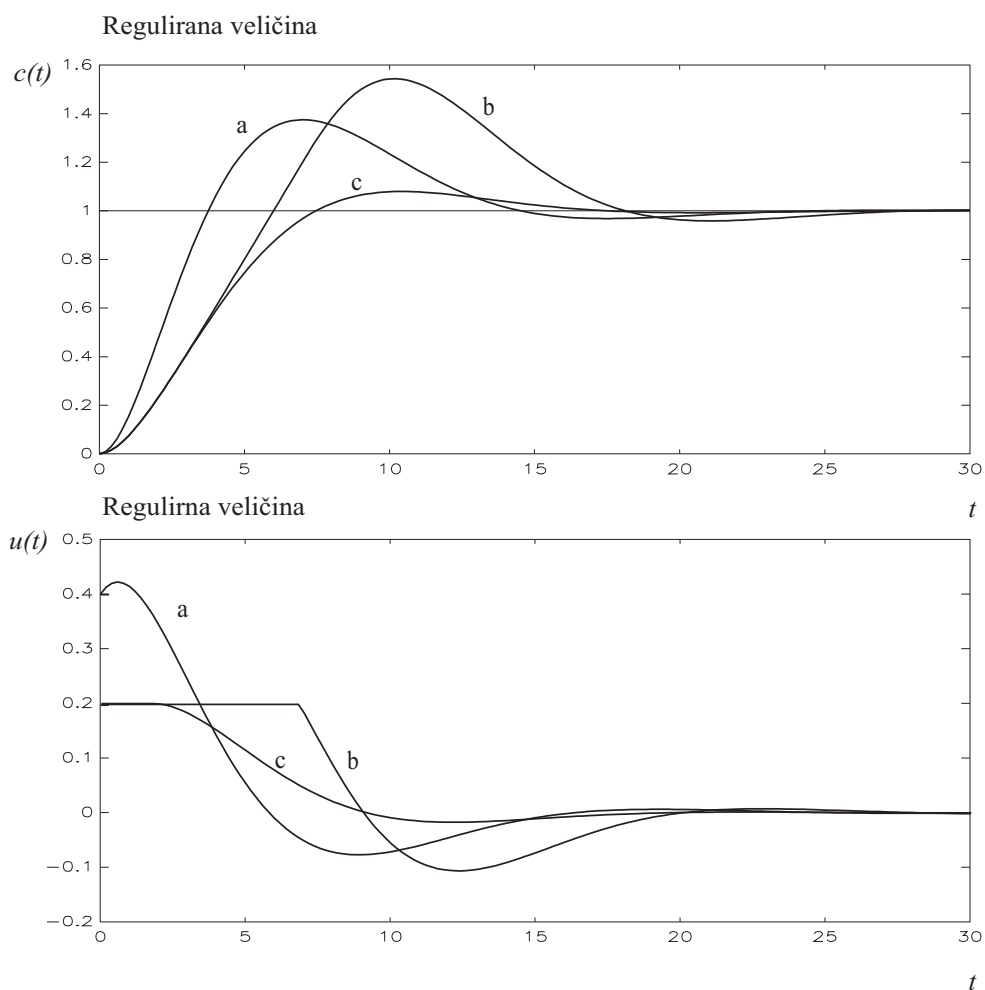


Slika 4.65: Preklop ročno - avtomatsko in zaščita pred integralskim pobegom

Primer 4.17 V regulacijskem sistemu s procesom $G_P(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ in PI regulatorjem $G_R(s) = 0.4(1 + \frac{1}{5s})$ je regulirna veličina omejena na ± 0.2 . Določimo časovne poteke značilnih veličin pri stopničasti spremembi reference.

Zaradi nelinearnosti sheme za zaščito pred integralskim pobegom je analitično zelo težko izračunati odzive. Zato uporabimo simulacijo. Slika 4.66 prikazuje regulirano in regulirno veličino pri stopničasti spremembi reference. Krivulji *a* prikazujeta regulirano in regulirno veličino v primeru, če izvršni sistem nima omejitve. Vidimo, da je maksimalna regulirna veličina približno 0.42. Ustajena vrednost regulirne veličine je enaka nič, ker je proces $G_P(s)$ sistem 1. vrste. Pri krivuljah *b* je regulirni signal omejen s ± 0.2 . Ker se regulirana veličina bolj počasi vzpenja, je v začetnem delu prehodnega pojava večji pogrešek, kar se zlasti pozna na integrirnem delu regulatorja, ki generira zelo velike vrednosti. Ko regulirana veličina seka linijo zelene vrednosti (1), pogrešek sicer obrne predznak, vendar integracija v *I* delu v negativni smeri potrebuje določen čas, da skupaj s *P* delom da regulirni signal, manjši od 0.2. Zato ima regulirana veličina velik prevzpon. Krivulji *c* pa predstavljata razmere pri vgrajeni zaščiti pred integralskim pobegom (po shemi 4.64a). V tem primeru se izhod *I* dela regulatorja ne more povečevati med nasičenjem regulirne veličine in kmalu se pogrešek tako zmanjša, da izhod *P* dela regulatorja upade in skupna regulirna veličina postane manjša od maksimalne. Zaradi hitrejšega učinkovanja ima odziv bistveno manjši prevzpon.

□



Slika 4.66: Potek regulirane in regulirne veličine:

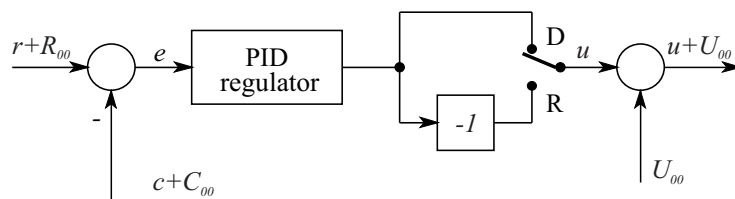
- a) če regulirni signal ni omejen
- b) če je regulirni signal omejen
- c) če je vgrajena zaščita pred integralskim pobegom

4.4.4 Direktno in reverzno delovanje regulatorja

V do sedaj obravnavanih regulacijskih shemah smo običajno razmišljali tako: če se regulirana veličina zmanjšuje, se regulirna veličina povečuje (če naprimer temperatura upada, se povečuje moč grelnika). Na ta način dosežemo negativno povratno zanko in stabilno delovanje s pomočjo regulacijskega dela. Takemu delovanju regulatorja pravimo direktno delovanje. Včasih pa je potrebno povečati regulirno veličino v primeru, če regulirana veličina narašča. Tak primer imamo

npr. pri hlajenju jedrskega reaktorja s hladilno tekočino. Če temperatura v reaktorju narašča, je potrebno bolj odpreti ventil za dovajanje hladilne tekočine. Takemu načinu delovanja pa pravimo reverzno delovanje regulatorja. Le-to je možno doseči tako, da definiramo pogrešek kot $e = c - r$ (doslej smo vedno upoštevali $e = r - c$), ali pa, da pomnožimo izhod regulatorja z (-1) . V tem primeru regulator torej ne obrača predznaka, ker se le-ta obrača v karakteristiki aktuatorja, končnega izvršnega člena ali procesa (povečanje regulirne veličine - zmanjšanje regulirane veličine, npr. večje odprtje ventila - manjša temperatura v jedrskem reaktorju).

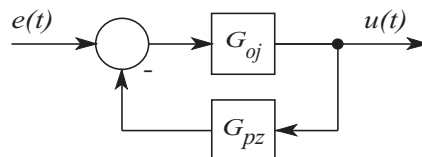
Nekateri regulatorji omogočajo preklop med direktnim in reverznim delovanjem. Princip tega delovanja prikazuje slika 4.67. Pri računalniških regulatorjih taka izvedba ni problematična, saj lahko parametre regulatorja nastavimo tudi na negativne vrednosti.



Slika 4.67: Preklop med direktnim (D) in reverznim (R) delovanjem

4.5 Izvedbe PID regulatorjev

Delovanje PI , PD in PID realiziramo običajno tako, da pripeljemo izhodni signal ojačevalnika preko člena v povratni zvezi na sumacijsko točko, kjer signal povratne zveze odštejemo od pogreška. Slika 4.68 prikazuje bločno shemo regulatorja s tako povratno zvezo.



Slika 4.68: Bločna shema regulatorja s povratno zvezo

Prenosna funkcija regulatorja je zato

$$G_R = \frac{G_{oj}}{1 + G_{oj}G_{pz}} = \frac{1}{\frac{1}{G_{oj}} + G_{pz}} \quad (4.98)$$

Običajno je $G_{oj} \gg 1$ in prenosna funkcija regulatorja je obratna vrednost prenosne funkcije povratne zveze

$$G_R \doteq \frac{1}{G_{pz}} \quad (4.99)$$

Zvezni regulator s prehitevalno povratno zvezo

Povratni zvezi pravimo, da je prehitevalna, če ima diferencirno delovanje. Če uporabimo v direktni veji $P0$ člen, v povratni zvezi pa $D1$ člen, velja

$$G_{oj} = K_{oj} \quad G_{pz} = \frac{K_{pz}s}{T_{pz}s + 1} \quad (4.100)$$

$$G_R = \frac{1}{\frac{1}{K_{oj}} + \frac{K_{pz}s}{T_{pz}s + 1}} = \frac{T_{pz}s + 1}{\frac{T_{pz}s + 1}{K_{oj}} + K_{pz}s} \quad (4.101)$$

Pri velikem ojačenju K_{oj} se izraz poenostavi v obliko

$$G_R = \frac{T_{pz}}{K_{pz}} \left(1 + \frac{1}{T_{pz}s} \right) \quad (4.102)$$

To pa je prenosna funkcija PI regulatorja z ojačenjem $K_P = \frac{T_{pz}}{K_{pz}}$ in z integrirnim časom $T_I = T_{pz}$.

Zvezni regulator z zakasnilno povratno zvezo

Če je za povratno zvezo značilna karakteristika sistema 1. reda, pravimo, da je zakasnilna. V direktni veji uporabimo $P0$ člen, v povratni zvezi pa $P1$ člen

$$G_{oj} = K_{oj} \quad G_{pz} = \frac{K_{pz}}{T_{pz}s + 1} \quad (4.103)$$

Prenosna funkcija regulatorja je

$$G_R = \frac{1}{\frac{1}{K_{oj}} + \frac{K_{pz}}{T_{pz}s+1}} = \frac{K_{oj}(T_{pz}s+1)}{T_{pz}s+1+K_{pz}K_{oj}} = \frac{\frac{K_{oj}}{1+K_{pz}K_{oj}}(T_{pz}s+1)}{\frac{T_{pz}}{1+K_{pz}K_{oj}}s+1} \quad (4.104)$$

Regulator ima *PD* značaj z dodatnim zakasnilnim delovanjem (*PD1*). Takšna dodatna zakasnitev je tipična za industrijske regulatorje, saj imajo le-ti pogosto na vходу nizkopasovni filter, ki izloči visokofrekvenčne motnje. Takšen regulator podamo v obliki

$$G_R = \frac{K_P}{T_R s + 1} (1 + T_D s) \quad (4.105)$$

kjer je

ojačenje	K_P	$=$	$\frac{K_{oj}}{1 + K_{pz}K_{oj}}$
diferencirni čas	T_D	$=$	T_{pz}
časovna konstanta	T_R	$=$	$\frac{T_{pz}}{1 + K_{pz}K_{oj}}$

Pri velikem K_{oj} se regulator približa idealnemu *PD* regulatorju (*PD0*) z ojačenjem $K_P = \frac{1}{K_{pz}}$ in $T_D = T_{pz}$.

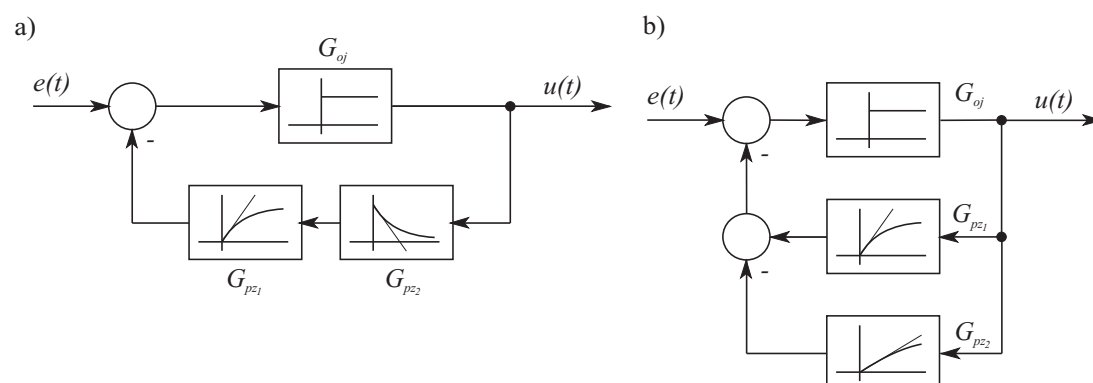
Zvezni regulator z zakasnilno – prehitevalno povratno zvezo

Uporaba zakasnilno - prehitevalne povratne zveze daje karakteristiko *PID* regulatorja. Dobimo jo s serijsko povezavo zakasnilnega in prehitevalnega člena ali z dvema paralelnima zakasnilnima členoma v povratni zvezi. Obe možnosti prikazuje slika 4.69.

Če uporabimo izvedbo, ki jo prikazuje slika 4.69a, velja pri velikem K_{oj}

$$G_{pz} = G_{pz1} G_{pz2} = \frac{K_{pz1}}{T_{pz1}s+1} \frac{K_{pz2}s}{T_{pz2}s+1} \quad (4.106)$$

$$\begin{aligned} G_R &\doteq \frac{1}{G_{pz}} = \frac{1 + (T_{pz1} + T_{pz2})s + T_{pz1}T_{pz2}s^2}{K_{pz1}K_{pz2}s} = \\ &= \frac{T_{pz1} + T_{pz2}}{K_{pz1}K_{pz2}} \left(1 + \frac{1}{(T_{pz1} + T_{pz2})s} + \frac{T_{pz1}T_{pz2}}{T_{pz1} + T_{pz2}}s \right) \end{aligned} \quad (4.107)$$



Slika 4.69: *PID* regulator: a) zakasnilni in prehitevalni člen
b) dva zakasnilna člena

Torej smo dobili idealni *PID* regulator s parametri

$$K_P = \frac{T_{pz1} + T_{pz2}}{K_{pz1}K_{pz2}} \quad T_I = T_{pz1} + T_{pz2} \quad T_D = \frac{T_{pz1}T_{pz2}}{T_{pz1} + T_{pz2}} \quad (4.108)$$

Z izbiro ustreznih dinamičnih elementov v direktni veji in v povratni zanki lahko realiziramo prav vsako željeno regulacijsko funkcijo. Le-te so lahko tudi kompleksnejše od *PID* regulatorjev. Obravnavani pristop velja tako za električne, kot tudi za hidravlične oz. pnevmatske regulatorje.

Izvedba analognega električnega (elektronskega) *PID* regulatorja

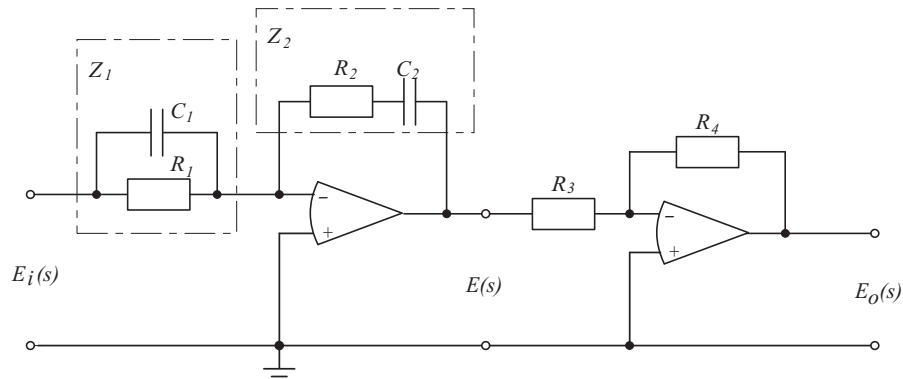
Analogni električni (elektronski) *PID* regulator realiziramo s pomočjo operacijskih ojačevalnikov z ustreznimi elementi v direktni in povratni veji. Eno od izvedb prikazuje slika 4.70.

Prenosno funkcijo $E(s)/E_i(s)$ podaja enačba

$$\frac{E(s)}{E_i(s)} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad (4.109)$$

kjer sta impedanci

$$Z_1 = \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} \quad Z_2 = \frac{R_2 C_2 s + 1}{C_2 s}$$

Slika 4.70: Analogni električni (elektronski) *PID* regulator

Torej je

$$\frac{E(s)}{E_i(s)} = - \left(\frac{R_2 C_2 s + 1}{C_2 s} \right) \left(\frac{R_1 C_1 s + 1}{R_1} \right) \quad (4.110)$$

Ojačenje drugega operacijskega ojačevalnika je

$$\frac{E_o(s)}{E(s)} = - \frac{R_4}{R_3} \quad (4.111)$$

Zato je celotna prenosna funkcija

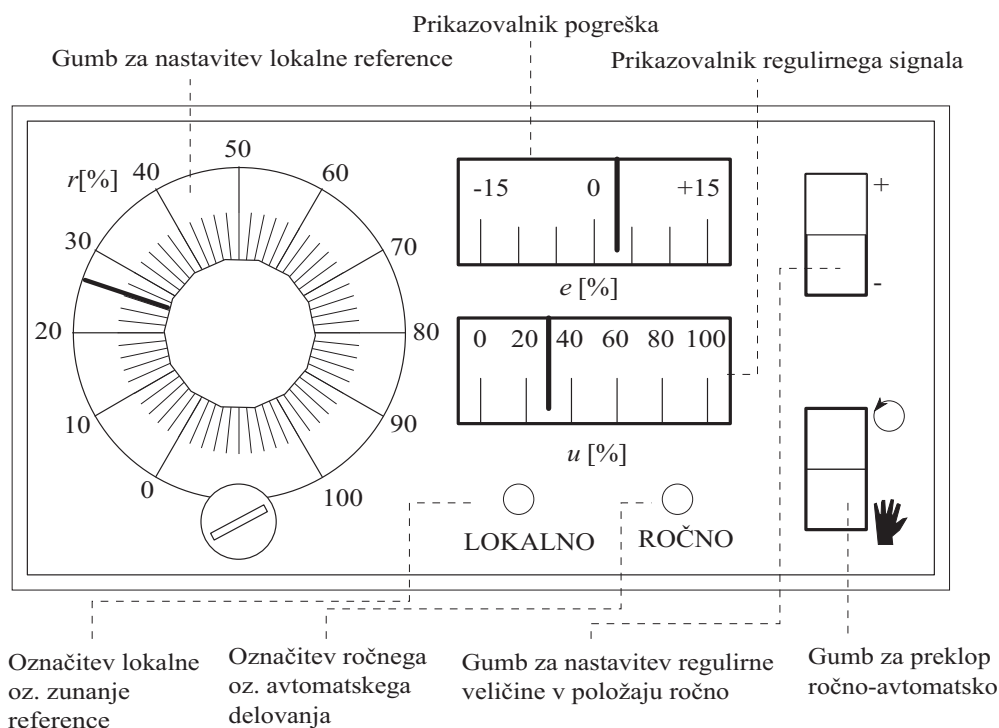
$$\begin{aligned} \frac{E_o(s)}{E_i(s)} &= \frac{E_o(s)}{E(s)} \frac{E(s)}{E_i(s)} = \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{R_2 C_2 s} \\ &= \frac{R_4 R_2}{R_3 R_1} \left(\frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2 s} + R_1 C_1 s \right) = \\ &= \frac{R_4 (R_1 C_1 + R_2 C_2)}{R_3 R_1 C_2} \left[1 + \frac{1}{(R_1 C_1 + R_2 C_2) s} + \frac{R_1 C_1 R_2 C_2}{R_1 C_1 + R_2 C_2} s \right] \end{aligned} \quad (4.112)$$

Parametri regulatorja so

$$\begin{aligned} K_P &= \frac{R_4 (R_1 C_1 + R_2 C_2)}{R_3 R_1 C_2} \\ T_I &= R_1 C_1 + R_2 C_2 \\ T_D &= \frac{R_1 C_1 R_2 C_2}{R_1 C_1 + R_2 C_2} \end{aligned} \quad (4.113)$$

Drugi operacijski ojačevalnik služi kot inverter, omogoča pa tudi nastavitev ojačenja K_P (preko $\frac{R_4}{R_3}$).

Slika 4.71 prikazuje izgled čelne plošče enostavnega elektronskega *PID* regulatorja, ki je namenjen vgradnji v komandne pulte za vodenje in nadzor industrijskih procesov. Na čelni plošči se nahaja gumb za nastavljanje reference, prikazovalnik pogreška in regulirne veličine, gumb za preklop ročno - avtomatsko ter gumb za nastavljanje regulirne veličine v položaju ročno. Nastavitev parametrov regulatorja pa ni naloga operaterja, zato se ustrezni gumbi običajno nahajajo na zadnji strani, kjer so tudi priključnice za pričvrstitev žic.

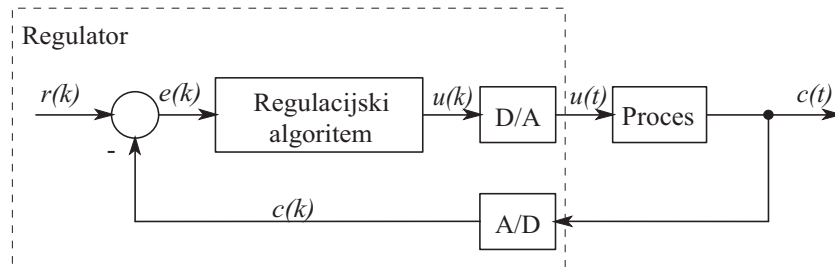


Slika 4.71: Izgled čelne plošče enostavnega elektronskega *PID* regulatorja

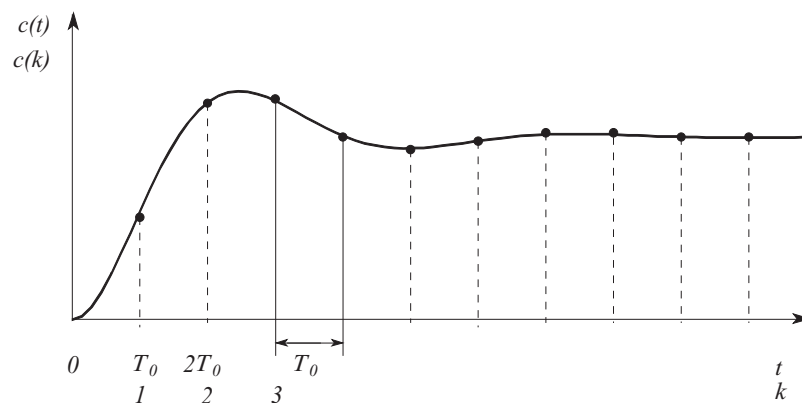
Digitalna (računalniška) izvedba *PID* regulatorja

Klasične hidravlične, pnevmatske in analogne elektronske regulatorje danes vse bolj zamenjujejo digitalno (računalniško) izvedeni regulacijski algoritmi. Taki regulatorji so izjemno fleksibilni, saj je možno s spreminjanjem podatkov ali programa enostavno spreminjati njihove parametre ali celo njihovo strukturo. Zato

pa potrebujemo dodatne pretvorniške elemente, ki omogočajo prenos vzorcev regulirane veličine v računalnik in prenos izračunane regulirne veličine na izvršni sistem. To so A/D (analogno-digitalni) in D/A (digitalno-analogni) pretvorniki. Ustrezno bločno shemo prikazuje slika 4.72, povezavo med zvezno ($c(t)$) in vzorčno regulirano veličino ($c(k)$) pa slika 4.73.



Slika 4.72: Bločna shema regulacijskega sistema z digitalno izvedenim regulatorjem



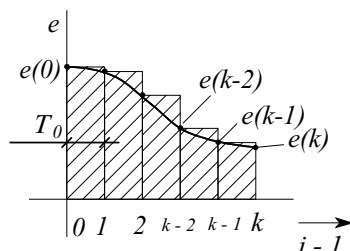
Slika 4.73: Povezava med zvezno in vzorčno veličino

Ker A/D pretvornik jemlje vzorce s časom vzorčenja T_0 , so $r(k)$, $e(k)$, $u(k)$ in $c(k)$ ustrezni vzorci v trenutkih $0, T_0, 2T_0, \dots$. Da lahko programsko realiziramo regulator, je potrebno enačbo zveznega *PID* algoritma

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int e(t) dt + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (4.114)$$

diskretizirati. Če zamenjamo integral z vsoto (slika 4.74), odvod pa z diferenco, dobimo enačbo

$$u(k) = K_P \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k e(i-1) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\} \quad (4.115)$$



Slika 4.74: Numerično integriranje pogreška

Če zapišemo enačbo (4.115) še za $(k-1)$ in odštejemo obe enačbi, dobimo diskretni *PID* algoritem v obliki

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \quad (4.116)$$

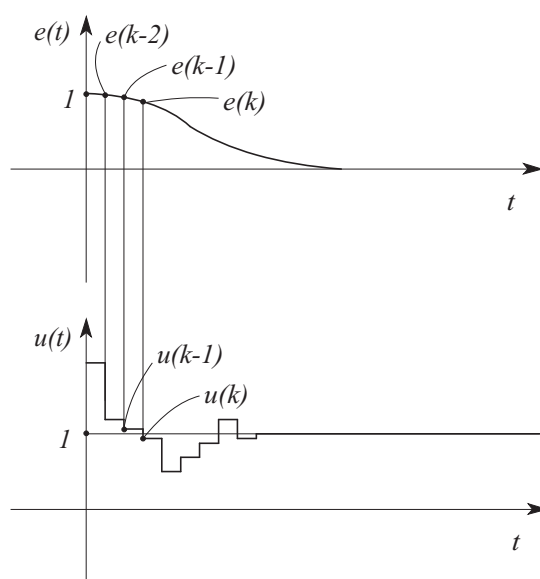
kjer so

$$\begin{aligned} q_0 &= K \left(1 + \frac{T_D}{T_0} \right) \\ q_1 &= -K \left(1 + 2 \frac{T_D}{T_0} - \frac{T_0}{T_I} \right) \\ q_2 &= K \frac{T_D}{T_0} \end{aligned} \quad (4.117)$$

Enačba (4.116) jasno kaže, kako se programsko realizira *PID* regulator. Za izračun sedanje vrednosti regulirne veličine $u(k)$ potrebujemo preteklo vrednost $u(k-1)$ ter sedanjo vrednost signala pogreška $e(k)$ in dve pretekli vrednosti $e(k-1), e(k-2)$. Slika 4.75 prikazuje tipični signal pogreška in regulirni signal pri računalniškem vodenju procesov pri spremembi referenčnega signala za ena pri proporcionalnem procesu z ojačenjem 1.

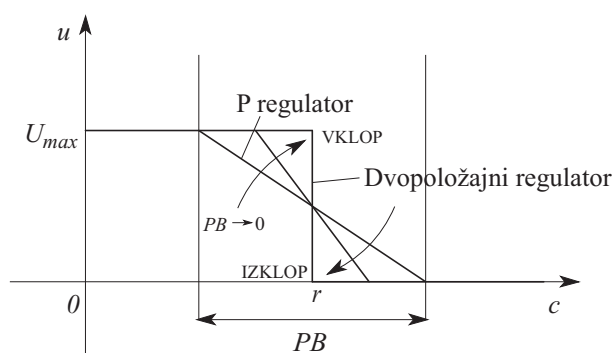
4.6 Stopenjsko delujoči regulatorji

Zvezno delujoči regulatorji generirajo regulirno veličino, ki lahko zavzame vse vrednosti med minimalno in maksimalno vrednostjo. Vendar pa je možno dobiti hitrejši odziv (krajši čas vzpona) na ta način, da že ob relativno majhnih



Slika 4.75: Signal pogreška in regulirni signal pri vodenju z diskretnim PID regulatorjem

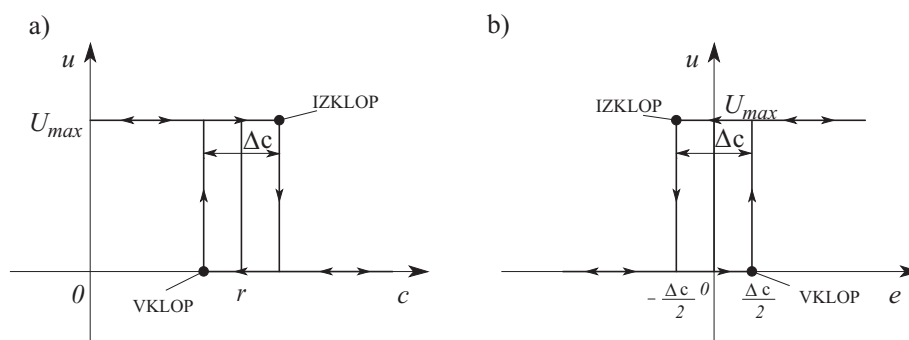
pogreških izvršni sistem pride v nasičenje. Zato si lahko predstavljamo, da nastane stopenjski regulator iz zveznega proporcionalnega regulatorja tako, da mu zmanjšamo proporcionalno območje oz. povečamo ojačenje. V primeru, da je $PB = 0$ oz. $K_P = \infty$, preide statična karakteristika P zveznega regulatorja v statično karakteristiko dvopoložajnega ali ON-OFF regulatorja. Prehod iz P regulatorja v dvopoložajni prikazuje slika 4.76.



Slika 4.76: Prehod iz P zveznega regulatorja v dvopoložajni regulator

4.6.1 Regulatorji z dvopoložajnim delovanjem

Dvopoložajni regulator obratuje v dveh preklonih stanjih - običajno vklop in izklop. Če je regulirana veličina pod vrednostjo reference ali želene vrednosti r , daje regulator pri t.i. direktnem delovanju polni regulirni signal U_{max} , kar predstavlja vklop izvršnega sistema. Če pa je regulirana veličina večja od reference, pa regulator daje vrednost 0 (ali tudi kakšno drugo vrednost U_{min}), kar običajno pomeni, da se končni izvršni člen izključi. Pri reverznem delovanju je ravno obratno. Tak idealni dvopoložajni regulator sicer dobro regulira proces, če le-ta nima večjih zakasnitev, vendar pa pri tem izredno hitro preklaplja (teoretično z neskončno frekvenco, če je proces $P1$). Tehnične izvedbe dvopoložajnih regulatorjev izkazujejo vedno neko histerezo, kar pomeni, da vklop nastopi pri drugi vrednosti kot izklop. Vklop nastopi pri nekoliko pozitivnem pogrešku ($c < r$), izklop pa pri nekoliko negativnem pogrešku ($c > r$). Slika 4.77a prikazuje statično odvisnost regulirne veličine od regulirane veličine, slika 4.77b pa od pogreška regulacijskega sistema. Z Δc je označena velikost histereze. Karakteristiki veljata za direktno delovanje, v primeru reverznega delovanja pa se ustrezno spremenita.



Slika 4.77: Statistični karakteristiki dvopoložajnega regulatorja:

a) $u = f(c)$

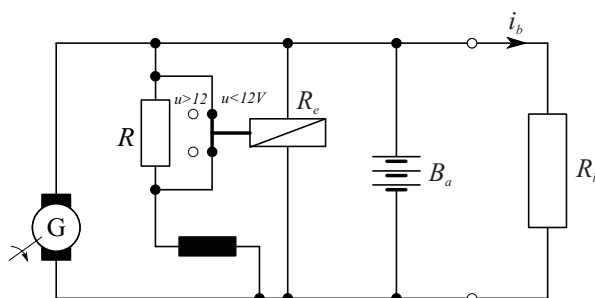
b) $u = f(e)$

Dvopoložajni regulatorji so lahko električni, mehanski, hidravlični, pnevmatski ali kombinirani. Uporabljajo se za regulacijo temperature, tlaka, nivoja, itd. Primerni so tudi za računalniško izvedbo, saj v tem primeru ne potrebujemo D/A pretvornika, ampak vhod izvršnega sistema povežemo na neko digitalno izhodno linijo računalnika.

Prednost dvopoložajne regulacije je predvsem v ceneni izvedbi, medtem ko ima z regulacijskega stališča več slabosti: nihanje regulirane veličine, udari v elek-

tričnem omrežju zaradi vklapljanja in izklapljanja, obraba kontaktov itd. Slednjo lastnost lahko delno odpravimo, če ostane v izklopljenem stanju še zmeraj nek osnovni energijski tok, torej $u = U_{osn} \neq 0$.

Primer dvopoložajnega regulatorja je napetostni regulator v avtomobilu. V poenostavljeni obliki ga prikazuje slika 4.78. Kljub spreminjanju hitrosti di-



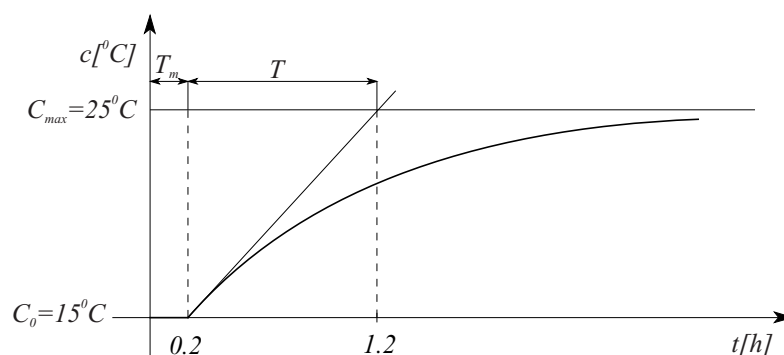
Slika 4.78: Napetostni regulator

nama ali bremenskega toka i_b želimo čim bolj konstantno napetost na upor R_b , ki predstavlja potrošnike (npr. žarometi). To dosežemo z relejem, ki pritegne pri $u < 12 V$. Če je napetost manjša od $12 V$, potem upor R ni vključen v vzbujačno navitje dinama in napetost narašča. Če pa je napetost večja od $12 V$, se vključi upor R , kar zmanjša vzbujačni tok in povzroči zmanjševanje napetosti.

Dvopoložajno reguliranje proporcionalnih procesov

Za boljše razumevanje dvopoložajne regulacije si zamislimo naslednji termični proces: če ne deluje grelnik, je temperatura v prostoru enaka temperaturi okolice C_0 (npr. $15^\circ C$). Če pri tej temperaturi vključimo grelnik, ki daje regulirno veličino $u = U_{max}$ (npr. $5 kW$), se temperatura v prostoru dvigne po prehodnem pojavu na temperaturo C_{max} (npr. $25^\circ C$). Če sedaj izključimo grelnik, se bo temperatura vrnila na začetno temperaturo C_0 zaradi izgub (odvajanje toplote skozi stene, okna,...). Analiza pokaže, da lahko proces za majhne spremembe v delovni točki (temperatura okolice) izrazimo s sistemom 1. reda z mrtvim časom. Odziv, s pomočjo katerega pridemo do modela, prikazuje slika 4.79.

Če za delovno točko izberemo temperaturo okolice, model dobro opisuje prenosna funkcija



Slika 4.79: Potek temperature

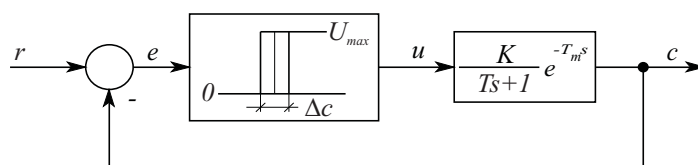
$$G_P(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-T_m s}$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{C_{max} - C_0}{U_{max}} = \frac{10^\circ C}{5 \text{ kW}} = 2^\circ C/kW \\ T &= 1 \text{ h} \quad T_m = 0.2 \text{ h} \end{aligned} \quad (4.118)$$

Merjeni odziv sicer ne izkazuje čistega mrtvega časa, vendar lahko nadkritično dušene sisteme višjega reda zadovoljivo aproksimiramo s sistemom 1. reda in mrtvim časom. Prav tako predpostavljamo, da je časovna konstanta pri gretju in ohlajevanju enaka, kar običajno povsem ne drži.

Vidimo, da z vklopljanjem in izklopljanjem grelnika lahko vzdržujemo temperaturo med C_0 in C_{max} , zlasti pa nekje v sredini tega območja.

Obravnavani regulacijski sistem prikazuje slika 4.80.

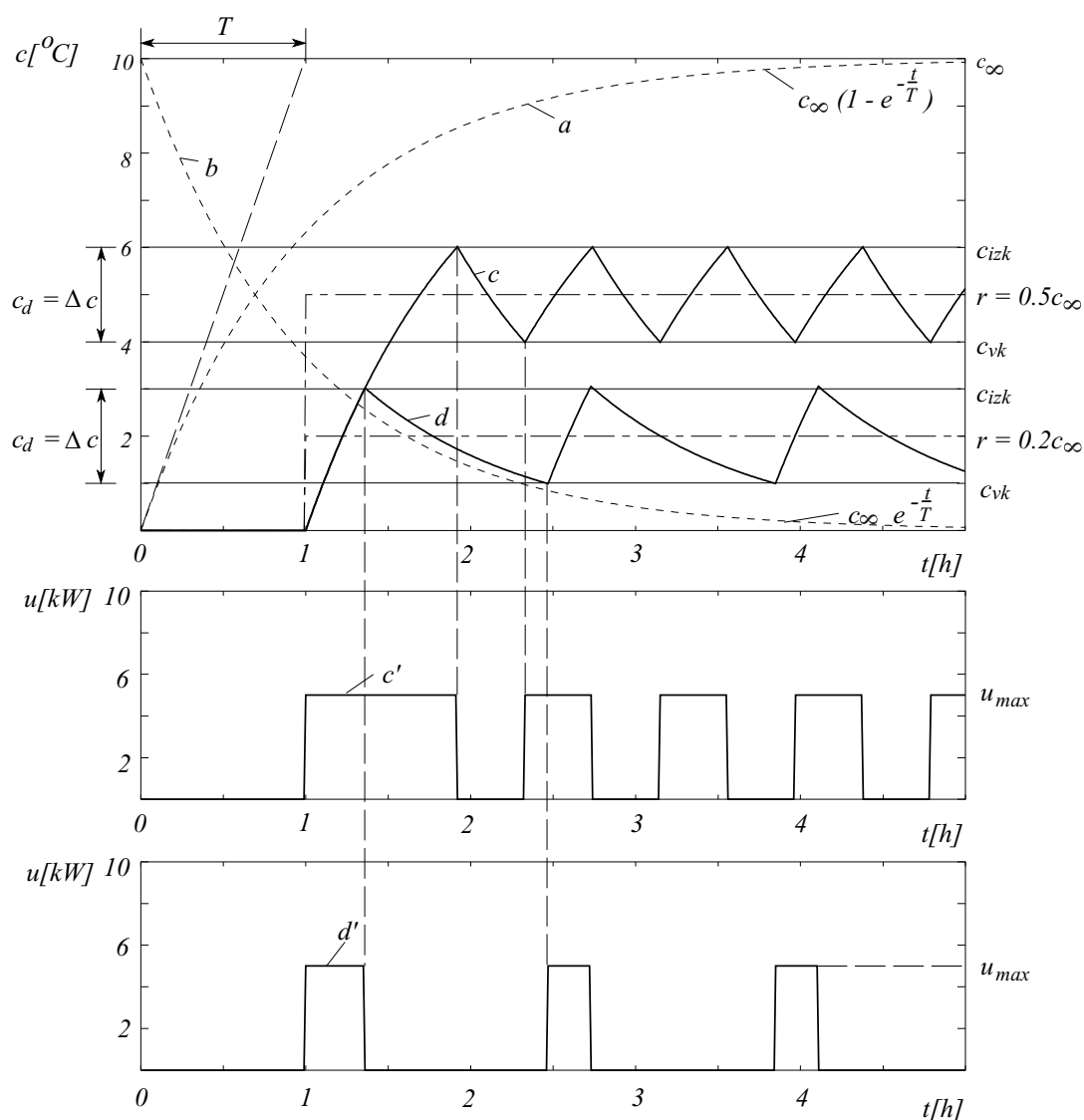


Slika 4.80: Bločna shema regulacijskega sistema z dvopoložajnim regulatorjem

Slika 4.80 kaže delovanje v delovni točki, zato se pri vklopljenem grelniku $u = U_{max} = 5 \text{ kW}$ regulirana veličina giblje od 0 do c_∞ (0 do $10^\circ C$). Zato lahko izbiramo referenco v področju od 0 do c_∞ (0 do $10^\circ C$, kar v absolutnih vrednostih pomeni med $15^\circ C$ in $25^\circ C$).

Analitična obravnava takšnega povratnozančnega sistema je zelo zahtevna, saj je sistem nelinearen in ne moremo neposredno uporabljati metod, ki so znane v linearni teoriji. Zato je potrebno v časovnem prostoru ločeno analizirati fazo vklopa in izklopa. V vsaki od obeh faz se sistem vede linearno.

Zaradi enostavnosti najprej analizirajmo regulacijo v primeru, če proces nima mrtvega časa ($T_m = 0$). Regulirani in regulirni veličini za različne vrednosti reference prikazuje slika 4.81. Velikost histereze je $\Delta c = 2^\circ\text{C}$.



Slika 4.81: Potek regulirane in regulirne veličine, če ne upoštevamo mrtvega časa

Pri vklopu regulatorja je $u = U_{max}$ in regulirana veličina bi v primeru razklenjene povratne zanke eksponentialno naraščala do vrednosti $c = c_{\infty} = KU_{max}$ (krivulja a na sliki 4.81). Če bi pri doseženi temperaturi $c = c_{\infty}$ regulator izklopil, bi regulirana veličina v primeru razklenjene povratne zanke upadala po krivulji b.

Postavimo sedaj referenco na 50% reguliranega območja. Regulirana veličina se v tem primeru spreminja po krivulji c. V fazi ogrevanja opazimo, da regulator zaradi histereze ne izklopi pri $c = r$ ampak nekoliko kasneje pri vrednosti c_{izk} . Pri ohlajanju pa regulator ne vklopi pri $c = r$ ampak spet nekoliko kasneje, ko doseže temperatura vrednost c_{vk} .

Na ta način se zaradi histereze regulatorja vklopi in izklopi okoli vrednosti, ki je podana z referenco, ponavljajo. Če zmanjšamo širino histereze, se zmanjša razmik nihanja c_d , poveča pa se frekvenca preklopov. Frekvenca preklopov zavisi še od drugih parametrov. To jasno vidimo iz krivulje d, ki prikazuje potek pri nastavljeni referenci $r = 0.2c_{\infty}$. Frekvenca preklopov je manjša, pa tudi razmerje časov vklopa in izklopa, ki je bilo pri $r = 0.5c_{\infty}$ 1:1, se v tem primeru zmanjša.

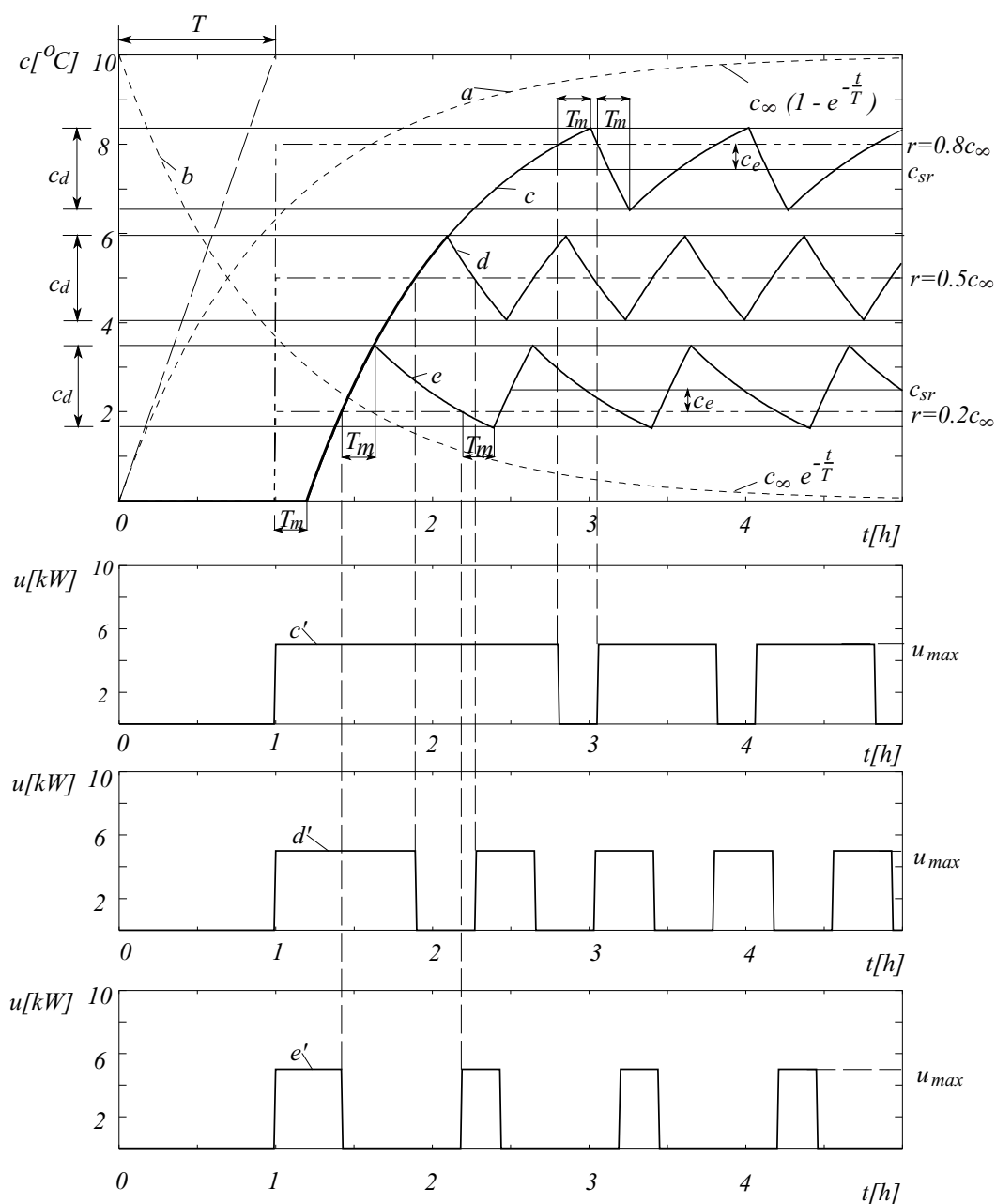
Dobili smo novo vrsto ustaljenega stanja, ki jo do sedaj nismo srečali. Imenujemo jo limitni cikel in je značilna za nelinearne sisteme.

Podoben postopek določanja prehodnega pojava lahko uporabimo tudi pri procesih, ki imajo razen časovne konstante tudi mrtvi čas. Slika 4.82 prikazuje potek reguliranja na procesu prvega reda z mrtvim časom, pri čemer smo zaradi enostavnosti predpostavili, da regulator nima histereze.

Pri polno vključeni regulirni veličini se bliža regulirana veličina želeni vrednosti. Ker regulator nima histereze, se izklopi regulirna veličina takoj, ko c doseže vrednost r ($u = 0$). Vendar se pozna izklop na regulirani veličini šele po preteku mrtvega časa T_m . Zato c v tem času še narašča. Nato začne c upadati in ko doseže vrednost r , regulator zopet vklopi ($u = U_{max}$). Podaljšano upadanje veličine c je ponovno posledica mrtvega časa procesa. Iz slike 4.82 spoznamo, da je frekvenca preklopov največja pri nastavitvi $r = 0.5c_{\infty}$. Periodično nihanje poteka drugače kot na sliki 4.81. Če je $r = 0.5c_{\infty}$, je srednja vrednost nihanja enaka referenčnemu signalu. Če $r \neq 0.5c_{\infty}$, dobimo ustaljeni odmik c_e ($c_e = r - c_{sr}$). Za $r < 0.5c_{\infty}$ je ustaljeni odmik negativen, za $r > 0.5c_{\infty}$ pa pozitiven.

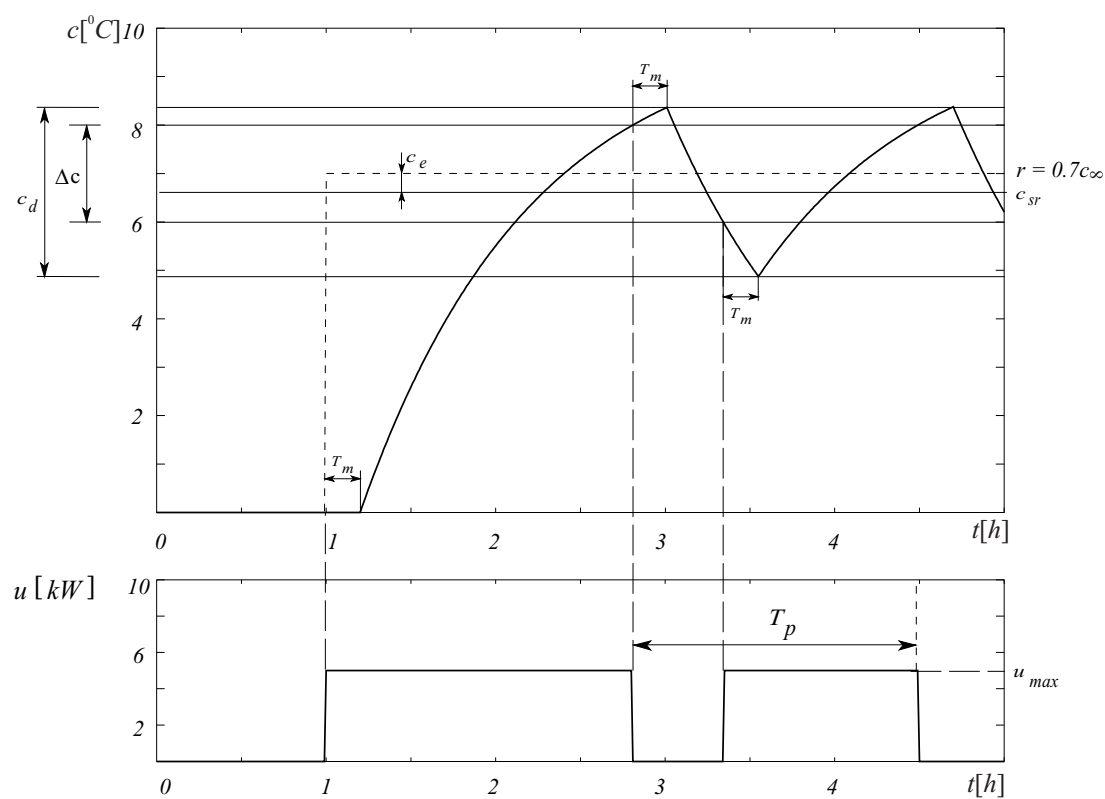
Pri regulaciji procesa z mrtvim časom in regulatorjem s histerezo se oba opisana poteka (sliki 4.81, 4.82) superponirata, kot kaže slika 4.83.

Na osnovi grafičnih prikazov lahko določimo karakteristične parametre - razmik



Slika 4.82: Potek regulirane in regulirne veličine, če ne upoštevamo histereze

nihanja c_d , ustaljeni odmnik c_e in frekvenco preklonov $f_p = \frac{1}{T_p}$. Za praktične potrebe običajno zadostuje le približna določitev teh vrednosti, s čimer se obravnavava precej poenostavi. Približki, ki jih dobimo tako, da eksponentno funkcijo zamenjamo s tangento v točki, ko regulirana veličina doseže referenčno veličino,



Slika 4.83: Potek regulirane in regulirne veličine, če upoštevamo histerezo in mrtvi čas

veljajo le v primeru $\Delta c \ll r$ in $T_m < T$ in so naslednji:

Razmik nihanja je

$$c_d \approx \Delta c + \frac{T_m}{T} c_\infty \quad (4.119)$$

Razmik nihanja je tem večji, čim večja je širina histereze, čim večji je mrtvi čas T_m , čim manjša je časovna konstanta T in čim večja je ustaljena vrednost c_∞ . Pri manjši časovni konstanti T se namreč regulirana veličina v času T_m bolj spremeni. Podobno vpliva tudi večji c_∞ . Ker je $c_\infty = KU_{max}$, je razmik nihanja tem večji, čim večje je ojačenje procesa K ali čim večja je maksimalna regulirna veličina. V tem primeru je eksponentna krivulja strmejša in v času T_m se regulirana veličina bolj spremeni.

Periodo nihanja podaja enačba

$$T_p \approx \frac{T_m + T \frac{\Delta c}{c_\infty}}{\frac{r}{c_\infty} \left(1 - \frac{r}{c_\infty}\right)} \quad (4.120)$$

Perioda nihanja je tem daljša, čim daljši sta T_m in T ter čim večja je širina histereze Δc . Minimalni T_p dosežemo pri $r = 0.5c_\infty$, torej kadar je referenca pri 50% reguliranega področja.

Srednja vrednost nihanja je

$$c_{sr} \approx r + \frac{T_m}{T} \left(\frac{c_\infty}{2} - r\right) \quad (4.121)$$

Ustaljeni odmik pa je

$$c_e = r - c_{sr} \approx \frac{T_m}{T} \left(r - \frac{c_\infty}{2}\right) \quad (4.122)$$

Le-ta je nič, če je $r = 0.5c_\infty$, pozitiven, če $r > 0.5c_\infty$ in negativen, če $r < 0.5c_\infty$. Če ni mrtvega časa, tudi ni ustaljenega odmika.

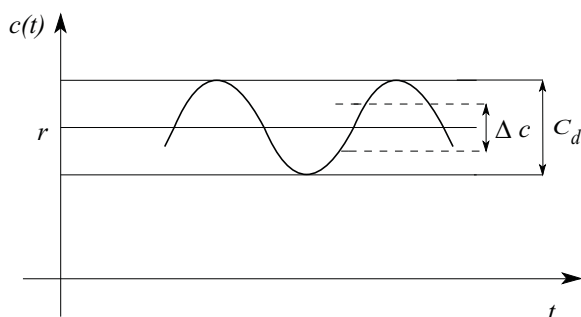
Primer 4.18 Za regulacijski sistem, ki ga prikazuje slika 4.80, določimo pri $\Delta c = 2^\circ\text{C}$, $K = 2^\circ\text{C}/\text{kW}$, $T = 1\text{h}$, $T_m = 0.2\text{h}$, $c_\infty = 10^\circ\text{C}$, $r = 7^\circ\text{C}$ in temperaturi okolice $C_0 = 15^\circ\text{C}$ karakteristične parametre iz enačb in s pomočjo simulacije.

Približne vrednosti, ki jih dobimo iz enačb (4.119), (4.120), (4.121) in (4.122), so:

$$\begin{aligned} c_d &\approx \Delta c + \frac{T_m}{T} c_\infty = 2 + \frac{0.2}{1} 10 = 4^\circ\text{C} \quad (2^\circ\text{C} \text{ prinese histerezo, } 2^\circ\text{C} \text{ pa mrtvi čas}) \\ T_p &\approx \frac{T_m + T \frac{\Delta c}{c_\infty}}{\frac{r}{c_\infty} \left(1 - \frac{r}{c_\infty}\right)} = \frac{0.2 + 1 \cdot \frac{2}{10}}{\frac{7}{10} \left(1 - \frac{7}{10}\right)} = 1.9 \text{ h} \\ c_{sr} &\approx r + \frac{T_m}{T} \left(\frac{c_\infty}{2} - r\right) = 7 + 0.2(5 - 7) = 6.6^\circ\text{C} \quad (21.6^\circ\text{C} \text{ gledano absolutno}) \\ c_e &\approx \frac{T_m}{T} \left(r - \frac{c_\infty}{2}\right) = 0.2(7 - 5) = 0.4^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (4.123)$$

Simulacija (glej sliko 4.83) daje točne rezultate. Iz nje lahko določimo naslednje karakteristične parametre: $c_d = 3.5^\circ\text{C}$, $T_p = 1.7\text{h}$, $c_{sr} = 6.6^\circ\text{C}$, $c_e = 0.4^\circ\text{C}$. $\square$

Čeprav smo celotno analizo naredili za proporcionalni proces 1. reda, je možno rezultate uporabiti tudi za procese višjega reda, če njihov odziv izrazimo s časom zaostajanja T_{za} in s časom izravnave T_{iz} . Regulirana veličina pa ima v tem primeru bolj zaobljen potek. Tipično obliko prikazuje slika 4.84.

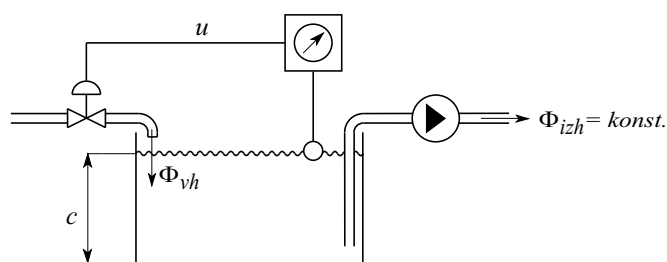


Slika 4.84: Potek regulirane veličine pri regulaciji procesov višjih redov

Dvopoložajno reguliranje integrirnih procesov

Proporcionalni proces pri dvopoložajni regulaciji je možno regulirati z nivojema U_{max} in 0, ker pri $u = U_{max}$ regulirana veličina narašča, pri $u = 0$ pa upada (v primeru temperaturnega procesa zaradi odvajanja toplote zaradi izgub). Integrirni proces (npr. I_0) pa pri regulirni veličini $u = 0$ drži vrednost regulirane veličine, zato bi bilo potrebno za uspešno regulacijo realizirati negativno regulirno veličino. To pa ponavadi pomeni, da je potrebno uvesti dodatne člene v izvršni sistem (npr. hlajenje pri temperaturnem procesu). Le če v integrirnem procesu nastopa (konstantno) odvajanje določenega energijskega ali masnega toka, lahko shajamo s prej obravnavanim načinom dvopoložajne regulacije (0 in U_{max}). To odvajanje si lahko predstavljamo kot (konstantno) motnjo na regulirni veličini.

Za primer si oglejmo tipičen integrirni sistem - hidravlični sistem. Prikazuje ga slika 4.85.



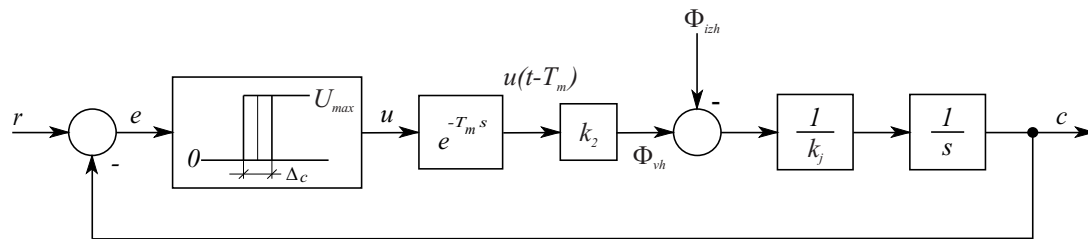
Slika 4.85: Hidravlični regulacijski sistem

Veljata enačbi

$$\phi_{vh} - \phi_{izh} = k_1 \frac{dc}{dt} \quad (4.124)$$

$$k_2 u(t - T_m) - \phi_{izh} = k_1 \frac{dc}{dt} \quad (4.125)$$

T_m je transportni čas, ki ga potrebuje tekočina, da od ventila pride v posodo. Bločni diagram regulacijskega sistema prikazuje slika 4.86.



Slika 4.86: Bločni diagram z dvopoložajnim regulatorjem in I procesom

ϕ_{izh} lahko smatramo kot konstantno motnjo v vhodnem delu hidravličnega procesa. Kadar je regulirna veličina $u = U_{max}$, se posoda po preteku mrtvega časa polni po časovnem zakonu

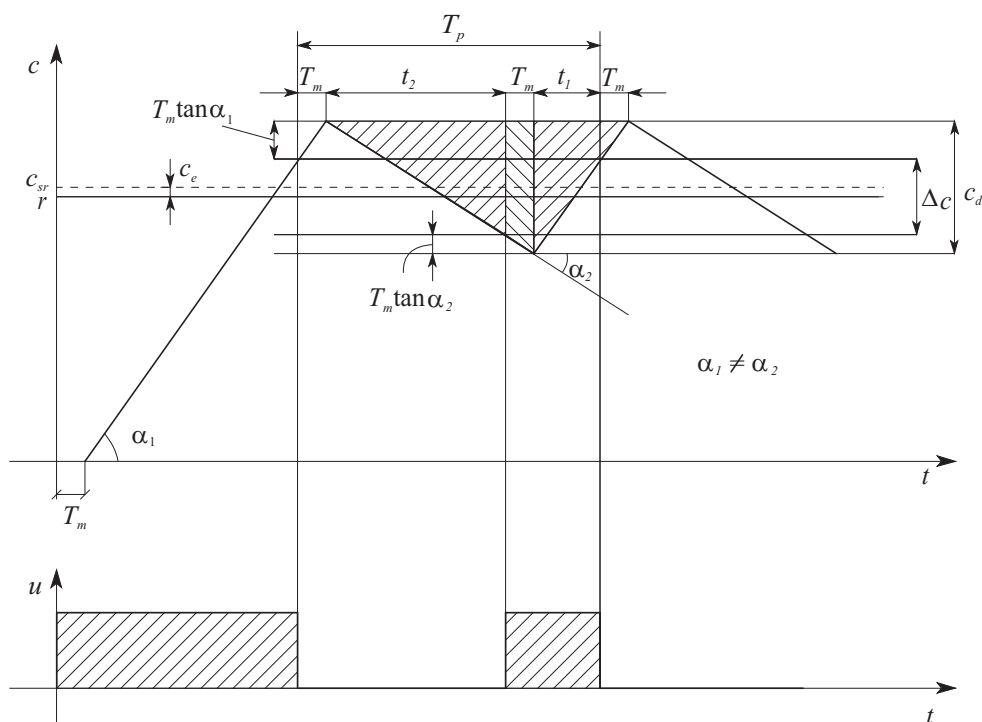
$$c = \frac{1}{k_1} (k_2 U_{max} - \phi_{izh}) t + c_1 \quad (4.126)$$

Kadar pa je $u = 0$, se posoda prazni in velja

$$c = \frac{1}{k_1} (-\phi_{izh}) t + c_2 \quad (4.127)$$

Integrirni čas polnjenja je $T_1 = \frac{k_1}{k_2 U_{max} - \phi_{izh}}$ in praznjenja $T_2 = \frac{k_1}{-\phi_{izh}}$. Samo v primeru, če je $k_2 U_{max} = 2\phi_{izh}$, kar pomeni, da je vhodni pretok pri odprtju $u = U_{max}$ dvakrat večji od izhodnega pretoka, sta časovni konstanti T_1 in T_2 po absolutni vrednosti enaki.

Slika 4.87 prikazuje dvopoložajno regulacijo integrirnega procesa z mrtvim časom. Iz slike dobimo naslednje parametre:



Slika 4.87: Dvopoložajna regulacija integrirnega procesa z mrtvim časom

Razmik nihanja

$$c_d = \Delta c + T_m(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \quad (4.128)$$

Razmik nihanja je tem večji, čim večja je histereza Δc , čim večji je mrtvi čas T_m in čim bolj strmi sta krivulji (majhni časovni konstanti T_1 in T_2).

Ustaljeni odmik $c_e = r - c_{sr}$

$$c_e = \frac{T_m}{2}(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \quad (4.129)$$

Ustaljenega odmika ni, če ni mrtvega časa ali če sta naklona obeh krivulj enaka ($\tan \alpha_1 = \tan \alpha_2$).

Perioda nihanja

$$\begin{aligned}
T_p &= 2T_m + t_1 + t_2 \\
t_1 &= \frac{c_d}{\tan \alpha_1} - T_m \quad \Longleftarrow \quad \frac{c_d}{t_1 + T_m} = \tan \alpha_1 \\
t_2 &= \frac{c_d}{\tan \alpha_2} - T_m \quad \Longleftarrow \quad \frac{c_d}{t_2 + T_m} = \tan \alpha_2
\end{aligned} \tag{4.130}$$

Stopenjski *PID* regulatorji

Z obravnavanim načinom še nismo izkoristili vseh možnosti stopenjskih regulatorjev. Če nas moti prevelik razmik nihanja (prevelika amplituda limitnega cikla) ali pogrešek v ustaljenem stanju, si lahko omislimo stopenjsko *PID* regulacijo. Najbolj logično izvedbo, ki jo je zlasti enostavno izvesti z računalniško izvedbo, prikazuje slika 4.88.



Slika 4.88: *PID* stopenjska regulacija

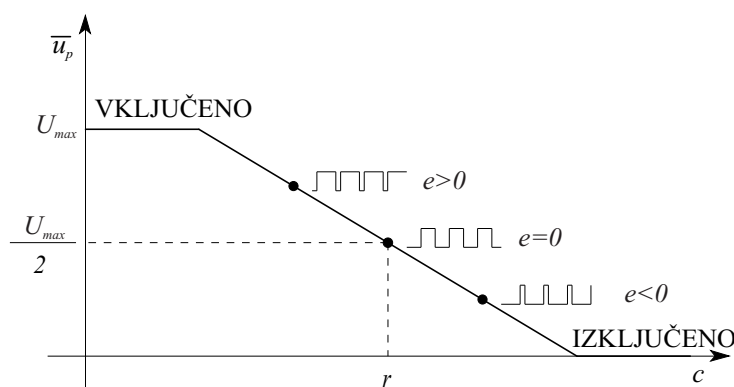
Regulirno veličino $u(t)$, ki jo določi zvezni *PID* regulator, transformiramo v preklonni signal $u_p(t)$ tako, da je razmerje med časom vklopa t_{vk} in časom periode t_p preklonnega signala sorazmerno signalu $u(t)$

$$\bar{u}_p(t) = U_{max} \frac{t_{vk}(t)}{t_p(t)} = U_{max} \frac{t_{vk}(t)}{t_{vk}(t) + t_{izk}(t)} \propto K_{Pe}(t) + \frac{U_{max}}{2} \tag{4.131}$$

$\bar{u}_p(t)$ je merilo učinka preklonnega regulirnega signala $u_p(t)$. Ta učinek je primerljiv z učinkom zveznega *PID* regulatorja, ki ga prikazuje desna stran enačbe 4.131. Na ta način imajo stopenjski regulatorji slične lastnosti kot *PID* zvezni regulatorji. Velikost regulirnega signala ni odvisna le od predznaka pogreška ampak tudi od velikosti pogreška.

Slika 4.89 prikazuje statično karakteristiko stopenjskega *P* regulatorja.

Slika 4.90 prikazuje odzive *PD*, *PI* in *PID* zveznih regulatorjev na stopničasti signal pogreška ter ustrezne signale stopenjskih regulatorjev. V primeru, da je

Slika 4.89: Statična karakteristika stopenjskega P regulatorja

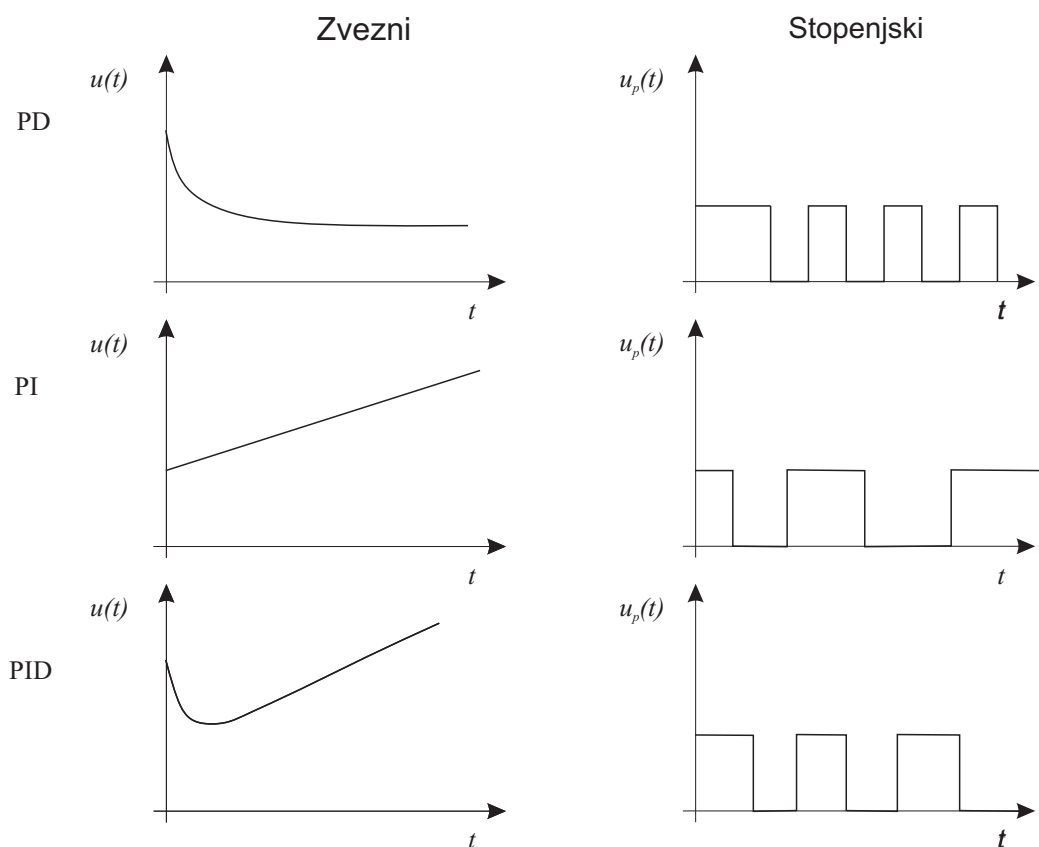
perioda prekopov relativno kratka v primerjavi s časovnimi konstantami procesa, potem je učinek zveznih in stopenjskih regulatorjev res podoben.

Izvedba stopenjske PID regulacije s povratno zvezo

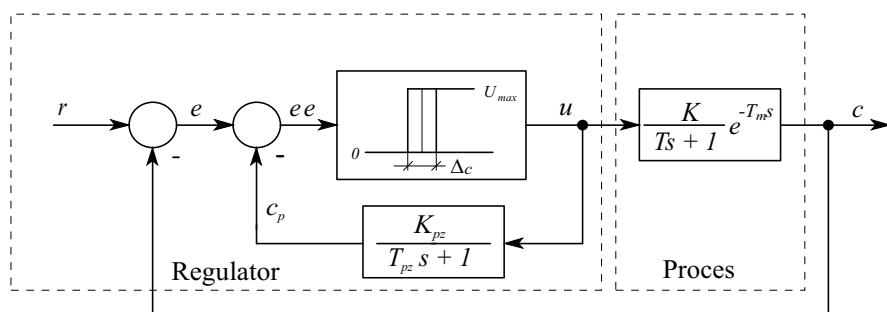
Zgoraj opisan algoritem je zlasti enostavno realizirati z računalniškim programom. Z elektroniko pa dobimo podobne učinke če dodamo preklopnemu elementu povratno zvezo. Z različnimi tipi povratne zveze namreč lahko realiziramo P , PI , PD in PID regulacijske algoritme. Spomnimo se, da smo tudi zvezne regulatorje realizirali s pomočjo različnih elementov v povratni zvezi ojačevalnika z velikim ojačenjem. Ker pa vemo, da dobimo dvopoložajni regulator iz zveznega regulatorja, če izdatno zmanjšamo proporcionalno območje oz. povečamo ojačenje, je razumljiva tudi podobnost delovanja z zveznim, če mu dodamo povratno zvezo. Vendar je seveda proces še vedno vzbujen s preklopnim signalom (npr. $0, U_{max}$). Razlika je le v tem, da so trenutki prekopov bolj ugodni (prediktivni) in tudi frekvenca prekopov je običajno višja, tako da dobimo zelo majhna nihanja regulirane veličine in delovanje, ki je precej podobno delovanju zveznih regulatorjev.

Če preklopnemu elementu v povratno zvezo dodamo zakasnilni člen ($P1$ člen), dobimo PD dvopoložajni regulator. Ustrezno izvedbo regulacijskega sistema s procesom 1. reda z mrtvim časom prikazuje slika 4.91.

Osnovna slabost navadnega dvopoložajnega regulatorja je v tem, da preklopi, ko regulirana veličina že za polovico histereze preseže referenčno veličino. Če ima proces še mrtvi čas ali če je višjega reda, regulirana veličina še nekaj časa narašča. Zato je osnovna ideja v tem, da bi preklopni element prekipil že prej.



Slika 4.90: Primerjava odzivov zveznih in stopenjskih regulatorjev na stopniqvcasti signal pogreška



Slika 4.91: Regulacijski sistem z dvopoložajnim PD regulatorjem

To pa je možno, če regulirani veličini c superponiramo neko pomožno veličino c_p , ki jo generira regulirna veličina. Tako delovanje omogoča shema na sliki 4.91. Ustrezne signale za proces, podan z enačbo (4.118) ($K = 2$, $T = 1$, $T_m = 0.2$) in za parametre regulatorja $\Delta c = 2$, $U_{max} = 5$, $r = 0.5c_\infty = 5$ brez povratne zveze

v tem, da preklopijo že vnaprej (hitrejše preklapljanje je ponavadi, če zakasnitve procesa niso velike, možno izvesti tudi z dvopoložajnim regulatorjem).

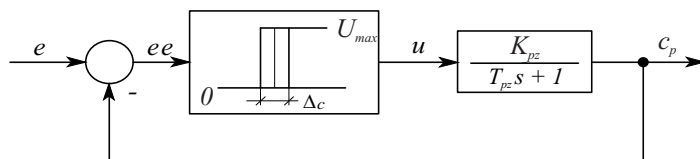
Statična karakteristika tako dobljenega PD regulatorja je podobna statični karakteristiki zveznega PD regulatorja. Lahko govorimo tudi o statični karakteristiki P dela, ker D člen ne vpliva na ustaljeno stanje. Prikazuje jo slika 4.89 za primer, ko je referenca v sredini reguliranega področja, kar je seveda zaželeno pri projektiranju sistemov.

Ker stopenjski regulatorji s povratno zvezo relativno hitro preklapljaajo, regulirana veličina ne uspe slediti posameznim preklpom. Proces se obnaša podobno, kot bi ga reguliral zvezni regulator, saj čuti le neko srednjo vrednost preklpnege regulirnega signala. Le-to določimo iz razmerja časa vklopa in časa periode preklapljanja. Merilo za regulirni signal je zato izraz 4.131. Podoben učinek bi torej dosegli z zveznim P regulatorjem

$$u = K_P e + U_{00} \quad U_{00} = \frac{U_{max}}{2} \quad (4.132)$$

Če je regulirana veličina precej manjša od želene (npr. prenizka temperatura) potem je $t_{izk} = 0$, $t_{vk} = t_p$ in $\bar{u} = U_{max}$ (grelnik je vseskozi vključen). Če pa je regulirana veličina precej višja od želene, je $t_{vk} = 0$, $t_{izk} = t_p$ in $\bar{u} = 0$ (grelnik je vseskozi izključen). Vmes regulator preklaplja in če pogreška ni, je $t_{izk} = t_{vk}$.

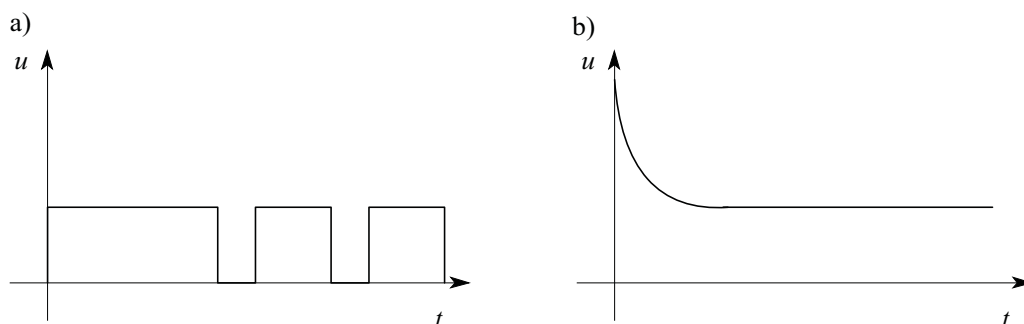
Če hočemo predočiti še delovanje D člena, moramo regulator opazovati dinamično, najenostavneje z odzivom na enotin stopničasti pogrešek. Ustrezno shemo prikazuje slika 4.93.



Slika 4.93: Dvopoložajni PD regulator

Shema, ki jo prikazuje slika 4.93, je enaka shemi, ki smo jo obravnavali pri analizi regulacije proporcionalnih procesov z dvopoložajnim regulatorjem. Iz te analize vemo, da je potek regulirne veličine tak, kot ga prikazuje slika 4.94a. Dolžina prvega vklopa je daljša, nato pa se vzpostavi konstantno razmerje med časom vklopa in časom periode. Tudi pri zveznem PD regulatorju je na začetku regu-

lirna veličina velika, po prehodnem pojavu pa se vzpostavi konstantna ustaljena vrednost. Značilen potek prikazuje slika 4.94b.



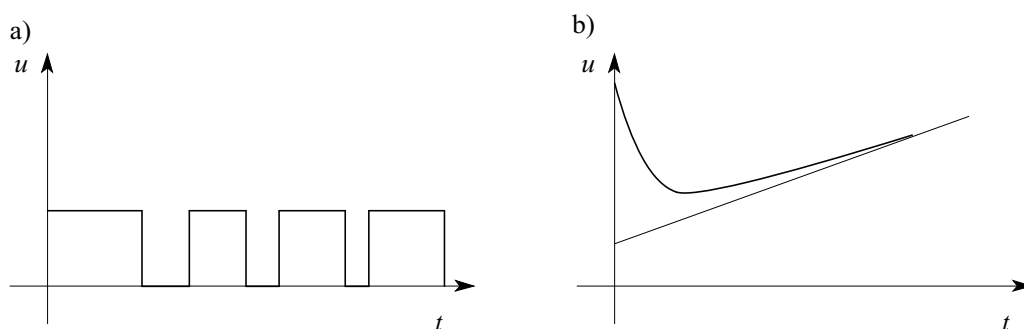
Slika 4.94: Odziv PD regulatorja na stopničasti pogrešek: a) dvopoložajni
b) zvezni

Natančna analiza delovanja stopenjskih PD regulatorjev s povratno zvezo je zelo zahtevna, zato si običajno pomagamo z računalniško simulacijo. Delovanje regulatorja je odvisno od širine histereze Δc , od ojačenja povratne zveze K_{pz} in od časovne konstante T_{pz} . Časovna konstanta T_{pz} vpliva predvsem na diferencialno komponento, ojačenje povratne zveze pa na proporcionalno komponento regulatorja. Podobno je veljalo tudi pri zveznem PD regulatorju, ki smo ga dobili z zakasnilno povratno zvezo ($k_P \doteq \frac{1}{K_{pz}}$, $T_D \doteq T_{pz}$). Prav tako kot zvezni ima tudi stopenjski PD regulator pogrešek v ustaljenem stanju pri konstantno delujočih motnjah ali referencah, kar je razvidno iz slike 4.92. Le-ta je sorazmeren z ojačenjem povratne zveze in obratno sorazmeren z ojačenjem procesa

$$c_e \propto \frac{K_{pz}}{K} \quad (4.133)$$

Če pa v povratno zvezo preklopnega elementa vključimo zakasnilno - prehitevalni člen (podobno kot pri zveznem regulatorju), dobimo dvopoložajni PID regulator. Slika 4.95a prikazuje odziv takega regulatorja na stopničasti pogrešek.

V ustaljenem stanju se razmerje med časom vklopa in periodo povečuje, torej se regulirni signal povečuje kot pri zveznem PID regulatorju (slika 4.95b). Regulator odpravlja pogrešek v ustaljenem stanju. Ker pri velikih pogreških zaradi I člena lahko pride do večjega razmika nihanja, je smiselno definirati neko ožje pogreškovno območje. Znotraj tega območja (torej za majhne pogreške)



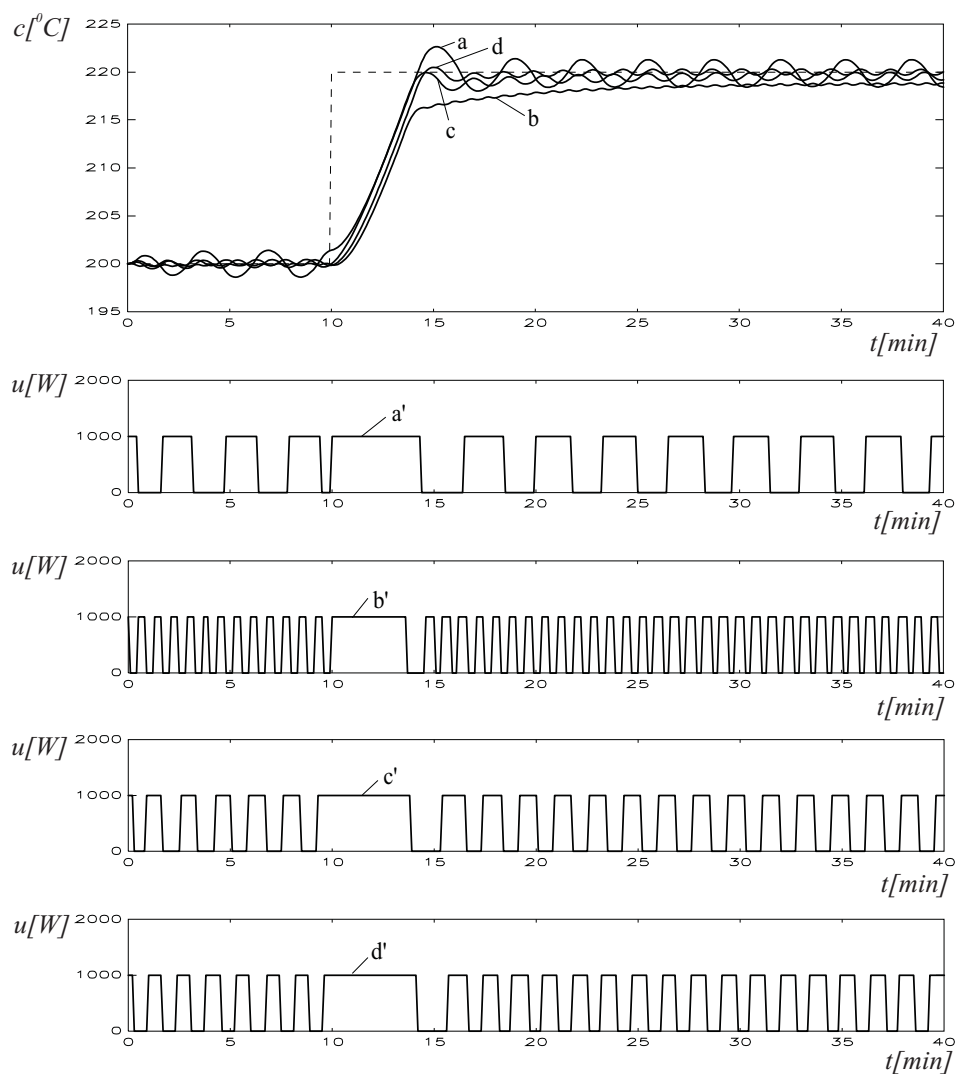
Slika 4.95: Odziv PID regulatorja na stopničasti pogrešek: a) dvopoložajni
b) zvezni

deluje regulator kot PID s povratno zvezo, zunaj tega območja pa kot navadni dvopoložajni regulator.

Primer 4.19 Postopek brizganja plastomerov zahteva regulacijo temperature pri procesu utekočinjanja plastike. Prenosna funkcija, ki opisuje zvezo med močjo grelnika (v $[W]$) in temperaturo (v $[^{\circ}C]$), je

$$G_P(s) = \frac{0.4}{(1.47s + 1)(29.5s + 1)} \quad (4.134)$$

Za regulacijo želimo uporabiti eno od izvedb stopenjskih regulatorjev s histerezo $\Delta c = 1^{\circ}C$. Proces je ustaljen na $200^{\circ}C$. Pri tej temperaturi se $1000W$ grelnik vkloplja in izkloplja tako, da je čas vklopa enak času izklopa. V tem ustaljenem stanju spremenimo želeno temperaturo za $20^{\circ}C$ v pozitivno smer. Krivulja *a* na sliki 4.96 prikazuje potek temperature pri najenostavnejšem dvopoložajnem regulatorju (izhoda grelnika $0W$ in $1000W$). Pogrešek v ustaljenem stanju je približno nič (referenca približno v sredini področja $0^{\circ}C$ do $400^{\circ}C$), vendar je razmik nihanja precej velik. Krivulja *b* pa prikazuje potek temperature pri uporabi PD stopenjskega regulatorja ($K_{pz} = 25$, $T_{pz} = 5$). Razmik nihanja je relativno majhen, vendar pa je zelo očiten pogrešek v ustaljenem stanju, ki znaša približno $1.2^{\circ}C$. Pri tem naj omenimo, da tudi ustaljeno stanje pri temperaturi $200^{\circ}C$ nismo dosegli z referenco $200^{\circ}C$, ampak smo jo zaradi PD značaja regulatorja toliko povečali, da se je temperatura ustalila natanko na $200^{\circ}C$. Krivulja *c* kaže potek regulirane veličine pri $K_{pz} = 10$. Ustaljeni pogrešek se je zmanjšal na $0.4^{\circ}C$ (glej enačbo (4.133)), nekoliko pa se je povečal razmik nihanja. Krivulja *d* na sliki 4.96 pa prikazuje PID stopenjsko regulacijo. V tem primeru smo uporabili



Slika 4.96: Regulacija temperature v stroju za brizganje plastomerov:

Krivulje pomenijo:

a - navaden preklopni regulator

b - PD preklopni regulator ($K_{pz} = 25, T_{pz} = 5$)c - PD preklopni regulator ($K_{pz} = 10, T_{pz} = 5$)d - PID preklopni regulator ($K_{pz1} = 25, T_{pz1} = 5, K_{pz2} = 25, T_{pz2} = 10$)

a', b', c', d' - ustrezni regulirni signali

zakasnilno - prehitevalno povratno zvezo, izvedeno s paralelno povezavo dveh zakasnilnih členov

$$G_{pz}(s) = \frac{25}{5s + 1} - \frac{25}{10s + 1} \quad (4.135)$$

Ker ima regulator integrirni značaj, smo realizirali tudi zaščito pred integralskim pobegom. Če je pogrešek po absolutni vrednosti manjši ali enak 16°C , deluje povratna zanka okoli histereznega elementa normalno, torej ima regulator *PID* karakter. Če pa je pogrešek večji od 16°C , pa povratno zanko odklopimo in regulator deluje kot navaden preklopni regulator. Oba integratorja v povratni zanki pa ob tem držita konstantno izhodno vrednost (vhoda v integratorja postavimo na nič). Temperatura v tem primeru nima pogreška v ustaljenem stanju, razmik nihanja pa je relativno majhen.

Krivulje a', b', c' in d' na sliki 4.96 prikazujejo krivuljam a, b, c in d ustrezne regulirne signale (potek vklopljanja grelnika). □

Opisan način izvedbe je zlasti značilen pri analognih (elektronskih) regulatorjih. Pri digitalno (računalniško) izvedenih regulatorjih pa običajno uporabimo zvezno delujoči *PID* algoritem (izveden z numeričnim postopkom), njegov izhod pa pretvorimo v stopenjski (pulzni) signal tako, da je razmerje časa vklopa in izklopa sorazmerno velikosti regulirnega signala zveznega regulatorja.

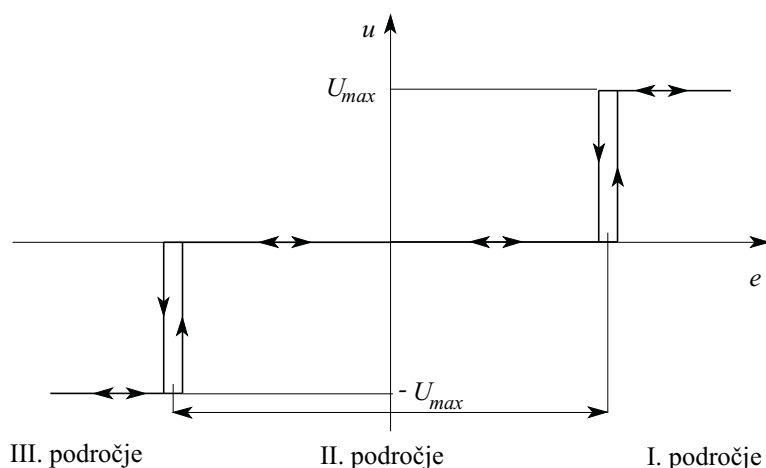
4.6.2 Regulatorji s tropoložajnim delovanjem

Že samo ime pove, da ima tropoložajni regulator tri preklopna stanja. Statično karakteristiko prikazuje slika 4.97.

Karakteristika kaže, da je v področju majhnih pogreškov regulirna veličina enaka nič, pri velikih negativnih pogreških je $-U_{max}$ in pri velikih pozitivnih pogreških $+U_{max}$. Če bi z izhodom takega regulatorja krmilili motor, bi to pomenilo

I. področje		motor se vrti v desno
II. področje		motor miruje
III. področje		motor se vrti v levo

II. področje, v katerem regulator ne reagira, imenujemo tudi mrtva cona. Vklon motorja običajno izvedemo preko stikal, ki jih krmili tropoložajni ojačevalnik v

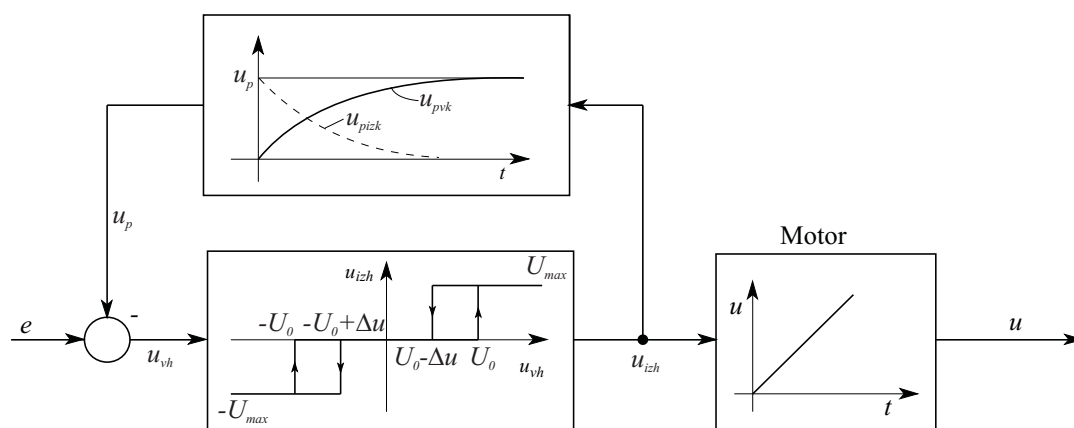


Slika 4.97: Statična karakteristika tropoložajnega regulatorja

vlogi regulatorja. Zaradi nelinearnega delovanja je tudi v tem primeru analiza delovanja zahtevna. Regulirana veličina ima precejšen razmik nihanja. Za bolj kvalitetno regulacijo pa uporabimo povratno zvezo okoli preklopnega elementa.

Tropoložajni regulator s povratno zvezo

Če tropoložajnemu regulatorju, ki krmili motor, dodamo zakasnilno povratno zvezo in celotno shemo gledamo kot nov regulator (ki npr. odpira in zapira ventil), ima tak regulator *PI* delovanje. Bločno shemo prikazuje slika 4.98.



Slika 4.98: Bločna shema tropoložajnega regulatorja s povratno zvezo

Povratna zveza ima prenosno funkcijo

$$G_{pz} = \frac{K_{pz}}{T_{pz}s + 1} \quad (4.136)$$

Če je povratna zveza vzbujana s signalom $u_{izh} = U_{max}$, velja

$$u_{pvk} = U_{max} K_{pz} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{pz}}} \right) \quad (4.137)$$

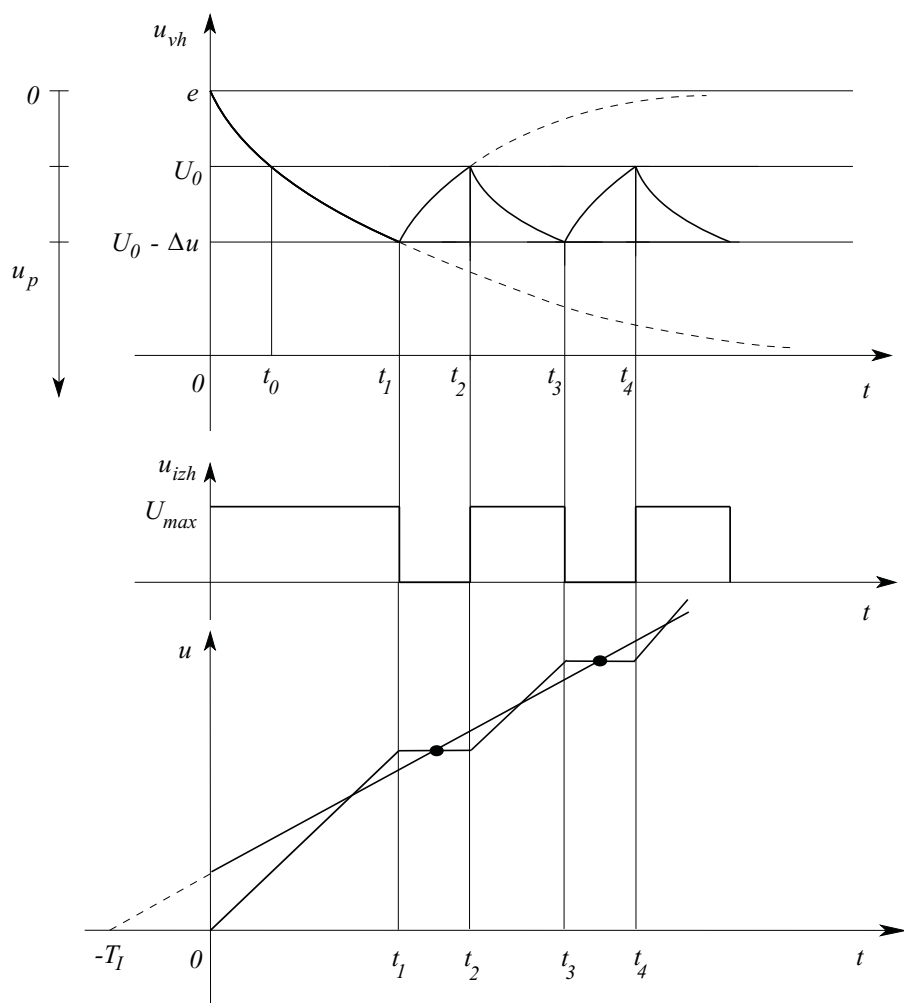
Če pa je vzbujena s signalom $u = 0$, pa je

$$u_{pizk} = U_{max} K_{pz} e^{-\frac{t}{T_{pz}}} \quad (4.138)$$

Slika 4.99 prikazuje značilne signale tropoložajnega regulatorja s povratno zvezo pri stopničastem pogrešku $e > U_0$.

Na začetku je pogrešek na vходу $e = \text{konst.}$ večji od U_0 , zato velja $u_{izh} = U_{max}$. Napetost povratne zveze narašča s časovno konstanto T_{pz} in zmanjšuje napetost u_{vh} . Po času t_1 napetost u_{vh} pade na vrednost $U_0 - \Delta u$ in regulator izklopi. Napetost povratne zveze začne takoj upadati, zato u_{vh} narašča in pri $t = t_2$ ojačevalnik zopet vklopi. To se potem ponavlja in rezultat je ustaljeno delovanje - limitni cikel.

Brez motorja ima regulator podobno delovanje kot dvopoložajni *PD* regulator, kar vidimo iz poteka signala u_{izh} (prvi impulz je daljši). Če pa regulator krmili motor, potem le-ta integrira signal u_{izh} , tako da je regulirni signal u podoben regulirnemu signalu, ki ga daje zvezni *PI* regulator pri stopničastem vzbujanju. Motor je torej *PD* značaj delovanja pretvoril v *PI* delovanje.



Slika 4.99: Delovanje tropoložajnega regulatorja s povratno zvezo

5.

Večzančni regulacijski sistemi

Doslej obravnavani regulacijski sistemi so vsebovali eno regulacijsko zanko, v kateri so nastopali parametrsko optimalni regulatorji. Z optimalno nastavitvijo njihovih parametrov izčrpamo vse možnosti, ki jih daje tak način regulacije. Vendar pa lahko tudi optimalno nastavljen *PID* regulator odpove, če v procesu nastopajo velike motnje ali ima le-ta veliko časovno zakasnitev. Eno od možnih rešitev predstavlja vključitev dodatnih zank v regulacijski sistem, kar pomeni, da spremenimo strukturo regulacijskega sistema (strukturna optimizacija).

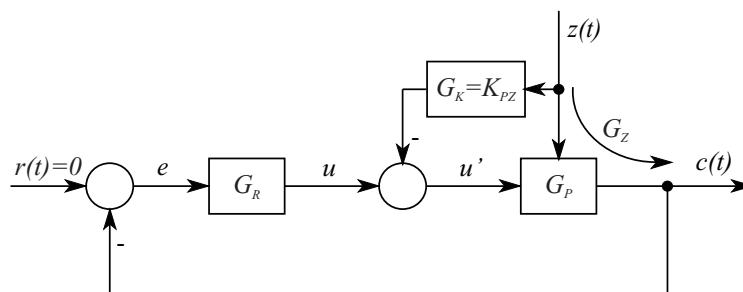
V praksi se je uveljavilo nekaj izvedb, ki jih bomo na kratko opisali. Ena izmed njih predstavlja vključitev krmiljenja z upoštevanjem motnje v regulacijo. V tem primeru se učinek motnje delno kompenzira s signalom krmilnega sistema, še preden znatneje vpliva na proces. Druge možnosti zahtevajo izvedbo dodatnih reguliranih in regulirnih mest. Vse metode v glavnem temeljijo na tem, da zmanjšajo zakasnitve v regulacijskem sistemu in da učinkoviteje odpravljajo motnje. Z zmanjšanjem zakasnitev se zmanjšajo problemi stabilnosti, zato lahko povečamo ojačenje regulatorja, kar dodatno ugodno vpliva na delovanje regulacijskega sistema.

5.1 Krmiljenje z upoštevanjem motnje

Pri doslej obravnavanem načinu regulacije se učinki motnje sicer zmanjšajo, vendar šele potem, ko motnja že vpliva na regulirano veličino. Šele takrat namreč

regulator dobi informacijo, da je potrebno posredovati s tako regulirno veličino, ki bo zmanjšala vpliv motnje. Pri velikih časovnih konstantah procesa je tak način delovanja neučinkovit.

V smislu kvalitete regulacije bi bilo seveda bolje, da ne bi čakali na spremembo regulirane veličine, ampak bi motnjo upoštevali takoj, ko nastopi. Pri tem bi regulator deloval na izvršni sistem v taki obliki, da bi se čim hitreje kompenziral njen vpliv. Tak postopek je seveda možen le v primeru merljive motnje. Imenujemo ga krmiljenje z upoštevanjem motnje. Obravnavali bomo postopek, ko krmiljenje nastopa le kot dodatek osnovni regulacijski zanki. Uporabljamo ga le pri velikih motnjah. Bistvo postopka prikazuje slika 5.1.



Slika 5.1: Proporcionalno krmiljenje z upoštevanjem motnje

Naloga takega sistema je, da že na izvršnem mestu čim bolj kompenzira učinek motnje na regulirano veličino. Ker kompenzacija nikoli ni popolna, poskrbi za natančno delovanje regulacijska zanka. Čeprav krmiljenje neposredno ne vpliva na stabilnost (karakteristični polinom se ne spremeni), pa omogoča zmanjšanje ojačenja regulatorja, saj mora regulacijski sistem odpraviti le preostale motnje. Torej posredno izboljšamo stabilnostne razmere.

Ker analiziramo le vpliv motnje na regulirano veličino, upoštevamo $r = 0$. S pomočjo slike 5.1 napišemo enačbi

$$\begin{aligned} C &= G_P U' + G_Z Z \\ U' &= -G_R C - G_K Z \end{aligned} \quad (5.1)$$

kjer je G_Z ustrezeni del procesa, preko katerega se motnja prenaša na izhod in G_K prenosna funkcija krmilnega sistema. S pomočjo enačb (5.1) dobimo prenosno funkcijo

$$\frac{C(s)}{Z(s)} = \frac{G_P \left(\frac{G_Z}{G_P} - G_K \right)}{1 + G_R G_P} \quad (5.2)$$

Popolno izkrmiljenje motnje bi bilo v primeru

$$G_K(s) = \frac{G_Z(s)}{G_P(s)} \quad (5.3)$$

kar pa običajno ni možno izvesti, saj vsebuje prenosna funkcija G_P ponavadi večje zakasnitve (več shranjevalnikov energije), kot prenosna funkcija G_Z . Če ima prenosna funkcija G_P neminimalno fazo, pa je na ta način izvedena prenosna funkcija G_K celo nestabilna. Pa tudi če bi bilo G_K možno realizirati, bi bila to precej draga rešitev, predvsem, če bi jo realizirali v klasični analogni tehniki. Običajno namreč že s proporcionalnim členom ($P0$), kar prikazuje slika 5.1, dosežemo zadovoljive rezultate.

V splošnem velja, da je opisano krmiljenje tem bolj učinkovito, čim bolj deluje motnja proti vходу v proces. Če bi namreč motnja delovala povsem na vходу v proces, bi jo bilo možno z ustrezno prenastavitvijo signala izvršnega sistema takoj izkrmiliti. Čim bolj proti izhodu procesa deluje motnja, manj je krmiljenje učinkovito. Postane pa tudi nepotrebno, saj v tem primeru regulator zelo hitro dobi informacijo o delovanju motnje in ustrezno reagira.

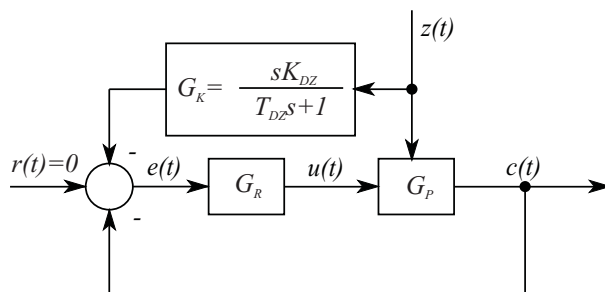
Ker v obravnavanem primeru krmiljenje uporabljamo skupaj z regulacijo, lahko za uspešno delovanje uporabimo enostaven krmilni sistem. Krmiljenje običajno zmanjša regulacijski pogrešek na linearno območje, v katerem uspešno deluje regulacija. Če motnjo vključimo preko konstantnega člena

$$G_K = K_{PZ} \quad (5.4)$$

rečemo temu načinu proporcionalno krmiljenje, kar prikazuje slika 5.1. Razen tega se v praksi uporablja tudi prehitevalno krmiljenje, ko vključimo motnjo preko $D1$ člena

$$G_K = \frac{sK_{DZ}}{T_{DZ}s + 1} \quad (5.5)$$

na vhod regulatorja. Ta način uporabljamo predvsem takrat, ko ima regulator tudi I del. Ustrezno krmiljenje prikazuje slika 5.2. V tem primeru je prenosna



Slika 5.2: Prehitevalno krmiljenje z upoštevanjem motnje

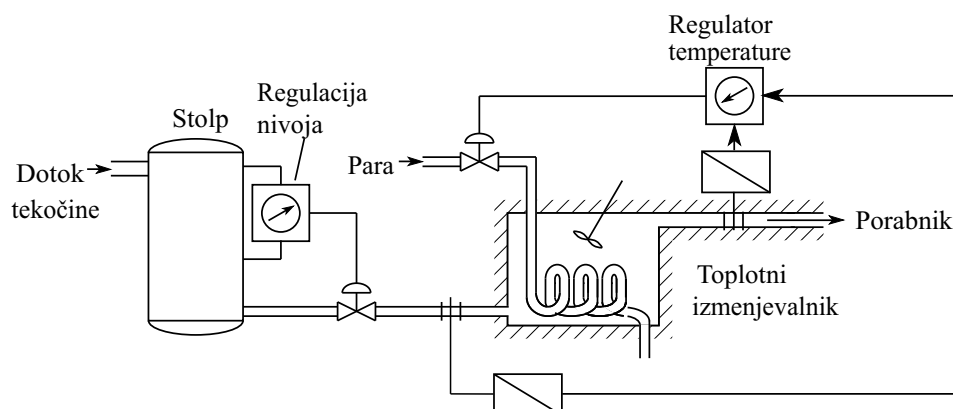
funkcija

$$\frac{C(s)}{Z(s)} = \frac{G_P \left(\frac{G_Z}{G_P} - G_K G_R \right)}{1 + G_R G_P} \quad (5.6)$$

Če motnja deluje na vhodu procesa, je $G_Z = G_P$, diferencirni člen v G_K delno kompenzira regulatorjev I del in dobimo zelo ugodno izkrmiljenje motnje. Prehitevalno krmiljenje učinkuje le nekaj časa po spremembi motnje, vendar je takrat tudi najpomembnejše, saj čez nekaj časa začne delovati tudi glavna regulacijska zanka. V krmilnem sistemu nikoli ne uporabljamo I člena, saj bi to pomenilo naraščanje krmilnega signala pri konstantnem motilnem signalu. Uporabljamo pa proporcionalni, prehitevalni ali prehitevalno-zakasnilni sistem.

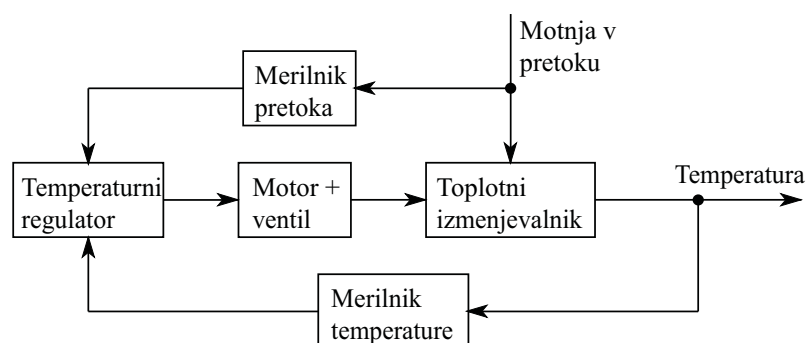
Primer 5.1 Kot primer krmiljenja si oglejmo temperaturni regulacijski sistem, katerega tehnološko shemo prikazuje slika 5.3. V tem sistemu toplotni izmenjevalnik ogreva tekočino, ki prihaja iz stolpa k porabniku. Glavni regulator meri temperaturo na izhodu in če le-ta odstopa od želene, spremeni pretok pare v toplotni izmenjevalnik. Ena od možnih motenj v sistemu je npr. motnja v pretoku, ki nastane zaradi spremenjene porabe ogrete tekočine. Zaradi spremembe pretoka se spremeni tudi temperatura tekočine na izhodu, vendar s precejšnjo zakasnitvijo. Zato regulator potrebuje veliko časa, da odpravi motnjo.

V sistem lahko učinkovito uvedemo krmiljenje s tem, da merimo motnjo, t.j. spremembo pretoka. Ta sprememba se nemudoma posreduje regulatorju. Možno je vplivati na vhodni ali izhodni signal regulatorja. Le-ta takoj po nastopu motnje



Slika 5.3: Tehnološka shema temperaturnega regulacijskega sistema

spremeni dotok pare v toplotni izmenjevalnik. Krmilni sistem tako skrbi za čim manjši učinek motnje v prehodnem pojavu, regulator pa skrbi za točno nastavitve temperature in za odpravljanje preostalih, nemerljivih motenj. Slika 5.4 prikazuje bločni diagram obravnavanega regulacijskega sistema. □

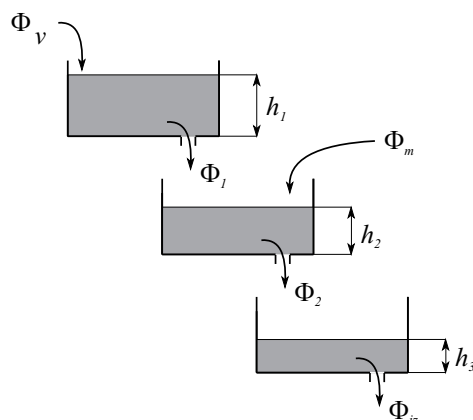


Slika 5.4: Bločni diagram temperaturnega regulacijskega sistema

Primer 5.2 Regulacija hidravličnega sistema z vključitvijo krmiljenja

Hidravlični sistem je sestavljen iz treh povezanih nivojskih posod, kar prikazuje slika 5.5. Regulirati želimo nivo h_3 v spodnji nivojski posodi (h_3 je regulirana veličina) s pomočjo vhodnega pretoka ϕ_v (ϕ_v je regulirna veličina), ki ga določa ustrezno odprtje ventila preko signala regulatorja.

Proces lahko za majhno odstopanje od delovne točke, ki je definirana z ustreznimi pretoki in nivoji, opišemo s tremi prenosnimi funkcijami 1. reda



Slika 5.5: Hidravlični sistem

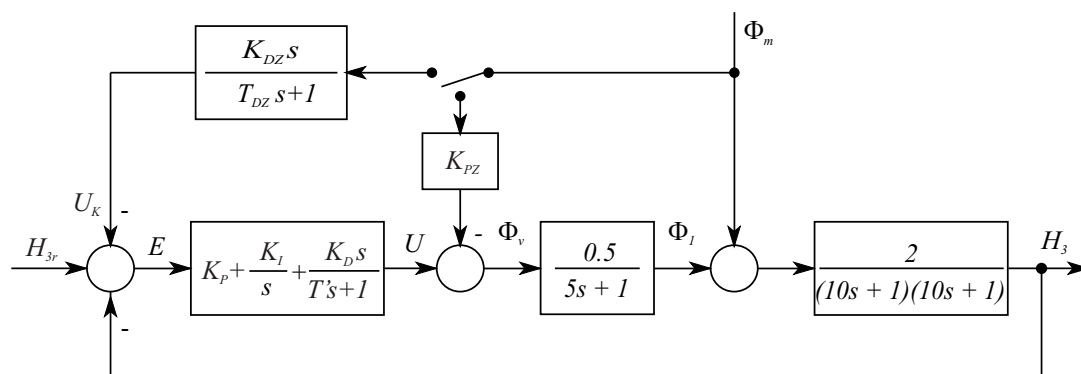
$$\begin{aligned}
 \frac{\phi_1(s)}{\phi_v(s)} &= \frac{K_1}{T_1 s + 1} \\
 \frac{\phi_2(s)}{\phi_1(s)} &= \frac{K_2}{T_2 s + 1} \\
 \frac{H_3(s)}{\phi_2(s)} &= \frac{K_3}{T_3 s + 1}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Prenosna funkcija hidravličnega procesa je torej

$$\frac{H_3(s)}{\phi_v(s)} = \frac{K_1 K_2 K_3}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} \tag{5.8}$$

pri čemer so konstante $K_1 = 0.5$, $K_2 = 1$, $K_3 = 2$, $T_1 = 5$, $T_2 = 10$ in $T_3 = 10$. Proces reguliramo z *PID* regulatorjem. Ker nastopa stopničasta motnja ϕ_m v obliki motilnega dotoka v srednjo nivojsko posodo in je le-ta merljiva, lahko uvedemo v regulacijo tudi krmiljenje. Slika 5.6 prikazuje bločni diagram takega regulacijskega sistema. Predvideli smo vključitev proporcionalnega in prehitevalnega krmiljenja.

V regulacijskem sistemu je najprej potrebno nastaviti parametre regulatorja, ne da bi upoštevali vključitev krmiljenja. Postopek smo izvedli s pomočjo simulacije in poizkušanja na analognem računalniku. Takšen postopek je zelo učinkovit, saj lahko simulacijo v primerjavi z realnim časom izdatno pospešimo (npr. 1s realnega časa ustreza 1ms računalniškega časa). Parametre regulatorja nastavljam



Slika 5.6: Hidravlični regulacijski sistem z dodatnim krmiljenjem

na ročnih potenciometrih in ob izredno hitrem ponavljanju rešitev, ki jih omogoča analogni računalnik, lahko hitro ugotovimo optimalne vrednosti parametrov regulatorja. Le-te smo nastavili pri vzbujujanju sistema s stopničasto spremembo reference $h_{3r} = 1$ ob spremljanju odziva na osciloskopu. Najprej smo v regulacijsko zanko vključili P člen, tako da je bil sistem nekoliko podkritično dušen. Nato smo dodali I člen. K_I smo povečevali toliko časa, da je regulator izničil napako v ustaljenem stanju v nekaj deset sekundah. Nato smo ob sočasnem vrtenju dveh potenciometrov za D člen povečali dušenje in odziv je postal hitrejši. Optimalni parametri PID regulatorja

$$G_R(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{T' s + 1} \quad (5.9)$$

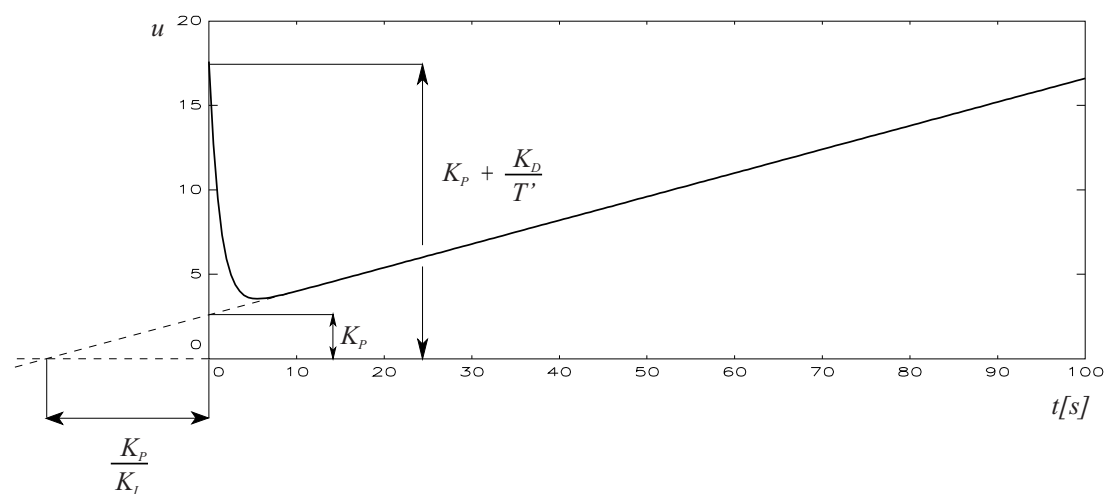
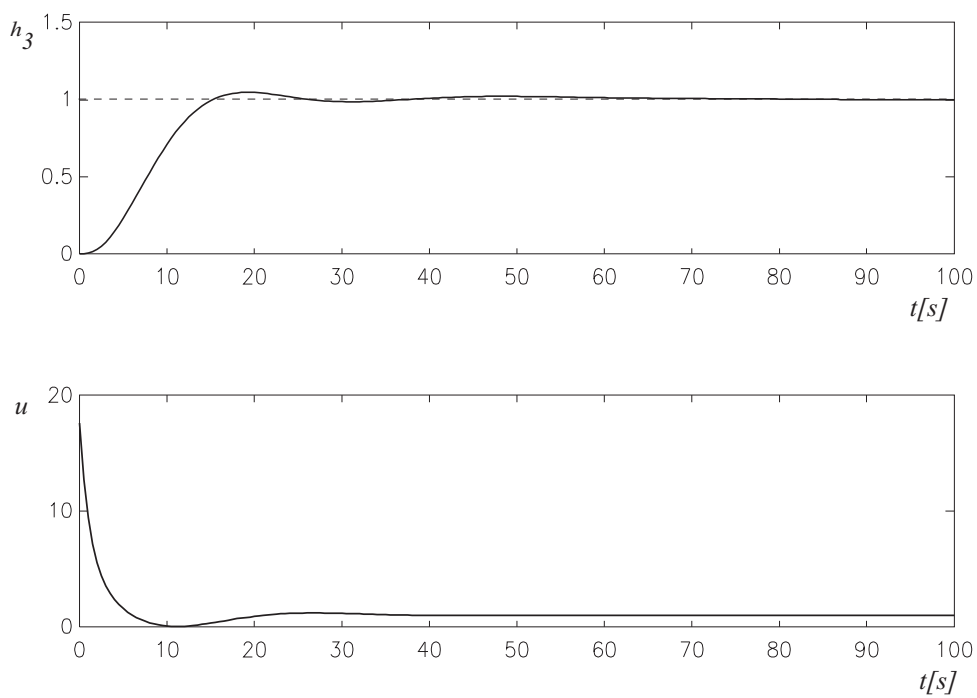
so naslednji:

$$K_P = 2.6, \quad K_I = 0.14, \quad K_D = 18.75, \quad T' = 1.25 \quad (5.10)$$

Slika 5.7 prikazuje odziv optimalnega regulatorja na stopničasti pogrešek $e = 1$.

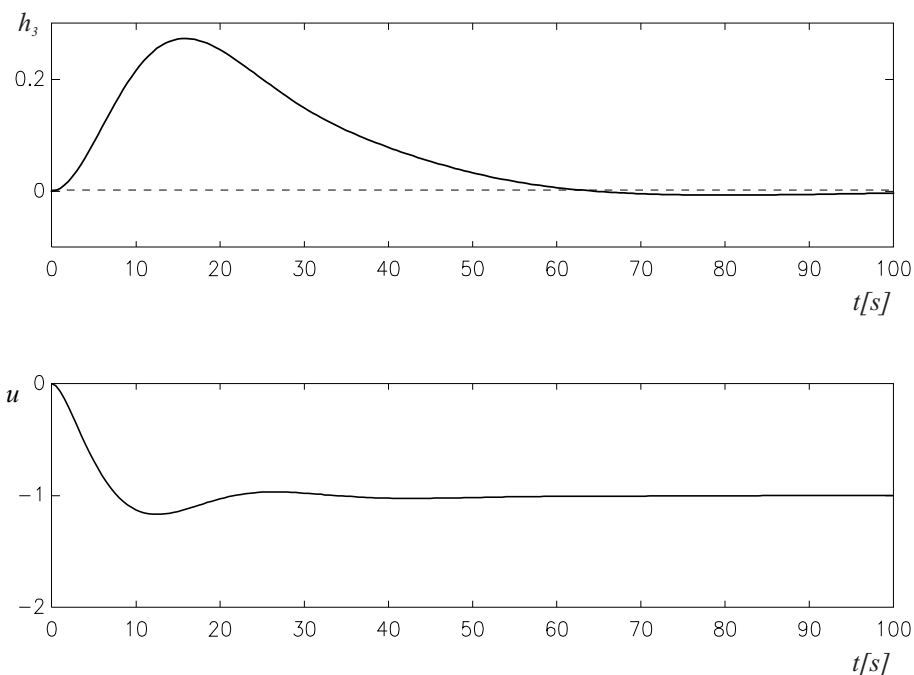
Slika 5.8 pa prikazuje časovni odziv regulirane in regulirne veličine pri spremembi reference $h_{3r} = 1$.

Nato smo simulirali motnjo v obliki konstantnega pretoka $\phi_m = 0.5$. Slika 5.9 kaže, da regulacijski sistem izregulira motnjo, vendar zaradi velike zakasnitve, preko katere motnja vpliva na regulirano veličino, potrebuje skoraj 100 s. Regu-

Slika 5.7: Odziv PID regulatorja na stopničasti signal pogreškaSlika 5.8: Regulirana in regulirna veličina pri $h_{3r} = 1$

lirna veličina se v ustaljenem stanju nastavi na -1 in s tem izregulira motnjo ϕ_m .

Ker motnja deluje precej proti vходу v proces, je smiselno uporabiti krmiljenje.

Slika 5.9: Regulirana in regulirna veličina pri motnji $\phi_m = 0.5$

Najprej smo uporabili proporcionalni način. Potenciometer K_{pz} smo vrteli toliko časa, da smo kar najbolj izničili vpliv motnje na regulirano veličino. Optimalna nastavitev K_{pz} je takrat, ko je pozitivna ploščina regulirane veličine približno enaka negativni, kar pomeni, da gladina zaniha okoli želene vrednosti. Lahko pa uporabimo tudi pravilo, da je ob nastopu motnje vrednost regulirne veličine približno enaka njeni vrednosti v ustaljenem stanju. Izbrali smo

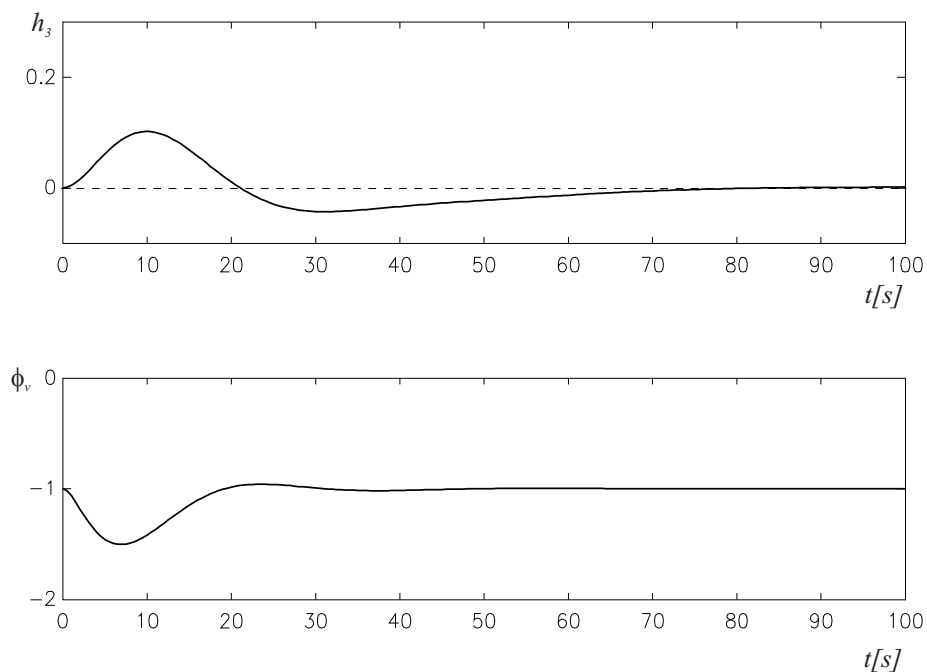
$$K_{pz} = 2 \quad (5.11)$$

Ustrezno regulirano in regulirno veličino prikazuje slika 5.10.

Po proporcionalnem krmiljenju smo simulirali še prehitevalno krmiljenje. Z vrtenjem potenciometrov za K_{DZ} in T_{DZ} smo lahko bistveno bolj izkrmilili vpliv motnje na regulirano veličino, kot v primeru proporcionalnega krmiljenja. Ustrezno regulirano in regulirno veličino prikazuje slika 5.11. Pri tem sta bili konstanti

$$T_{DZ} = 17.76 \quad K_{DZ} = 14.81 \quad (5.12)$$

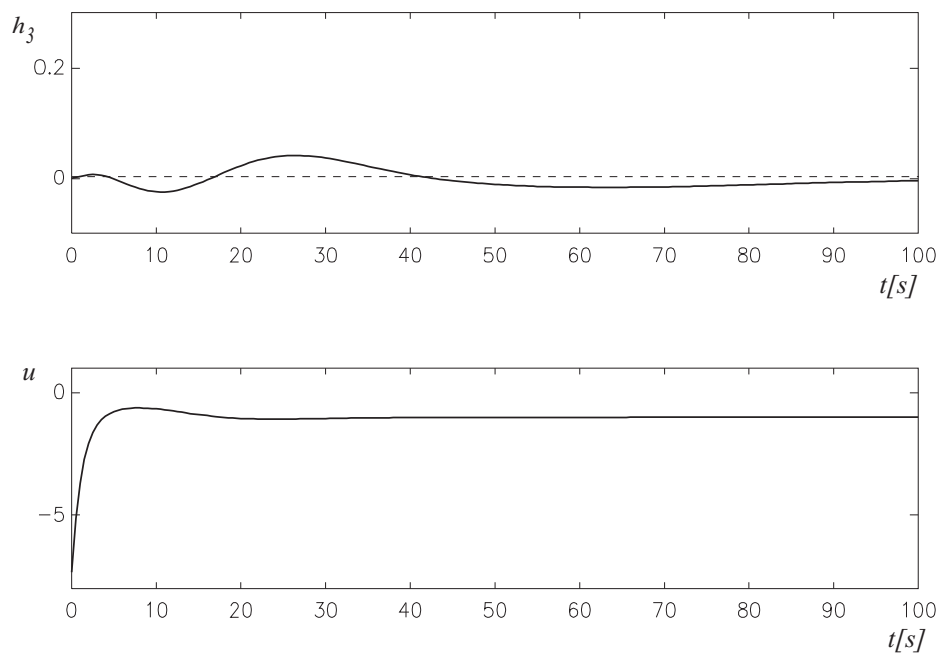
Krmilni sistem učinkuje zelo hitro v začetku prehodnega pojava, nato pa učinkuje regulator. Slika 5.12 prikazuje signal krmilnega sistema U_K . $\square$



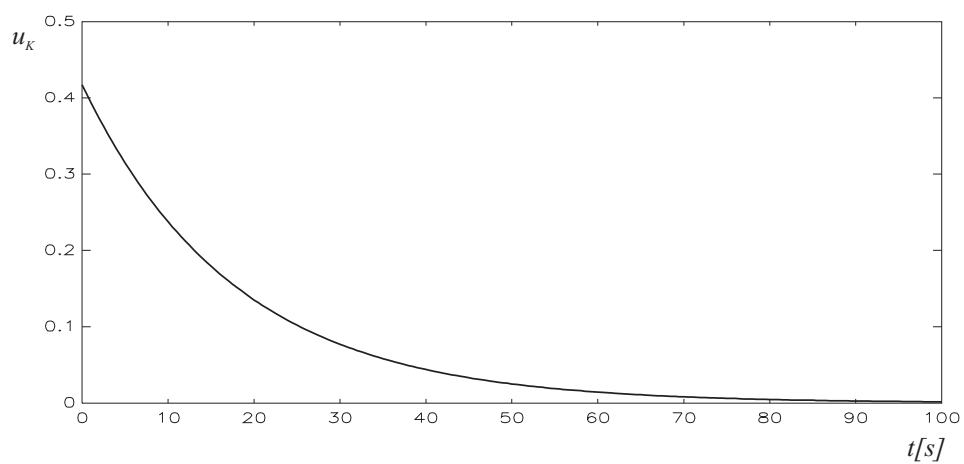
Slika 5.10: Regulirana in regulirna veličina pri vključitvi proporcionalnega krmiljenja

Krmiljenje s predikcijo

Krmiljenje s predikcijo je razširitev obravnavanega principa krmiljenja in ga lahko uporabljamo, če motnja ni merljiva. Osnovna ideja je zelo enostavna: motnjo je potrebno napovedati iz merjenih signalov in s pomočjo napovedanega signala izvesti krmiljenje. Potrebno je poudariti, da ni nujno, da napovemo motnjo. Dovolj je, da modeliramo signal, ki predstavlja učinek motnje na pomembne procesne spremenljivke.



Slika 5.11: Regulirana in regulirna veličina pri prehitevalnem krmiljenju



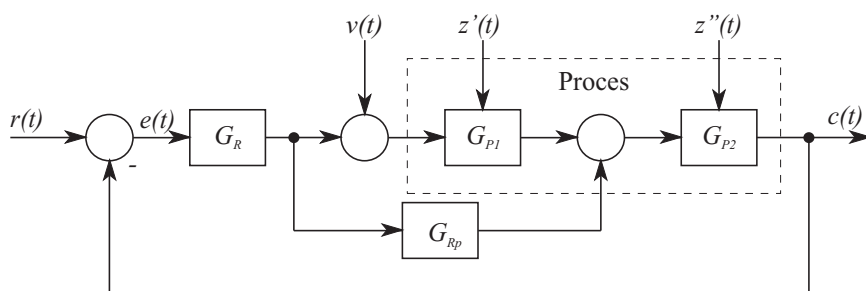
Slika 5.12: Signal prehitevalnega krmilnega sistema

5.2 Vpeljava pomožnih spremenljivk

V prejšnjem poglavju smo obravnavali način krmiljenja, za katerega je značilno, da ostane karakteristični polinom regulacijskega sistema nespremenjen. Možno pa so tudi spremembe regulacijskega sistema v tem smislu, da spremenimo karakteristični polinom. To dosežemo z uvedbo pomožnih spremenljivk v regulacijo.

5.2.1 Vpeljava pomožne regulirne veličine

Največji vpliv na slabo kvaliteto regulacije imajo velike časovne konstante posameznih delov procesa, ki jih predstavljajo shranjevalniki mase ali energije. Zaradi njih nastale zakasnitve lahko delno izključimo in tako izboljšamo delovanje sistema, če nam uspe vriniti v regulacijski sistem dodatno izvršilno mesto. Tak način regulacije prikazuje slika 5.13. Metoda predpostavlja, da lahko proces G_P



Slika 5.13: Bločni diagram regulacije s pomožno regulirno veličino

razdelimo na podprocesa G_{P1} in G_{P2} . Podproces G_{P1} naj vsebuje prevladujoče zakasnitve v procesu G_P . Možnost take realizacije je seveda odvisna od konstrukcijske izvedbe. Da bi zaradi motnje ali spremembe reference pohitrili regulacijsko delovanje, vpeljemo pomožni regulator G_{Rp} , s katerim zaobidem del procesa, ki vsebuje velike zakasnitve. Prenosna funkcija, ki opisuje vpliv reference $r(t)$ na regulirano veličino $c(t)$ je

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_R G_{P2} (G_{P1} + G_{Rp})}{1 + G_R G_{P2} (G_{P1} + G_{Rp})} \quad (5.13)$$

Vidimo, da G_{P1} in G_{Rp} delujeta vzporedno. Da bi vzporedna kombinacija vnašala v zanko čim manj zakasnitev, izberemo pomožni regulator G_{Rp} tako, da tvori

skupaj z G_{P1} proporcionalni člen $P0$. Če je npr. G_{P1} proporcionalni zakasnilni člen ($P1$), mora biti G_{Rp} prehitevalni člen ($D1$), kar kaže enačba (5.14)

$$G_{P1} + G_{Rp} = \frac{K_{P1}}{T_{P1}s + 1} + \frac{K_{P1}T_{P1}s}{T_{P1}s + 1} = K_{P1} \quad (5.14)$$

V tem primeru učinkuje pomožni regulator G_{Rp} tako, da podproces G_{P1} nadomesti z njegovim ojačenjem K_{P1} .

Vpeljava pomožne veličine je učinkovita posebno pri sledilni regulaciji. V tem primeru namreč sprememba reference zelo hitro deluje na celem procesu, čeprav so v začetnem delu procesa precejšnje zakasnitve. Postopek je prav tako učinkovit tudi pri motnjah, ki delujejo proti izhodu procesa (bremenske motnje).

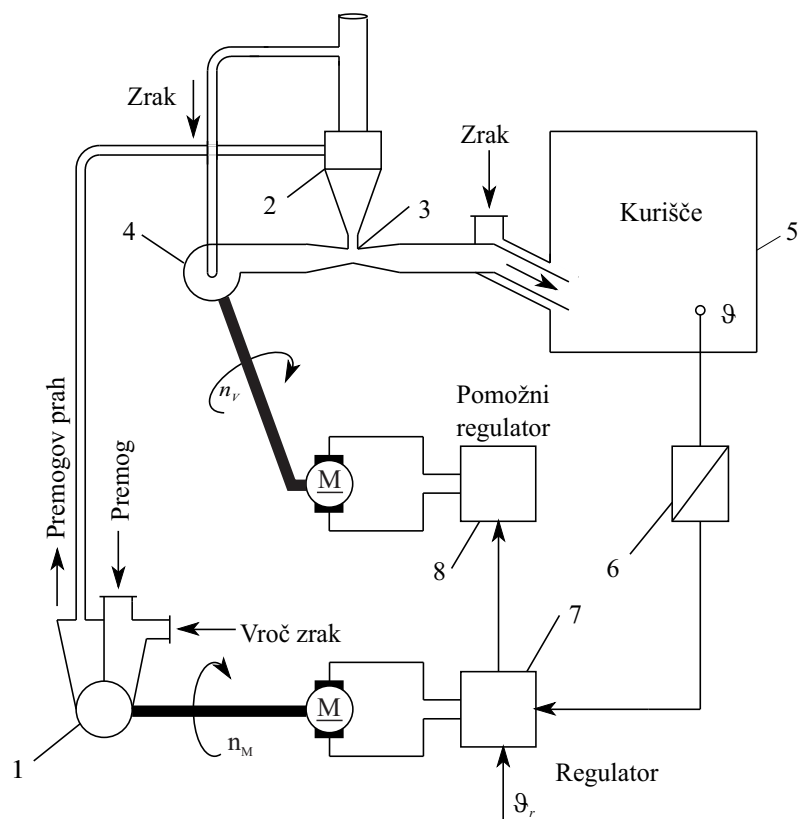
Primer 5.3 Uporabnost tega postopka v praksi prikazuje regulacija temperature v kurišču parnega kotla, ki deluje na premogov prah. Ustrezen postopek prikazuje slika 5.14. Na vhodu v proces regulator spreminja število vrtljajev n_M motorja, ki poganja mlin (1) za drobljenje premoga. Premogov prah gre skozi separator (2), v zoženju (3) pa ga vsrkava zračni tok, ki ga povzroča ventilator (4). Zato preteče precej časa, da se sprememba v delovanju mlina pozna na temperaturi ϑ v kurišču (5). Temperatura ϑ v kurišču je regulirana veličina in se preko merilnega pretvornika (6) prenaša v regulator (7). Le-ta deluje preko vzbujačnega navitja na število obratov motorja.

Za izboljšanje regulacije lahko kot pomožno regulirno veličino izberemo število obratov n_V motorja, ki žene ventilator. Nanj vpliva pomožni regulator (8). Tako prihaja pri spremembi regulirane veličine do hkratnega vpliva na delovanje mlina in ventilatorja, kar povzroči, da se v kurišču hitreje vzpostavi želena temperatura.

Omenjeni postopek imenujemo regulacija obtežbe. Določa potrebno količino goriva za vzdrževanje želene temperature v kurišču. □

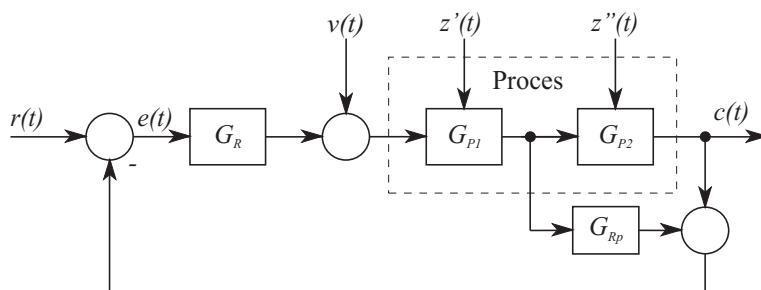
5.2.2 Vpeljava pomožne regulirane veličine

Namesto da nekje v procesu uvedemo novo izvršilno mesto, lahko izboljšamo regulacijo, če nekje v notranjosti procesa uvedemo novo merilno mesto, oz. pomožno regulirano veličino. Učinek je v obeh primerih podoben, saj vodi do zmanjšanja



Slika 5.14: Regulacija temperature pri parnem kotlu

zakasnitev v regulacijskem sistemu. Ustrezni bločni diagram prikazuje slika 5.15. Prenosna funkcija med motnjo $v(t)$ in regulirano veličino $c(t)$ je



Slika 5.15: Bločni diagram regulacije s pomožno regulirano veličino

$$\frac{C(s)}{V(s)} = \frac{G_{P1}G_{P2}}{1 + G_R G_{P1}(G_{P2} + G_{Rp})} \quad (5.15)$$

Podobno kot pri pomožni regulirni veličini je tudi tu očitno, da najučinkoviteje zmanjšamo zakasnitev, če paralelna kombinacija G_{P2} in G_{Rp} deluje kot proporcionalni člen $P0$. Če je npr. G_{P2} zakasnilni člen ($P1$), mora biti G_{Rp} prehitevalni člen ($D1$), kar kaže enačba

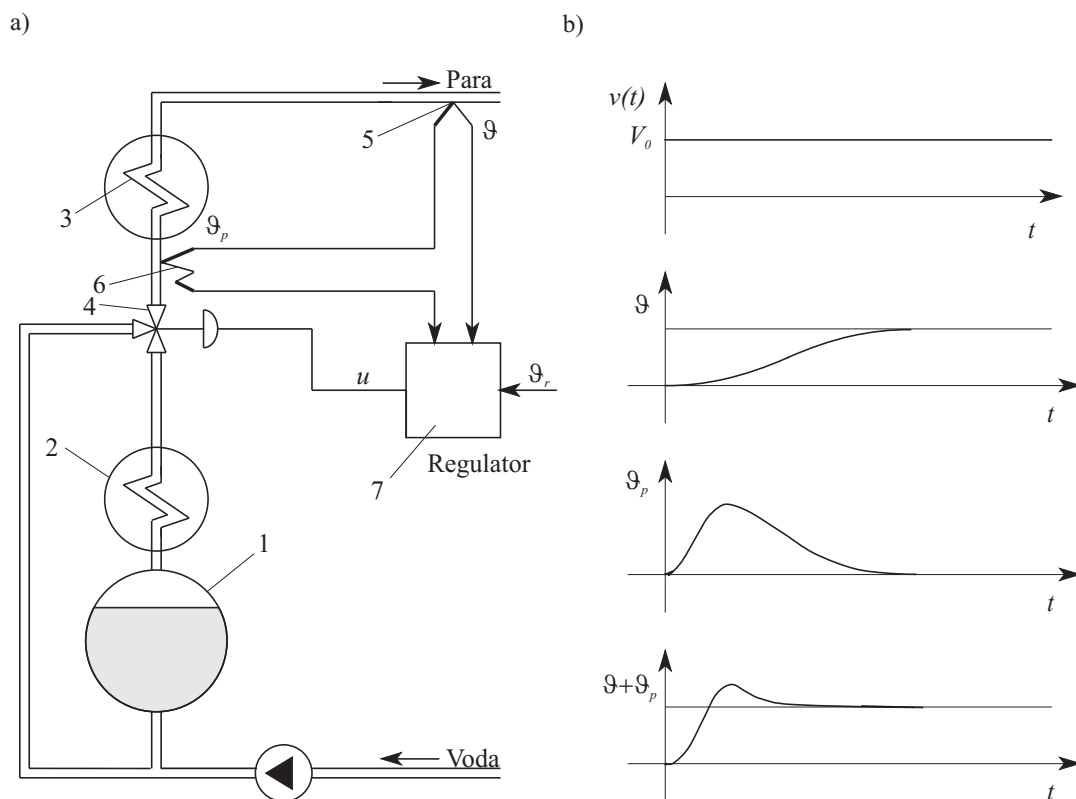
$$G_{P2} + G_{Rp} = \frac{K_{P2}}{T_{P2}s + 1} + \frac{K_{P2}T_{P2}s}{T_{P2}s + 1} = K_{P2} \quad (5.16)$$

Tako delovanje regulacijskega sistema je posebno učinkovito, če podproces G_{P2} vsebuje večino zakasnitev celotnega procesa, motnja pa deluje pred pomožnim merilnim mestom (npr. motnje na vhodu). Pomožno merilno mesto naj bo čim bližje mestu, kjer deluje motnja na proces. V primeru motnje na izhodu ali v primeru sledilnega delovanja ne dosežemo skoraj nikakršne izboljšave.

Prednost te metode je predvsem v tem, da potrebuje cenejšo dodatno opremo kot metoda s pomožno regulirno veličino, saj so merilni sistemi cenejši od izvršnih.

Primer 5.4 Kot primer si oglejmo regulacijo temperature pregrete pare (slika 5.16).

Po izstopu iz bobna (1) potuje para preko dveh pregrevnikov (2 in 3), ki morata pregrete paro na zeleno temperaturo ($\vartheta = \vartheta_r$). Regulirno veličino predstavlja vbrizgavanje hladilne tekočine s pomočjo mešalnega ventila (4). Motnjo $v(t)$ pa predstavlja spreminjajoči se pretok pare zaradi spremenljive porabe. Slika 5.16b kaže, da temperatura pare ϑ pri povečanem pretoku V_0 naraste, če ni vključena regulacija, saj se količina hladilne tekočine ne spremeni. Naraščanje temperature pa je zelo počasno zaradi občutne mehanske mase drugega pregrevnika (3). Zato uvedemo pomožno veličino, za katero je značilno, da je njen časovni potek bistveno manj zakasnen. Vpeljati moramo novo merilno mesto, na katerem se temperatura hitro dviga pri povečanem pretoku pare. Zato pred drugi pregrevnik namestimo dva termočlena (6), enega s hitrim in enega s počasnim delovanjem. Vezana sta tako, da se njuna prispevka odštejeta. Zato predstavljata zakasnilno - prehitevalni člen (ϑ_p na sliki 5.16b). Oba termočlena vežemo zaporedno s termočlenom (5), ki meri regulirano temperaturo. Signal $\vartheta + \vartheta_p$, ki ga vodimo v regulator (7), je gledano odprtozančno bistveno manj zakasnen od signala ϑ ,



Slika 5.16: Regulacija temperature pregrete pare:

a) tehnološka shema

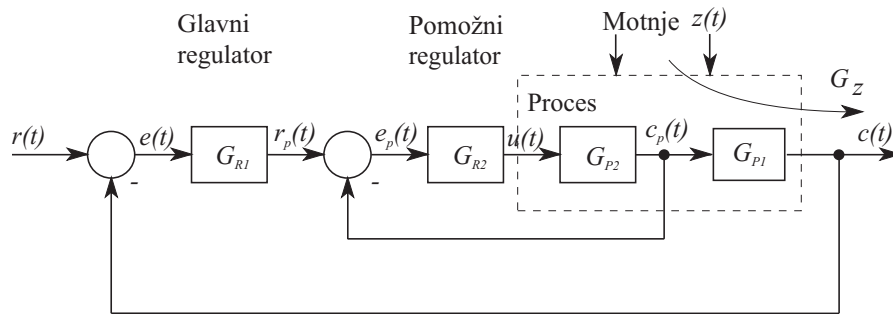
b) časovni potek veličin pri stopničastem vzburjanju

zato je tudi v zaprti zanki izreguliranje motnje hitrejše. Za boljše razumevanje si lahko problem predstavimo z bločno shemo, ki je podobna shemi na sliki 5.15. $\square$

5.3 Kaskadna regulacija

Kaskadna regulacija predstavlja eno izmed najpogostejše uporabljenih rešitev osnovanih na uporabi pomožne regulirane veličine. Osnovni princip prikazuje slika 5.17.

Razen regulirane veličine $c(t)$ merimo še pomožno regulirano veličino $c_p(t)$. Uporabimo dva regulatorja, ki sta vezana v kaskado. Samo prvi regulator ima nastavljivo referenco (local set up). S pomočjo pogreška $e(t) = r(t) - c(t)$ se



Slika 5.17: Kaskadna regulacija

izračuna izhod glavnega regulatorja, ki pa ni regulirna veličina, ampak tvori referenčni vhod v pomožni regulator (remote set up). Ta se primerja s pomožno regulirano veličino in iz tako nastalega pogreška pomožni regulator generira regulirno veličino. Pomožni regulator G_{R2} in del procesa G_{P2} tvorita pomožno regulacijsko zanko, glavni regulator pa s pomožno regulacijsko zanko in delom procesa G_{P1} tvori glavno regulacijsko zanko. Tako glavna kot pomožna zanka vsebujeta merilna sistema, vendar ima le glavni regulator neodvisno nastavljivo referenco in le pomožni regulator generira regulirno veličino. Kaskadna regulacija izkazuje boljšo kvaliteto kakor enozančna iz naslednjih vzrokov:

- Vplivi motenj, ki se pojavijo v delu procesa G_{P2} , torej pred pomožnim merilnim mestom $c_p(t)$, so zaradi pomožne regulacijske zanke bistveno zmanjšani.
- Zaradi pomožne regulacijske zanke je bistveno zmanjšan vpliv sprememb parametrov prenosne funkcije G_{P2} . Pri načrtovanju glavnega regulatorja moramo zato upoštevati predvsem spremembe parametrov izhodnega dela procesa G_{P1} .
- Zaradi pomožne regulacijske zanke je bistveno zmanjšan vpliv nelinearnosti v procesu G_{P2} .
- Zaradi pomožne regulacijske zanke postane ta del regulacijskega sistema hitrejši (manjše časovne konstante, višje lastne frekvence), zato tudi celotni regulacijski sistem deluje hitreje.

Prenosna funkcija med referenčno in regulirano veličino je

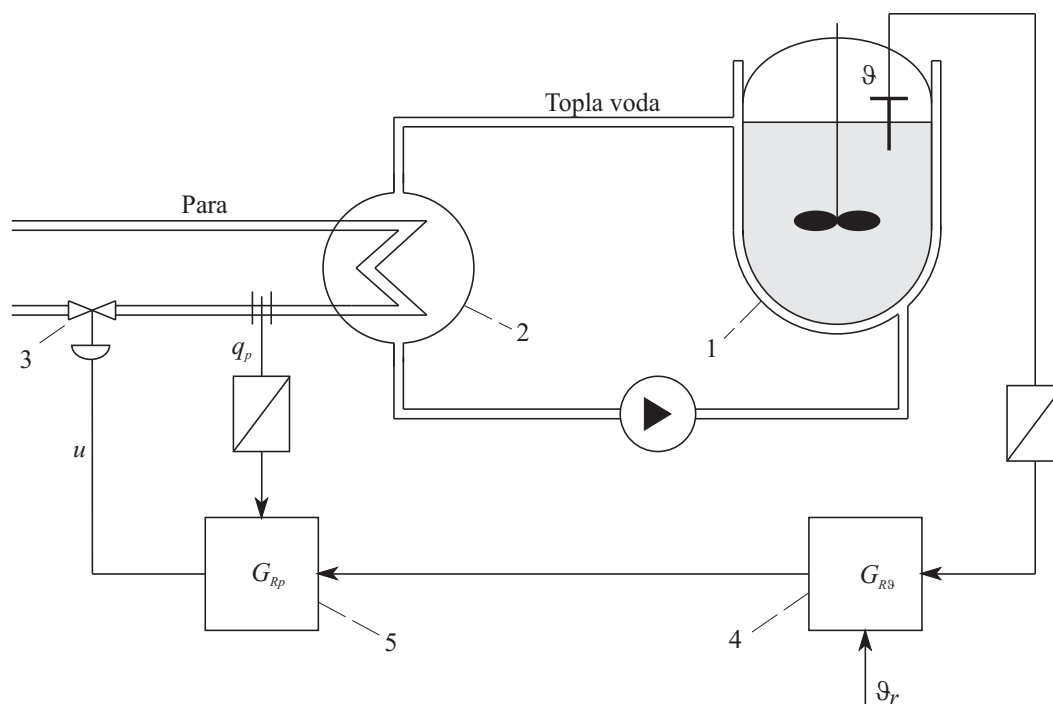
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_{R1}G_{R2}G_{P1}G_{P2}}{1 + G_{R2}G_{P2} + G_{R1}G_{R2}G_{P1}G_{P2}} \quad (5.17)$$

Vpliv motnje $z(t)$ na regulirano veličino $c(t)$ pa podaja prenosna funkcija

$$\frac{C(s)}{Z(s)} = \frac{G_Z(s)}{1 + G_{R2}G_{P2} + G_{R1}G_{R2}G_{P1}G_{P2}} \quad (5.18)$$

Pri tem je $G_Z(s)$ prenosna funkcija, preko katere motnja v odprti zanki deluje na regulirano veličino. Dejanska izvedba kaskadne regulacije je odvisna predvsem od mesta nastopa motenj. Zato jo je potrebno načrtati za vsak primer posebej. Pri tem uporabljamo za pomožni regulator enostavnejšo izvedbo (P ali PI), za glavni regulator pa običajno uporabimo PID regulator.

Primer 5.5 Lep primer kaskadne regulacije predstavlja ogrevanje kemijskega reaktorja. Tehnološko shemo prikazuje slika 5.18.

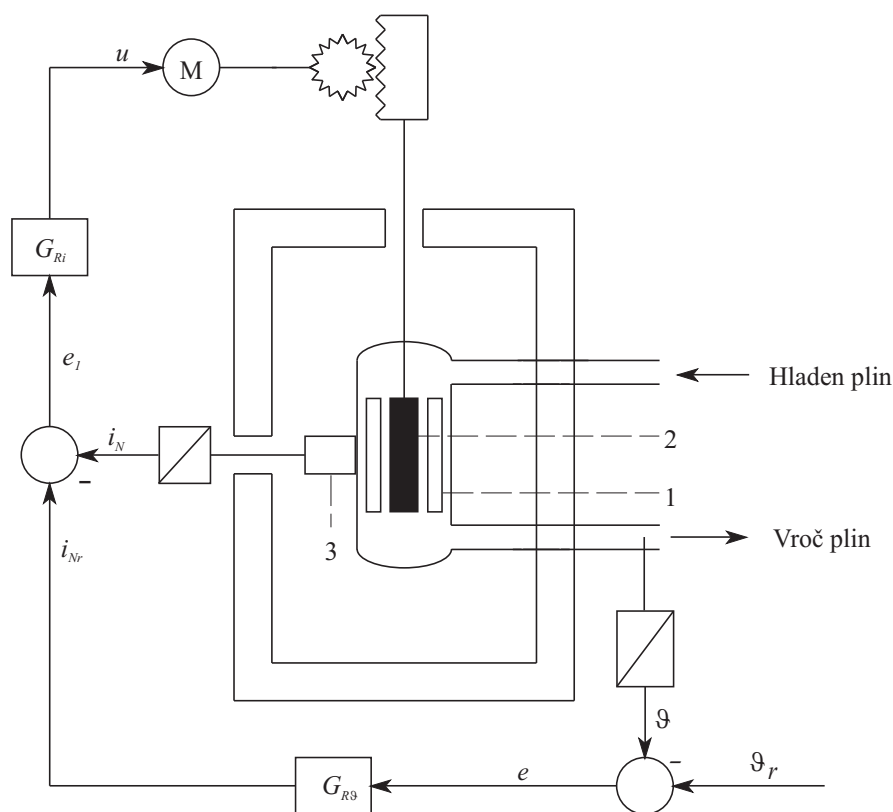


Slika 5.18: Kaskadna regulacija temperature kemijskega reaktorja

Kemijski reaktor (1) ogrevamo s toplo vodo, ki se nahaja v njegovem plašču. Toplo vodo pa ogrevamo s parnim toplotnim izmenjevalnikom (2). Ena od motenj, ki se pojavlja, je motnja v pretoku pare toplotnega izmenjevalnika. To je motnja v

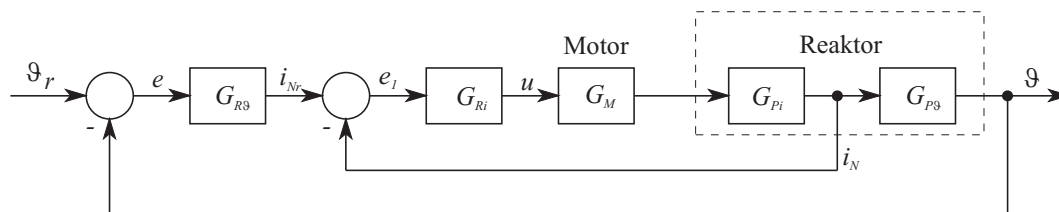
vhodnem delu procesa. Motnjo sicer izloči glavni regulator $G_{R\vartheta}$ (4) s spremembo položaja ventila (3), vendar je tak način precej zakasnen predvsem zaradi ogrevanja plašča. S klasično PID regulacijo težko dosežemo želene rezultate. Zato vgradimo pomožno regulacijsko zanko, kjer na osnovi merjenja pretoka pomožni regulator G_{Rp} (5) hitro učinkuje na položaj ventila (3) oz. hitro izregulira motnjo v pretoku pare. $\square$

Primer 5.6 Naslednji primer opisuje kaskadno regulacijo temperature v jedrskem reaktorju. Slika 5.19 prikazuje tehnološko shemo, slika 5.20 pa bločni diagram.



Slika 5.19: Tehnološka shema jedrskega reaktorja

Jedrski reaktor je hlajen s plinom. Na zgorevanje jedrskega goriva (1) vplivamo s pomikom krmilnih palic (2), ki vsrkavajo nevtrone. Regulirana veličina je temperatura v jedrskem reaktorju oz. kar temperatura hladilnega plina ob izstopu, če predpostavljamo, da je pretok tega plina konstanten in da je konstantna tudi

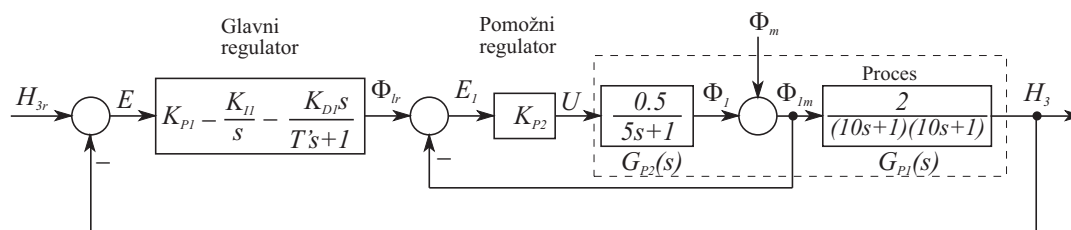


Slika 5.20: Bločna shema regulacije jedrskega reaktorja

temperatura hladilnega plina ob vstopu v reaktor. Ker povzroča masa takega reaktorja precejšnjo toplotno vztrajnost, bi bila regulacija z merjenjem temperature in z ustreznim pomikom krmilnih palic zelo počasna. Zato izvedemo regulacijo kot kaskadno. S posebno ionizacijsko komoro (3) merimo tok nevtronov, ki je proporcionalen sproščeni toplotni moči. Ta meritev sicer ni točna, je pa zelo hitra, tako da pomožni regulacijski krog (G_{Ri}) hitro vpliva na pomik krmilnih palic in s tem na hitrost jedrske reakcije. Kvalitetnejše podatke dobimo z merjenjem temperature vročega zraka. S pomočjo te temperature glavni regulator $G_{R\vartheta}$ nastavlja želeno vrednost i_{Nr} pomožnega regulacijskega kroga. Tak jedrski reaktor ima več krmilnih palic, od katerih ima lahko vsaka svoj pogon oz. svojo regulacijo položaja. Vendar ti pozicijski regulacijski krogi niso med seboj neodvisni, ampak vplivajo drug na drugega. $\square$

Primer 5.7 Kaskadna regulacija hidravličnega sistema

Hidravlični sistem, ki smo ga obravnavali v primeru 5.2, bomo regulirali s kaskadno regulacijo. Ustrezno shemo prikazuje bločni diagram na sliki 5.21.



Slika 5.21: Bločna shema kaskadne regulacije hidravličnega sistema

Ker motnja deluje v obliki motilnega dotoka ϕ_m , smo dodali pomožno regulirano veličino kar na mestu, kjer se prišteva motnja, saj je regulacija tem bolj učinkovita, čim bližje motnji izberemo pomožno veličino. Meriti moramo torej

moten pretok ϕ_{1m} . To si najlaže predstavljamo tako, da ločeno merimo pretok ϕ_1 in ϕ_m ter ju seštejemo. Praktično je to zelo draga rešitev in je pri konkretni izvedbi potrebno razmišljati o kakšnih drugih možnostih.

Da bi prikazali uspešnost kaskadne regulacije, smo za hidravlični regulacijski sistem najprej načrtali enozančni *PID* regulator. Njegove parametre smo določili z optimizacijo cenilke

$$\text{ITAE} = \int_0^{50} t |e(t)| dt \quad (5.19)$$

pri vzburjanju s stopničasto referenco in pri motnji $\phi_m = 0$. Z računalniško optimizacijo smo v šestih iteracijah (57 simulacijskih tekov) dobili naslednje parametre regulatorja

$$K_{P1} = 3.064, \quad K_{I1} = 0.150, \quad K_{D1} = 21.748, \quad T' = 0.1 \frac{K_{D1}}{K_{P1}} = 0.710 \quad (5.20)$$

S temi parametri smo dosegli vrednost cenilke $\text{ITAE} = 47.263$.

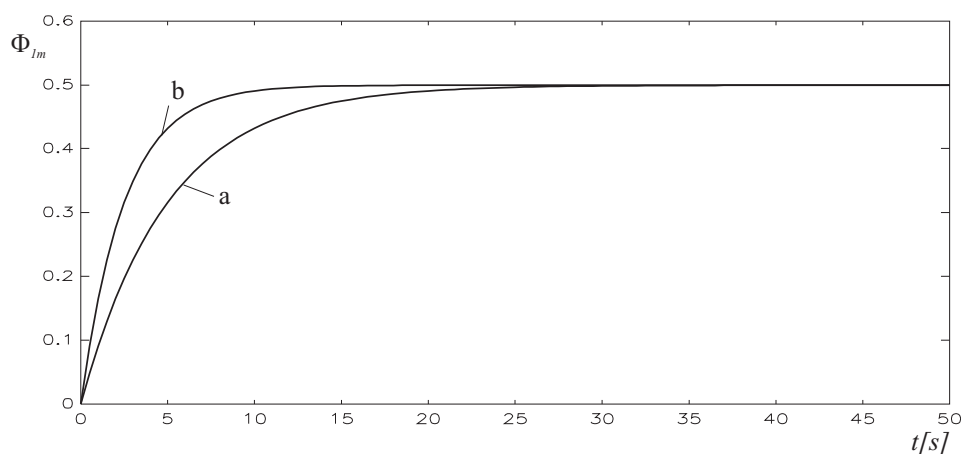
Nato smo se lotili načrtovanja kaskadne regulacije. Za pomožni regulator smo izbrali *P* regulator. Z njim smo želeli približno dvakrat skrajšati časovno konstanto pomožne regulacijske zanke z ozirom na proces $G_{P2}(s)$. Ker je prenosna funkcija pomožne zanke (slika 5.21)

$$\frac{\phi_{1m}}{\phi_{1r}} = \frac{\frac{K_{P2}}{2+K_{P2}}}{\frac{10}{2+K_{P2}}s + 1} \quad (5.21)$$

izpolnimo zahteve s parametrom *P* regulatorja

$$\frac{10}{2 + K_{P2}} = 2.5 \quad \implies K_{P2} = 2 \quad (5.22)$$

Slika 5.22 prikazuje odziv procesa $G_{P2}(s)$ in odziv pomožne regulacijske zanke pri motnji $\phi_m = 0$ na vzburjanje z enotino stopnico. Iz slike je razvidno, da smo dvakrat skrajšali časovno konstanto.



Slika 5.22: Odziv procesa G_{P2} (a) in pomožne regulacijske zanke (b) na stopničasto vzbujanje

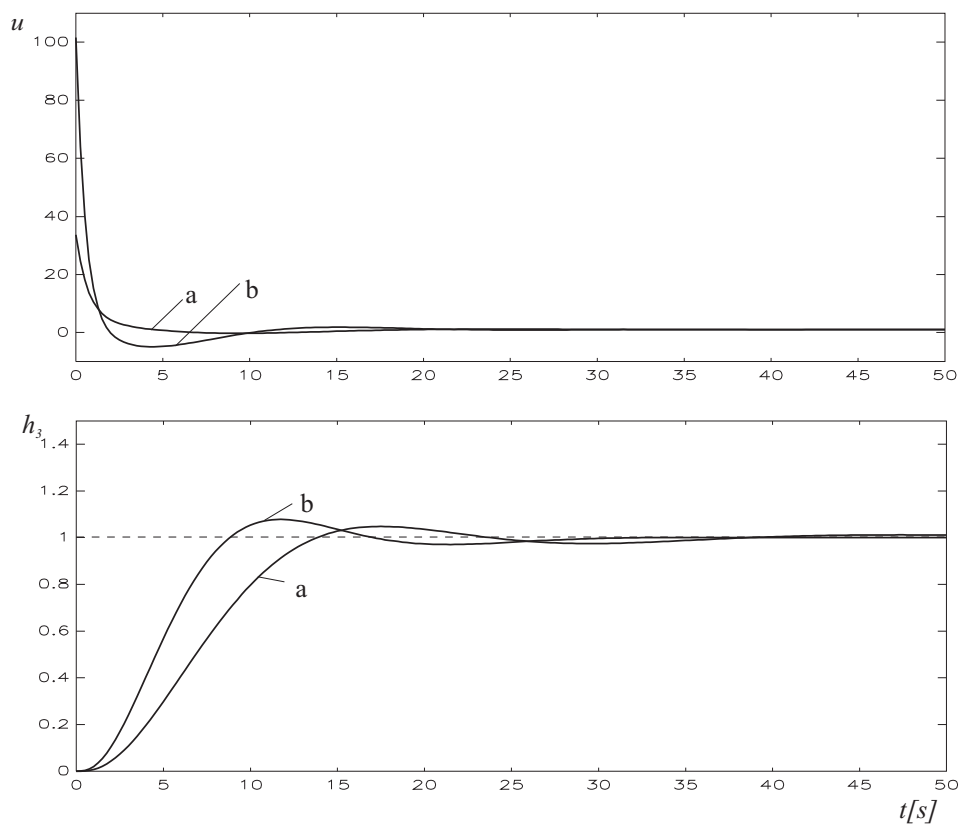
Ko načrtamo pomožni regulator, nadaljujemo načrtovalni postopek za glavni regulator. Le-tega smo načrtali z optimizacijo na enak način, kot prej enozančni PID regulator, torej z optimizacijo cenilke ITAE pri vzbujanju sistema s stopničasto referenco h_{3r} . Po šestih iteracijah (63 simulacijskih tekov) smo dobili vrednosti

$$K_{P1} = 4.621, \quad K_{I1} = 0.224, \quad K_{D1} = 25.504, \quad T' = 0.1 \frac{K_{D1}}{K_{P1}} = 0.552 \quad (5.23)$$

S temi parametri smo dosegli vrednost cenilke ITAE= 23.451. Njena vrednost se je glede na enozančno regulacijo zmanjšala kar dvakrat.

Slika 5.23 prikazuje regulirni in regulirani veličini pri optimalnem enozančnem in pri kaskadnem regulatorju pri vzbujanju s stopničasto referenco $h_{3r} = 1$. Prevezpon pri enozančni regulaciji je 4.8%, pri kaskadni pa 7.7%. Zato pa je v primeru kaskadne regulacije bistveno krajši čas vzpona.

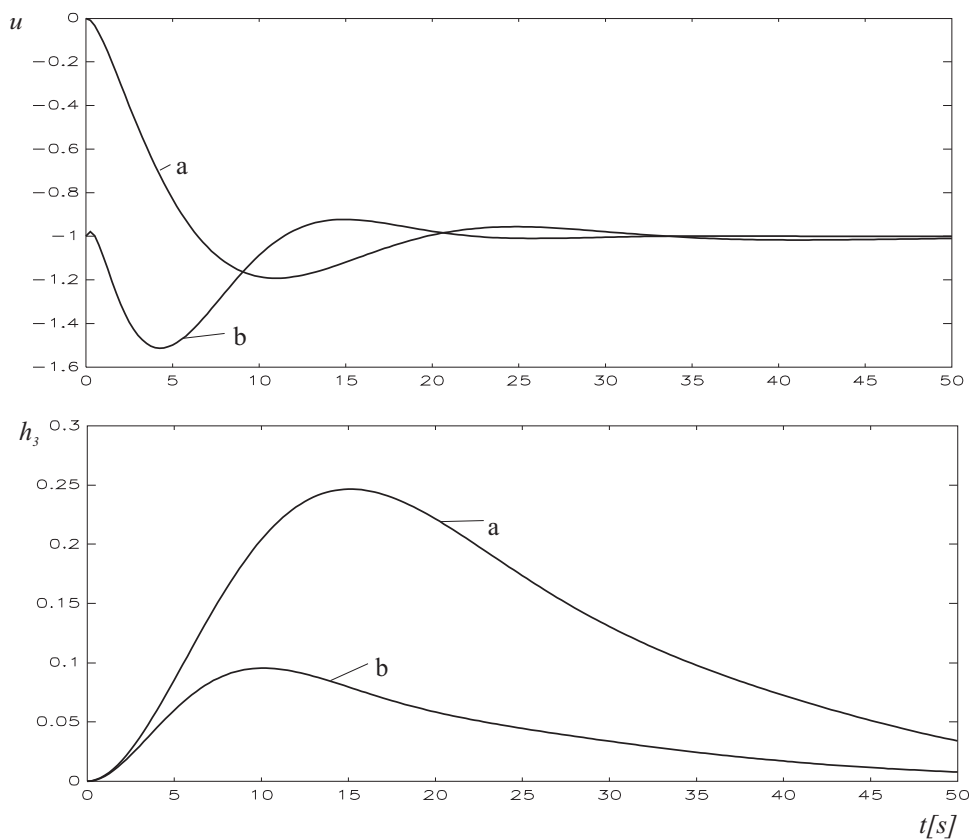
Seveda nas zanima tudi delovanje regulacijskega sistema pri stopničasti motnji v motilnem pretoku ($\phi_m = 0.5$). Slika 5.24 prikazuje regulirni in regulirani veličini pri enozančni in kaskadni regulaciji. Vidimo, da regulirna veličina pri kaskadni regulaciji že takoj v trenutku nastopa motnje dobi neko vrednost. Ta je celo enaka vrednosti v ustaljenem stanju. Zato kaskadna regulacija učinkovito odpravi motnjo, kar je razvidno iz primerjave potekov reguliranih veličin.



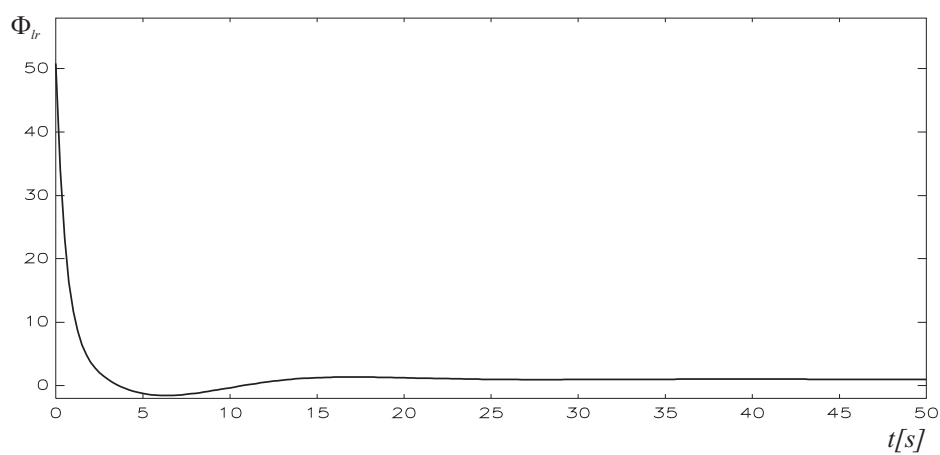
Slika 5.23: Regulirna in regulirana veličina pri referenci $h_{3r} = 1$:

- a) enozančna regulacija
- b) kaskadna regulacija

Slika 5.25 prikazuje izhod glavnega regulatorja, ki daje referenčni signal pomožni regulacijski zanki pri stopničasti spremembi reference. Čeprav je ustaljena vrednost $\phi_{1m} = 0.5$ pa vrednost ϕ_{1r} ni 0.5, ker je pomožna zanka opremljena s P regulatorjem in potrebuje pogrešek v ustaljenem stanju. Ker je v ustaljenem stanju $\phi_{1m} = 0.5$, velja $u = 1$, $e_1 = 0.5$ in $\phi_{1r} = 1$. $\square$



Slika 5.24: Regulirna in regulirana veličina pri motnji $\phi_m = 0.5$:
 a) enozančna regulacija b) kaskadna regulacija



Slika 5.25: Izhod glavnega regulatorja

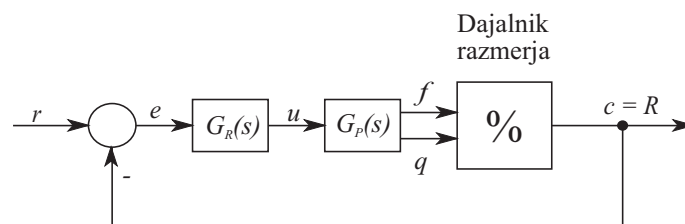
5.4 Regulacija razmerja

Regulacija razmerja je posebna oblika regulacije (običajno kombinirane s krmiljenjem), za katero je značilno, da zagotovi želeno razmerje dveh veličin. Ena od obeh veličin je merljiva, vendar nanjo ne moremo vplivati preko regulirne spremenljivke. Druga veličina pa je prava regulirana veličina. Tipičen primer predstavlja proces, v katerem je potrebno zagotoviti oz. vzdrževati koncentracijo neke zmesi z dodajanjem ustrezne komponente (aditiva).

Dejanska regulirana veličina je razmerje R med spremenljivko, na katero lahko vplivamo (f) in spremenljivko, ki jo le merimo (q)

$$R = \frac{f}{q} \quad \text{ali} \quad R = \frac{q}{f} \quad (5.24)$$

Zelo naravno se zdi, da bi uporabili sistem, ki ga prikazuje slika 5.26. S pomočjo



Slika 5.26: Bločni diagram za regulacijo razmerja

dajalnika razmerja izračunamo razmerje med veličinama f in q in na ta način dobimo regulirano veličino R , ki jo primerjamo z želenim razmerjem r . Včasih nam ustrezno razmerje oz. regulirano veličino neposredno daje merilni sistem (npr. merilnik koncentracije). Vendar ima tak način, ko je dajalnik razmerja v zanki, precej slabih lastnosti. Če je spremenljivka f v števcu, velja

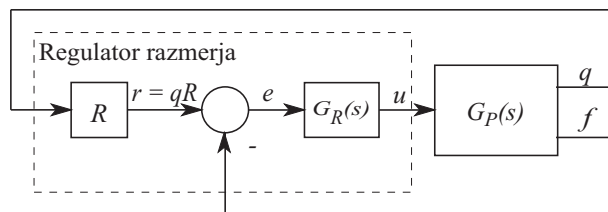
$$\frac{dR}{df} = \frac{1}{q} \quad (5.25)$$

To pomeni, da se zračno ojačenje spreminja s spremenljivko q . Če pa je spremenljivka q v števcu, velja

$$\frac{dR}{df} = -\frac{q}{f^2} = -\frac{R}{f} \quad (5.26)$$

Zanka postane nelinearna, ker je ojačenje odvisno od velikosti regulirne in regulirane veličine (tak kvocient je konstanta le v primeru linearnega sistema). Zato bi bilo težko načrtati ustrezni regulator.

Zaradi tega običajno prenesemo računanje razmerja zunaj regulacijske zanke. Ustrezno izvedbo prikazuje slika 5.27. Spremenljivko q , na katero ne vpliva re-



Slika 5.27: Priporočljiva shema za regulacijo razmerja

gulirna veličina u , vodimo v element, s katerim nastavimo želeno razmerje (ratio station). Produkt qR (ali kvocient q/R) predstavlja referenco za regulacijo spremenljivke f , to je za spremenljivko, na katero lahko vplivamo z regulirno veličino. Ustrezno razmerje se vzpostavi, ko gre pogrešek proti nič

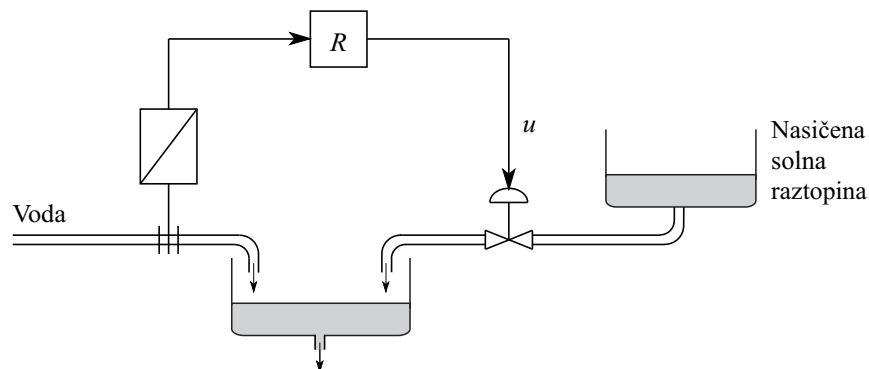
$$e = qR - f = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{f}{q} \quad (5.27)$$

Element razmerja je v enostavni izvedbi ojačevalnik s spremenljivim ojačenjem. V bolj kompleksni obliki je to množilnik z dvema vhodoma, tako da lahko vanj pripeljemo razmerje kot signal. V tem primeru lahko uporabimo poljuben nadrejeni regulacijski sistem, katerega regulirna veličina je ustrezno razmerje, regulirana veličina pa neka veličina, ki je odvisna od spremenljivk q in f .

Regulacijo razmerja lahko realiziramo z elementom razmerja in z ustreznim industrijskim PID regulatorjem. Vse skupaj je lahko tudi v eni enoti, ki ji pravimo regulator razmerja.

Primer 5.8 Regulacijo razmerja bomo prikazali na primeru mešanja čiste vode in s soljo nasičene raztopine. To omogoča, da dobimo raztopino s poljubno koncentracijo. Najenostavnejšo izvedbo, ki pravzaprav ni regulacija ampak le krmiljenje, prikazuje slika 5.28. Element razmerja R s pomočjo merjenega pretoka vode odpira oz. zapira ventil za dovajanje nasičene raztopine. Tak odprtozančni postopek ima dve pomembni slabosti:

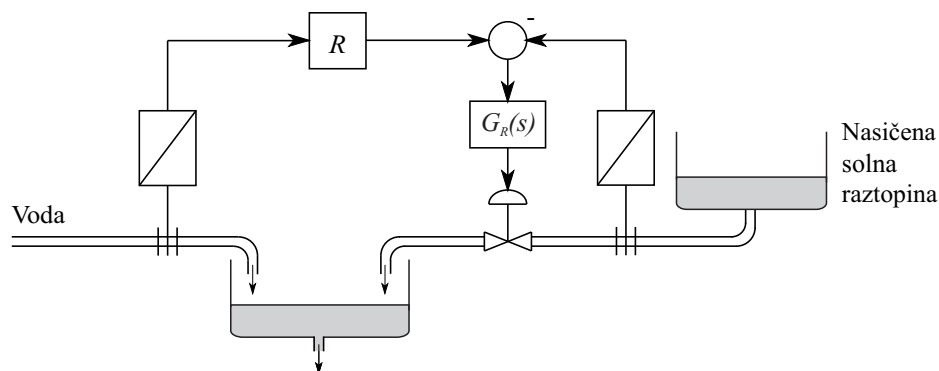
- Zveza med regulirno veličino u in pretokom skozi ventil mora biti linearna, kar je težko doseči za širše področje delovanja ventila.



Slika 5.28: Krmiljenje razmerja

- Nikakršne motnje v pretoku nasičene solne raztopine se ne upoštevajo (če se npr. spreminja višina gladine v posodi z raztopino).

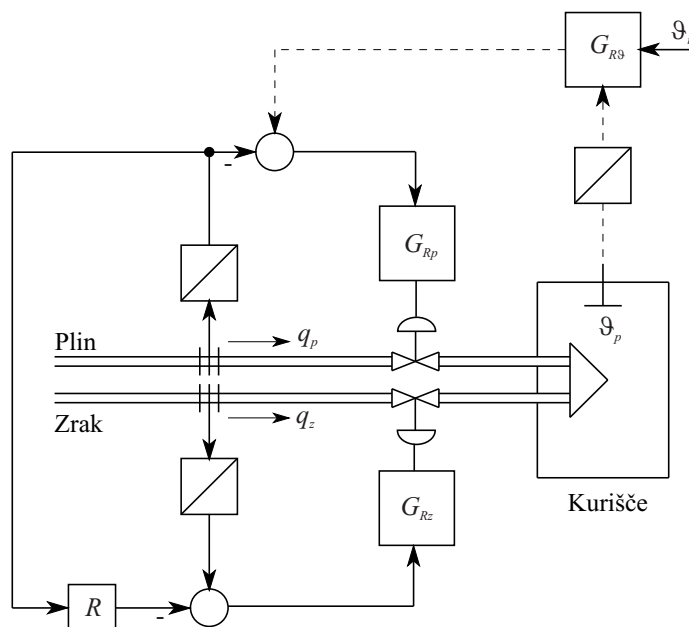
Delovanje lahko občutno izboljšamo s strukturo, ki jo prikazuje slika 5.29.



Slika 5.29: Regulacija razmerja s pomožno regulacijsko zanko

Element razmerja R v tem primeru ne krmili neposredno ventila ampak tvori referenco za pomožno regulacijsko zanko. Le-ta odpravlja vse slabosti glede na shemo, ki jo prikazuje slika 5.28. Iz slike 5.29 je tudi razvidno, da je regulacija razmerja posebna oblika vključitve krmiljenja, saj pretok vode lahko privzamemo kot merljivo motnjo, ki jo izkoristimo za krmiljenje. Prikazana regulacija omogoča le doseg ustreznega razmerja obeh pretokov, ne zagotavlja pa še ustrezne koncentracije. Če se npr. menja slanost vode ali nasičene raztopine, se bo menjala tudi koncentracija raztopine . □

Primer 5.9 Lep primer kombinacije kaskadne regulacije in regulacije razmerja je regulacija temperature v industrijskem kurišču. Postopek prikazuje slika 5.30.



Slika 5.30: Regulacija temperature v industrijskem kurišču

Zmes, ki je sestavljena iz plina in zraka, prihaja v gorilnik kurišča. Da bi zagotovili želeno temperaturo, je potrebno regulirati pretok plina q_p in pretok zraka q_z . Zato imamo dve regulacijski zanki: regulator G_{Rp} regulira pretok plina, regulator G_{Rz} pa regulira pretok zraka. Da dosežemo ustrezno zgorevanje goriva, je potrebno zagotoviti tudi določeno razmerje med plinom in zrakom. Zato merjeno veličino pretoka plina vodimo v dajalnik razmerja R , na katerem nastavimo želeno razmerje. Njegov izhod predstavlja referenco za regulator G_{Rz} , ki regulira pretok zraka.

Ker pa zaradi raznih motenj z ustrezno nastavljenim pretokom plina in njem ustreznim pretokom zraka ne moremo vzdrževati želene temperature v kurišču, razširimo regulacijski sistem v kaskadnega (črtkane povezave). S pomočjo termoelementa in temperaturnega regulatorja $G_{R\vartheta}$ se generira referenčna veličina za pomožno regulacijsko zanko. Le-ta regulira pretok plina. Glavna, sicer počasnejša zanka odpravi morebitne motnje, ki vplivajo na temperaturo, tako da spremeni pretok plina in s tem posredno zaradi regulacije razmerja tudi pretok zraka. $\square$

Literatura

Åström, K. J., T. Hägglund (1984): "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins." *Automatica*, 20, pp. 645-651.

Åström, K. J., T. Hägglund, C. C. Hang, W. K. Ho (1990): "Automatic tuning and adaptation for PID controllers - a survey." *Automatica*, 20, pp. 645-651.

Borrie, J.A. (1986): *Modern Control Systems: A Manual of Design Methods*, Prentice Hall, Inc., London, UK

Cohen, G. H. and G. A. Coon (1953): "Theoretical consideration of retarded control." *Trans. ASME*, 75, pp. 827-834.

Cook, P.A. (1986): *Nonlinear Dynamical Systems*, Prentice Hall, Inc., London, UK

D'Azzo, J.J., C.H. Houpis (1975): *Linear Control System Analysis and Design – Conventional and Modern*, McGraw-Hill, Inc., New York, USA

Di Stefano, J.J., Stubberud, I.J. Williams (1976): *Feedback and Control Systems*, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill Book Company, New York, USA

Doyle C., B.A. Francis, A.R. Tannenbaum (1992): *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Company, New York, USA

Dorf, R.C, R.H. Bishop (2008): *Modern Control Systems*, Eleventh edition, Prentice Hall, USA

El – Hawary, M.E. (1984): *Control System Engineering*, Reston Publishing Company, Inc., A Prentice-Hall Company, Reston, Virginia, USA

Franklin, G.F., J.D. Powell, A.E. Naeini (2009): *Feedback Control of Dynamic Systems*, Six edition, Prentice Hall, USA

Golten, J., Verwer, A.: (1991): *Control System Design and Simulation*, McGraw-Hill Book Company, London, UK

Hang, C. C., K. J. Åström, W. K. Ho (1991): "Refinements of the Zigler - Nichols tuning formula". *IEE Proceedings -D*, Vol. 138, No.2, march, pp. 111-118.

Hang, C. C., K. S. Sin (1991): "On-line autotuning of PID controllers based on the crosscorrelation technique." *IEEE Transactions on industrial Electronics*, December.

Instruction book for 760 and 761 series single station micro controllers, Foxboro Company, 1986.

Jamashidi, M., M.M. Zavarei (1986): *Linear Control Systems – A Computer-Aided Approach*, International Series on Systems and Control, vol. 7, Pergamon Press, Oxford, UK

Karba, R. (1994): *Gradniki sistemov vodenja*, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, SLO

Kuljača, L., Z. Vukić (1985): *Automatsko upravljanje sistemima – analiza linearnih sistema*, Školska knjiga, Zagreb, HR

Kuo, B.C., F. Golnaraghi (2010): *Automatic Control Systems*, Eighth edition, John Wiley & Sons, USA

Matko, D., B. Zupančič, R. Karba (1992): *Simulation and Modelling of Continuous Systems - A Case Study Approach*, Prentice Hall, Inc., UK

Matko D., F. Bratkovič (1993): *Računalniško inženirstvo v vodenju sistemov*, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, SLO

Matko D., (1995): *Računalniški sistemi v vodenju procesov*, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, SLO

PC – MATLABTM for MS-DOS personal computers, The Math Works Inc., South Natick, Massachusetts, USA (1989)

McMillan, G.K. (1990): *Tuning and Control Loop Performance – A Practitioner's Guide (2nd ed.)*, Instrument Society of America, NC., USA

Morari, M., Zafiriou, E. (1989): *Robust process control*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA

Ogata, K. (2010): *Modern Control Engineering*, Fifth edition, Prentice Hall, USA

Polonyi, M.J.G. (1991): *Power and Process Control Systems*, McGraw-Hill, Inc., New York, USA

Problem Solver in Automatic Control Systems/Robotics, Staff of Research and Education Association, New York, USA (1982)

Raven, F.H. (1978): *Automatic Control Engineering*, McGraw-Hill, Inc., New York, USA

Saucedo, R., E.E. Schiring (1968): *Introduction to Continuous and Digital Control Systems*, The Macmillan Company, New York, USA

Shearer, J.L., B.T. Kulakowski (1990): *Dynamic Modeling and Control of Engineering Systems*, Macmillan Publishing Company, New York, USA

Shinners, S.M. (1978): *Modern Control System Theory and Applications*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, USA

Shinners, S.M. (1992): *Modern Control System Theory and Design*, John Wiley & Sons, New York, USA

Shinskey, F.G. (1988): *Process Control Systems – Application, Design and Adjustment*, McGraw-Hill, New York, USA

Singh, M.G., J.P. Elloy, R. Mezencev, N. Munro (1980): *Applied Industrial Control – An Introduction*, International Series on Systems and Control, vol. 1, Pergamon Press, Oxford, UK

SIPART DR-24 multi - function unit, Users guide, Siemens, Karlsruhe, 1991.

Stojić, M.R. (1973): *Kontinualni sistemi automatskog upravljanja*, Građevinska knjiga, Beograd, YU

Strmčnik, S., R. Hanus, D. Juričić, R. Karba, Z. Marinšek, D. Murray-Smith, H. Verbruggen, B. Zupančič (1998): *Celostni pristop k računalniškemu vodenju procesov*, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, SLO

Šega, M. (1989): *Konceptualna analiza vsebine in lastnosti programskih orodij ter realizacija programskega paketa za področje CACSD*, doktorska disertacija, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, SLO

Šega, P. (1988): *Regulacije in sistemi*, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, SLO

Šurina, T. (1981): *Automatska regulacija*, Školska knjiga, Zagreb, HR

Weber, T.W. (1973): *An Introduction to Process Dynamics and Control*, John Willey & Sons, New York, USA

Vandoren V. J. (1993): "Inside self - tuning PID controllers". *Control Engineering*, august, pp. 67-70.

Ziegler, J. G. and N. B. Nichols (1942): "Optimum settings for automatic controllers." *Trans. ASME*, 64, pp. 759-768.

Zupančič, B. (1992): *SIMCOS – jezik za simulacijo zveznih in diskretnih dinamičnih sistemov*, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, SLO

Zupančič, B. (2010): *Simulacija dinamičnih sistemov*, Založba Fakultete za elektrotehniko in Fakultete za računalnitvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, SLO

Zupančič, B. (2010): *Zvezni regulacijski sistemi, II.del*, Založba Fakultete za elektrotehniko in Fakultete za računalnitvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, SLO

Dodatek

V dodatku so izpisi simulacijskih programov, s pomočjo katerih smo rešili nekatere primere v 4. in 5. poglavju. Pri tem smo uporabili simulacijski jezik SIMCOS. SIMCOS spada v družino jezikov, ki upoštevajo t.i. CSSL standard. Zato so programi z morebitnimi majhnimi spremembami uporabni tudi v povezavi z drugimi tovrstnimi orodji (npr. ACSL, CSSL IV).

Poglavje 4

Primer 4.17

Slika 4.66

```
CONSTANT R=1,UL=0.2,K=100
"PI regulator
CONSTANT KP=0.4,KI=0.08
E=R-C
U=KP*E+EI
EI=INTEG(KI*EE,0)
"omejitev izvršnega clena
UOMEJ=BOUND(U,-UL,UL)
"zascita pred integralskim pobegom
EW=K*DEAD(U,-UL,UL)
EE=E-EW
"proces
UI=INTEG(UOMEJ,0)
C=INTEG(UI-C,0)
TERMT(T.Ge.30)
CINTERVAL CI=0.2
PREPAR R,UOMEJ,C
OUTPUT R,UOMEJ,C
END
```

Primer 4.11**Slika 4.48**

```

" sistem tretjega reda
"dusenje
CONSTANT ZETA=0.7
"lastna frekvenca
CONSTANT OMEGA=1.
YPP=U-2*ZETA*OMEGA*YP-OMEGA*OMEGA*Y
YP=INTEG(YPP,0)
Y=INTEG(YP,0)
Z=INTEG(Y,0)
"regulator
CONSTANT KR=0.05
E=YREF-Z
U=KR*E
"vhodni signal
CONSTANT DELAY=0.
YREF=STEP(T,DELAY)
"kriterijska funkcija
KRIT=INTEG(ABS(E),0)
"omejitev
CONSTANT UMAX=0.3
PROCEDURAL(OMEJ=U)
    IF(ABS(U).GT.UMAX)OMEJ=1.
END
" krmiljenje simulacijskega teka
ALGORITHM IA=1,JA=11
HDR Optimizacija P regulatorja z omejitvijo
PREPAR YREF,U,Y,E,Z
OUTPUT YREF,U,Y,E,Z
CONSTANT TFIN=30
TERMT (T.GE.TFIN.OR.OMEJ.GT.0.5)
CINTERVAL CI=0.1
END

```

Primer 4.18**Slike 4.81, 4.82, 4.83**

```
"Konstante modela
  CONSTANT DELTAY=2,PMAX=5,GAIN=2,TIMCON=1
  CONSTANT THE=0,TDELAY=0.,THW0=0,MEM=0,TD=1.,A0=5
  CONSTANT WORK=50*0
  ARRAY WORK(50)
"Struktura modela
  THR=A0*STEP(T,TD)
  E=THR-TH
  U=HSTRSS(E,-DELTAY/2.,DELTAY/2,0.,1.,MEM)
  P=PMAX*U
  PD=DELAY(P,TDELAY,WORK,CI)
  THWD=(-1./TIMCON)*THW+GAIN/TIMCON*PD
  THW=INTEG(THWD,THW0)
  TH=THW+THE
"Dolzina simulacijskega teka
  CONSTANT TFIN=5
  TERMT T.GT.TFIN
"Izbira integracijske metode
"in komunikacijskega intervala
  ALGORITHM IALGOR=1,JALGOR=5
  CINTERVAL CI=0.01
"Zahteve za prikaz rezultatov
  HDR REGULACIJA TEMPERATURE
  OUTPUT 10,THR,E,P,TH
  PREPAR THR,E,P,PD,TH
END
```

Slika 4.92

```

"Konstante modela
  CONSTANT DELTAY=2, PMAX=5, GAIN=2, TIMCON=1
  CONSTANT THE=0, TDELAY=0.2, THW0=0, MEM=0, TD=1., A0=5
  CONSTANT WORK=50*0, KPZ=2., TPZ=0.1
  ARRAY WORK(50)
"Struktura modela
  THR=A0*STEP(T, TD)
  E=THR-TH
  EE=E-CP
  CP=INTEG(KPZ/TPZ*U-1./TPZ*CP, 0.)
  U=HSTRSS(EE, -DELTAY/2., DELTAY/2, 0., 1., MEM)
  P=PMAX*U
  PD=DELAY(P, TDELAY, WORK, CI)
  THWD=(-1./TIMCON)*THW+GAIN/TIMCON*PD
  THW=INTEG(THWD, THW0)
  TH=THW+THE
"Dolzina simulacijskega teka
  CONSTANT TFIN=5
  TERMT T.GT.TFIN
"Izbira integracijske metode
"in komunikacijskega intervala
  ALGORITHM IALGOR=1, JALGOR=5
  CINTERVAL CI=0.01
"Zahteve za prikaz rezultatov
  HDR REGULACIJA TEMPERATURE
  OUTPUT 10, THR, E, P, TH, CP
  PREPAR THR, E, P, PD, TH, CP
  END

```

Primer 4.19**Slika 4.96, krivulji b,c**

```

"regulacija stroja za brizganje plastomerov - PD prekl. regulator
"Konstante modela
  CONSTANT DELTAY=1, PMAX=1000, GAIN=0.4, TIMCON1=29.5, GAIN1=1, TIMCON=1.47
  CONSTANT THE=0, THW0=200, THW01=500, MEM=0, A0=200, KOR=12.5
  CONSTANT KPZ=25., TPZ=5., MOTNJA=20., TD=10., CP0=12.8
"Struktura modela
  THRO=A0+MOTNJA*STEP(T,TD)
  THR=A0+MOTNJA*STEP(T,TD)+KOR
  E=THR-TH
  EE=E-CP
  CP=INTEG(KPZ/TPZ*U-1./TPZ*CP,CP0)
  U=HSTRSS(EE,-DELTAY/2.,DELTAY/2,0.,1.,MEM)
  P=PMAX*U
  THWD1=(-1./TIMCON1)*THW1+GAIN1/TIMCON1*P
  THW1=INTEG(THWD1,THW01)
  THWD=(-1./TIMCON)*THW+GAIN/TIMCON*THW1
  THW=INTEG(THWD,THW0)
  TH=THW+THE
"Dolzina simulacijskega teka
  CONSTANT TFIN=40
  TERMT T.GT.TFIN
"Izbira integracijske metode
"in komunikacijskega intervala
  ALGORITHM IALGOR=1, JALGOR=5
  CINTERVAL CI=0.1
  NSTEPS NST=5
"Zahteve za prikaz rezultatov
  HDR REGULACIJA TEMPERATURE
  OUTPUT 100,THR,E,P,TH,CP
  PREPAR THRO,THR,P,TH
END

```

Primer 4.19**Slika 4.96, krivulja d**

```

"regulacija stroja za brizganje plastomerov - PID prekl. regulator
" zascita pred I pobegom (s pomocjo spremenljivke POD)
"Konstante modela
  CONSTANT DELTAY=1,PMAX=1000,GAIN=0.4,TIMCON1=29.5,GAIN1=1,TIMCON=1.47
  CONSTANT THE=0,THW0=200,THW01=500,MEM=0,AO=200,POD=16.
  CONSTANT KPZ1=25.,KPZ2=25,TPZ1=5.,TPZ2=10,MOTNJA=20.,TD=10.
  CONSTANT CP01=13.,CP02=13.
"Struktura modela
  THR=AO+MOTNJA*STEP(T,TD)
  E=THR-TH
  EE=E-CP*FLAG
  procedural(FLAG=E)
  IF(ABS(E).GT.POD)GO TO 1200
  FLAG=1.
  GO TO 1300
1200  CONTINUE
      FLAG=0
1300  CONTINUE
END

  CP1D=FLAG*(KPZ1/TPZ1*U-1./TPZ1*CP1)
  CP1=INTEG(CP1D,CP01)
  CP2D=FLAG*(KPZ2/TPZ2*U-1./TPZ2*CP2)
  CP2=INTEG(CP2D,CP02)
  CP=CP1-CP2
  U=HSTRSS(EE,-DELTAY/2.,DELTAY/2,0.,1.,MEM)
  P=PMAX*U
  THWD1=(-1./TIMCON1)*THW1+GAIN1/TIMCON1*P
  THW1=INTEG(THWD1,THW01)
  THWD=(-1./TIMCON)*THW+GAIN/TIMCON*THW1
  THW=INTEG(THWD,THW0)
  TH=THW+THE
"Dolzina simulacijskega teka
  CONSTANT TFIN=40
  TERMT T.GT.TFIN
"Izbira integracijske metode
"in komunikacijskega intervala
  ALGORITHM IALGOR=1,JALGOR=5
  CINTERVAL CI=0.1
  NSTEPS NST=5
"Zahteve za prikaz rezultatov
  HDR REGULACIJA TEMPERATURE
  OUTPUT 100,THR,E,P,TH,CP1,CP2
  PREPAR THR,P,TH
  END

```

Poglavje 5

Primer 5.2

Slike 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12

```

CONSTANT TFIN = 100
"R    referenca
"N    motnja na FI1
CONSTANT R=0.,V=0.50,CLOSE=1
" PID regulator
CONSTANT KPG=2.6,KIG=0.14,KDG=18.75,TC=1.25
E=R-CLOSE*H3-ED
U=UP+UI+UD
UP=KPG*E
UII=INTEG(E,0)
UI=KIG*UII
UD=UDD*KDG
UDD=(E-UDI)/TC
UDI=INTEG(UDD,0)
"    krmiljenje
"proporcionalno krmiljenje
CONSTANT KPZ=0.
FIV=U-KPZ*V
"prehitevalno krmiljenje
CONSTANT KDZ=14.81,TDZ=17.76
ED=EDD*KDZ
EDD=(V-EDI)/TDZ
EDI=INTEG(EDD,0)
"    hidravlicni proces
FI1N=INTEG(FIV/10.-FI1N/5.,0.)
FI1=FI1N+V
FI2=INTEG(FI1/10.-FI2/10.,0.)
H3=INTEG(FI2/5.-H3/10.,0.)
KRIT=INTEG(ABS(H3),0)
"    krmiljenje simulacijskega teka
TERMT(T.GT.TFIN)
CINTERVAL CI=0.5
ERRTAG IERR
"    izpis rezultatov
HDR KRMILJENJE
OUTPUT U,FIV,H3
PREPAR U,FIV,H3,ED
END

```

Primer 5.7**Slike 5.22, 5.23, 5.24, 5.25**

```

CONSTANT TFIN = 50
"R    referenca
"N    motnja na FI1
CONSTANT R=1.,CLOSE=1.,V=0
"    glavni regulator
CONSTANT KPG=4.62116,KIG=0.2236,KDG=25.5037
E=R-H3
U=UP+UI+UD
UP=KPG*E
UII=INTEG(E,0)
UI=KIG*UII
UD=UDD*KDG
TC=0.1*KDG/KPG
UDD=(E-UDI)/TC
UDI=INTEG(UDD,0)
"    pomocni regulator
CONSTANT KPP=2.
EE=U-CLOSE*FI1
FIV=KPP*EE
"    hidravlicni proces
FI1N=INTEG(FIV/10.-FI1N/5.,0.)
FI1=FI1N+V
FI2=INTEG(FI1/10.-FI2/10.,0.)
H3=INTEG(FI2/5.-H3/10.,0.)
"    kriterijska funkcija
CRIT=INTEG(T*ABS(E),0)
"    krmiljenje simulacijskega teka
TERMT(T.GT.TFIN)
CINTERVAL CI=0.25
ERRTAG IERR
"    izpis rezultatov
HDR KASKADNA REGULACIJA
OUTPUT 10,U,FIV,H3
PREPAR U,FIV,H3
END

```


Učbenik **Zvezni regulacijski sistemi - I.del** je namenjen vsem, ki bi radi osvojili temeljna znanja iz področja regulacij, v prvi vrsti pa seveda študentom Avtomatike na Fakulteti za elektrotehniko. Večina poglavij se predava pri predmetu Regulacije 1 (UNI-A), nekatera pa pri predmetih Teorija regulacij (UNI - El), Vodenje sistemov (UNI-El), Avtomatsko vodenje sistemov (UNI, izbirni predmet v 2.l.) in Modeliranje in obdelava signalov (VSS-KA). Tematika je razdeljena na pet poglavij. Prvo poglavje predstavlja uvod, saj obravnava osnovne pojme, ki so neobhodni za dobro razumevanje. Drugo poglavje je namenjeno različnim možnim predstavitev regulacijskih sistemov. V tretjem poglavju analiziramo regulacijske sisteme s poudarkom na obravnavah v časovnem prostoru. Četrto poglavje je namenjeno analizi in načrtovanju osnovnih algorimov v industrijskih regulacijskih sistemih. Obravnavamo predvsem zvezne PID regulatorje in preklopne oz. stopenjske regulatorje. V petem poglavju obravnavamo večžančne regulacijske sisteme.

Vodenje sistemov, regulacije, avtomatizacija, analiza in načrtovanje sistemov vodenja, PID regulatorji, stopenjski regulatorji, večžančni regulacijski sistemi

Borut Zupančič je redni profesor na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani, predstojnik Laboratorija za modeliranje, simulacijo in vodenje in predstojnik Katedre za sisteme, avtomatiko in kibernetiko. V letih 2004-2007 je bil predsednik evropske federacije EUROSIM, v letih 2010-2013 pa je njen sekretar. Predava predmete iz področja modeliranja, simulacije in vodenja procesov na dodiplomskem in podiplomskem študiju. Raziskovalno se ukvarja z modeliranjem in vodenjem hibridnih sistemov, z več domenskim objektno orientiranim modeliranjem, ter z modeliranjem, simulacijo in vodenjem toplotnih in svetlobnih tokov v stavbah in v drugih termičnih procesih. Za rezultate na področju računalniško podprtega načrtovanja sistemov vodenja prejel nagrado sklada Borisa Kidriča. Je avtor približno 200 domačih in mednarodnih konferenčnih prispevkov ter 50 člankov v revijah.

ISBN 978-961-243-162-4



**ZVEZNI
REGULACIJSKI
SISTEMI**

1. del

KLJUČNA GESLA

B. ZUPANČIČ

**ZALOŽBA
FAKULTETE ZA
ELEKTROTEHNIKO
in
FAKULTETE ZA
RAČUNALNIŠTVO
IN INFORMATIKO**